

EXAMEN DE FÍSICA DE SELECTIVIDAD DE JUNIO DE 2017

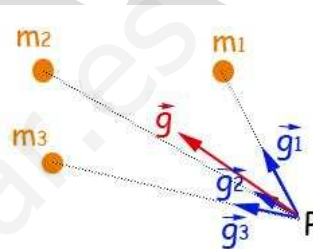
Opción A

Pregunta 1.

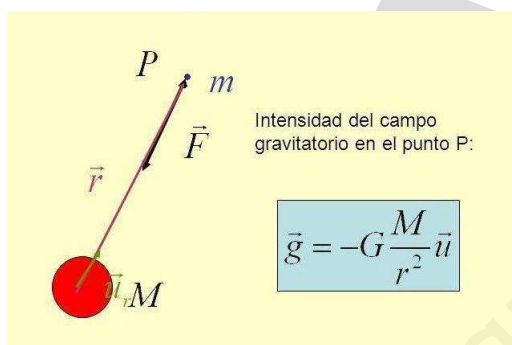
- a) Dos partículas, de masas  $m$  y  $2m$ , se encuentran situadas en dos puntos del espacio separados una distancia  $d$ . ¿Es nulo el campo gravitatorio en algún punto cercano a las dos masas? ¿Y el potencial gravitatorio?
- b) Dos masas de 10 kg se encuentran situadas, respectivamente, en los puntos  $(0,0)$  y  $(0,4)$  m. Represente en un esquema el campo gravitatorio que crean en el punto  $(2,2)$  m y calcule su valor.

a)

Según el principio de superposición de campos, si varias masas son las responsables de la existencia de un campo gravitatorio, la intensidad de campo gravitatorio que crean en un punto es la suma vectorial de las intensidades de campo gravitatorio que en ese punto crearía cada una de las masas por separado.



Por tanto en cualquier punto la intensidad de campo gravitatorio será la suma de la producida por la primera partícula y la segunda:

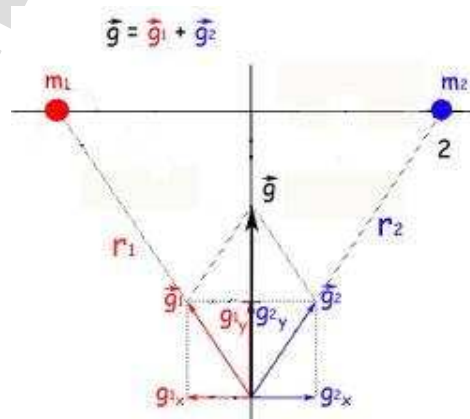


$$\vec{E}_g = \vec{E}_{g1} + \vec{E}_{g2}$$

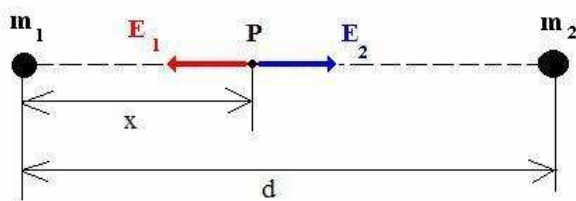
La intensidad de campo gravitatorio creado por una masa  $m$  en un cierto punto viene dado por

$$\vec{E}_g = -G \frac{m}{r^2} \vec{u}_r$$

Siendo  $G$  la constante gravitatoria universal,  $m$  la masa que crea el campo,  $r$  la distancia desde la masa al punto donde se calcula la intensidad de campo gravitatorio y  $\vec{u}_r$  el vector unitario radial.  $\vec{u}_r$  tiene origen en la masa  $m$  que crea el campo, dirección la de la recta que une la masa  $m$  y el punto donde se calcula el campo, y sentido desde la masa  $m$  hacia el punto. Por tanto la intensidad de campo gravitatorio va dirigida siempre radialmente hacia la masa que crea el campo, de ahí el signo menos de la expresión del campo.



Como las intensidades de campo gravitatorias creadas por la primera masa,  $\vec{E}_{g1}$ , y por la segunda,  $\vec{E}_{g2}$ , son dos vectores, para que se anulen tendrán que tener el mismo módulo, la misma



dirección, pero sentidos contrarios. Esto sólo sucederá en el segmento que une ambas masas.

El módulo de la intensidad del campo producida por la primera masa será

$$E_{g1} = |\vec{E}_{g1}| = G \frac{m}{x^2}$$

Siendo  $x$  la distancia desde la primera masa hasta el punto donde va a anularse el campo gravitatorio.

Para la segunda masa

$$E_{g2} = |\vec{E}_{g2}| = G \frac{2m}{(d-x)^2}$$

Siendo  $d$  la distancia entre ambas masas.

Igualando ambas expresiones

$$G \frac{m}{x^2} = G \frac{2m}{(d-x)^2}$$

$$(d-x)^2 = 2x^2$$

$$d-x = \sqrt{2}x$$

$$x = \frac{d}{1+\sqrt{2}}$$

Por tanto el punto donde se anulará el campo gravitatorio estará en la recta que une ambas masas, y más cerca de la primera masa que de la segunda. Como la segunda masa es mayor que la primera y la masa aparece en el numerador de la expresión de la intensidad de campo gravitatorio, la distancia del punto a la primera masa tiene que ser menor que a la segunda, ya que la distancia aparece en el denominador.

Según el principio de superposición de potenciales, si varias masas son las responsables de la existencia de un potencial gravitatorio, el potencial gravitatorio que crean en un punto es la suma de los potenciales gravitatorios que en ese punto crearía cada una de las masas por separado.

Por tanto en cualquier punto el potencial gravitatorio será la suma del producido por la primera partícula y la segunda:

$$V_g = V_{g1} + V_{g2}$$

El potencial gravitatorio creado por una masa  $m$  viene dado por

$$V_g = -G \frac{m}{r}$$

Siendo  $G$  la constante gravitatoria universal,  $m$  la masa que crea el campo, y  $r$  la distancia desde la masa al punto donde se calcula la intensidad de campo gravitatorio. Y como  $G > 0$ ,  $m > 0$  y  $r > 0$ , el potencial gravitatorio  $V_g$  será siempre negativo.

Por tanto en potencial gravitatorio no podrá ser nunca cero en ningún punto cercano a las dos partículas, ya que

$$V_{g1} = -G \frac{m}{r_1} < 0 \quad V_{g2} = -G \frac{m}{r_2} < 0 \quad V_g = V_{g1} + V_{g2} < 0$$

Sólo en el infinito ( $r = \infty$ ), tanto la intensidad de campo gravitatorio como el potencial gravitatorio de esta distribución de masas serían cero, como se deduce de sus expresiones.

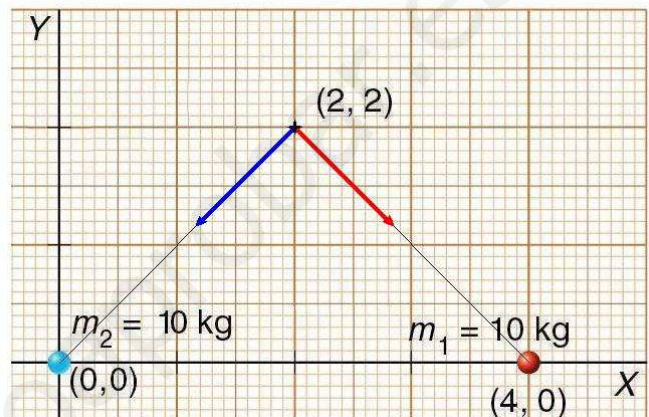
b)

La dirección y sentido de las intensidades de campo gravitatorio  $\vec{E}_{g1}$  y  $\vec{E}_{g2}$  creadas por las masas  $m_1$  y  $m_2$  se deducen de lo visto en el apartado a).

Por la simetría del problema, los ángulos entre  $\vec{E}_{g1}$  y los ejes coordenados van a ser de  $45^\circ$ , Y lo mismo para  $\vec{E}_{g2}$ .

Ambas masas son iguales:  $m_1 = m_2 = m = 10 \text{ kg}$

Y las distancias también:  $r_1 = r_2 = r = \sqrt{8} \text{ m}$ . El cálculo de  $r$ , aplicando el teorema de Pitágoras, es trivial



Por tanto los módulos de ambas intensidades de campo van a ser iguales:

$$E_{g1} = G \frac{m}{r^2} \quad E_{g2} = G \frac{m}{r^2}$$

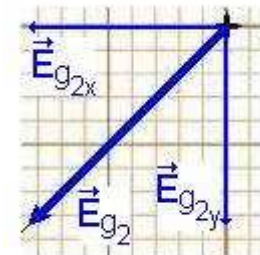
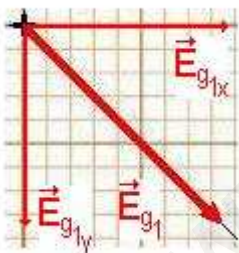
Sus componentes serán

$$E_{g1x} = G \frac{m}{r^2} \text{sen}45 = G \frac{m}{r^2} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$E_{g1y} = G \frac{m}{r^2} \text{cos}45 = G \frac{m}{r^2} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$E_{g2x} = G \frac{m}{r^2} \text{sen}45 = G \frac{m}{r^2} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$E_{g2y} = G \frac{m}{r^2} \text{cos}45 = G \frac{m}{r^2} \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Por la simetría del problema, todas las componentes son iguales en módulo.

$$E_{g1x} = E_{g1y} = E_{g2x} = E_{g2y}$$

Según lo visto en el apartado a), la intensidad de campo gravitatorio total será la suma de las debidas a cada masa:

$$\vec{E}_g = \vec{E}_{g1} + \vec{E}_{g2} = \vec{E}_{g1x} + \vec{E}_{g1y} + \vec{E}_{g2x} + \vec{E}_{g2y} = E_{g1x} \vec{i} + E_{g1y} (-\vec{j}) + E_{g2x} (-\vec{i}) + E_{g2y} (-\vec{j})$$

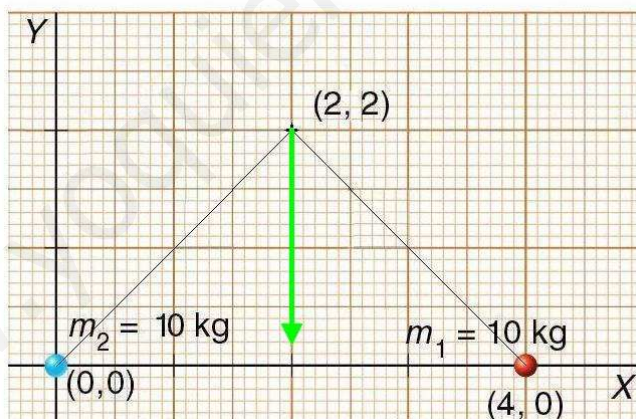
Pero como por la simetría del problema las componentes en el eje x se cancelan, sólo quedan las componentes en el eje y, que se suman.

$$\vec{E}_g = E_{g1y} (-\vec{j}) + E_{g2y} (-\vec{j}) = G \frac{m}{r^2} \frac{\sqrt{2}}{2} (-\vec{j}) + G \frac{m}{r^2} \frac{\sqrt{2}}{2} (-\vec{j}) = -\frac{G \cdot m \cdot \sqrt{2}}{r^2} \vec{j} =$$

$$\vec{E}_g = -\frac{G \cdot m \cdot \sqrt{2}}{r^2} \vec{j} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \cdot 10 \text{ kg} \cdot \sqrt{2}}{(\sqrt{8} \text{ m})^2} \vec{j} = -1,18 \cdot 10^{-10} \vec{j} \text{ N kg}^{-1}$$

$$E_g = |\vec{E}_g| = 1,18 \cdot 10^{-10} \text{ N kg}^{-1}$$

Como se ve en el esquema del problema, la intensidad de campo gravitatorio en el punto (2,2) sólo va a tener una componente vertical y dirigida hacia abajo.



**Pregunta 2.**

a) Un haz de electrones atraviesa una región del espacio siguiendo una trayectoria rectilínea. En dicha región hay aplicado un campo electrostático uniforme. ¿Es posible deducir algo acerca de la orientación del campo? Repita el razonamiento para un campo magnético uniforme.

b) Una bobina, de 10 espiras circulares de 15 cm de radio está situada en una región en la que existe un campo magnético uniforme cuya intensidad varía con el tiempo según:

$$B = 2 \cos(2\pi t - \pi/4) \text{ T}$$

y cuya dirección forma un ángulo de  $30^\circ$  con el eje de la bobina. La resistencia eléctrica de la bobina es de  $2 \Omega$ . Calcule el flujo del campo magnético a través de la bobina en función del tiempo y la intensidad de corriente que circula por ella en el instante  $t = 3 \text{ s}$ .

a)

Cuando una partícula cargada entra en una región en la que existe un campo eléctrico sufre una fuerza eléctrica, debida al campo eléctrico existente, que puede expresarse como  $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}_e$ . Si la partícula está cargada positivamente esta fuerza tendrá la misma dirección y sentido que el campo eléctrico  $\vec{E}_e$ . Si la carga de la partícula es negativa, la fuerza tendrá la dirección del campo eléctrico pero sentido contrario.

Si el campo eléctrico y la velocidad inicial de la partícula tienen la misma dirección, la aceleración debida a la fuerza eléctrica aumentará o disminuirá el módulo del vector velocidad, pero no cambiará su dirección y sentido, y por tanto la trayectoria de la partícula será una línea recta. Si además el campo eléctrico es uniforme, la partícula se acelerará o frenará según los sentidos de la fuerza eléctrica y la velocidad inicial sean iguales u opuestos.

Si el campo eléctrico y la velocidad inicial de la partícula no tienen la misma dirección, la aceleración debida a la fuerza eléctrica aumentará o disminuirá el módulo del vector velocidad, y también cambiará su dirección y sentido, y la trayectoria de la partícula no será una línea recta. Si además el campo eléctrico es uniforme, la trayectoria será una rama de parábola, como veíamos en los problemas de tiro parabólico, salvo que allí la fuerza era gravitatoria y aquí eléctrica.

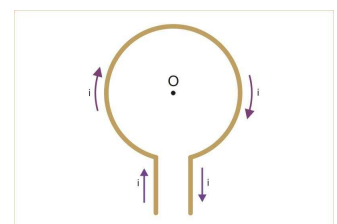
Por tanto, si el haz de electrones tiene trayectoria rectilínea, el campo eléctrico posee esa misma dirección rectilínea, y su sentido depende de si los electrones aumentan o disminuyen su velocidad.

Cuando una partícula cargada (con carga  $q$ ) entra (con velocidad  $\vec{v}$ ) en una región en la que existe un campo magnético ( $\vec{B}$ ) sufre una fuerza magnética, debida al campo magnético existente, que puede expresarse como

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}.$$

Por la propia definición del producto vectorial esta fuerza magnética será perpendicular al plano formado por  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$ . Por tanto la única posibilidad para que la trayectoria sea rectilínea es que no haya fuerza magnética, para lo cual la velocidad inicial  $\vec{v}$  y el campo magnético  $\vec{B}$  tienen que ser paralelos (es decir, con la misma dirección, bien con el mismo sentido, con lo cual  $\alpha = 0^\circ$  y  $\text{sen} \alpha = \text{sen} 0^\circ = 0$ , o bien con sentidos contrarios, con lo cual  $\alpha = 180^\circ$  y  $\text{sen} \alpha = \text{sen} 180^\circ = 0$ )

$$|\vec{F}_m| = q \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \text{sen} \alpha = q \cdot v \cdot B \cdot 0 = 0$$

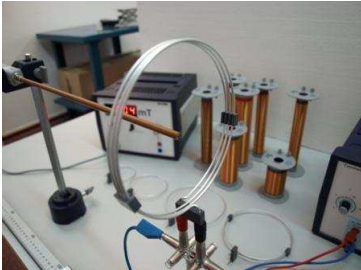




b)

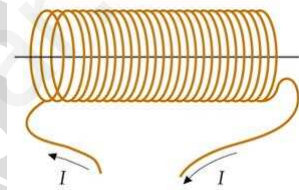
Recordemos las diferencias entre espira, bobina y solenoide:

Una espira es un conductor cerrado y plano. La forma es indiferente, pero generalmente son circulares. En la práctica tiene un conductor de entrada y otro de salida cuya influencia en los problemas se desprecia.



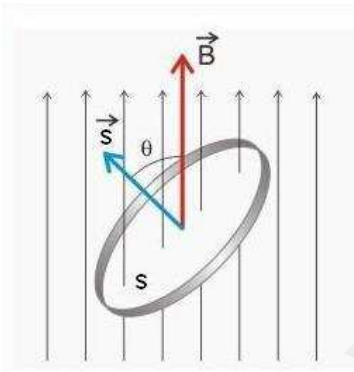
Una agrupación de espiras es un conjunto de espiras iguales prácticamente situadas en el mismo plano. A veces a la agrupación de espiras se la llama bobina aplastada o a secas bobina.

Un solenoide es un conjunto de espiras iguales (normalmente circulares) colocadas paralelamente unas a otras. En un solenoide la longitud  $L$  del solenoide predomina frente al radio  $R$  de la espira circular. Si la longitud  $L$  es despreciable frente al radio  $R$  tenemos una agrupación de espiras.



A veces al solenoide también se le llama bobina, sobre todo si el conductor está enrollado sobre un núcleo de hierro u otro material buen conductor del campo magnético, como sucede en electrónica o en electrotecnia.

Por los datos del problema deducimos que se trata de una agrupación de espiras o bobina, pues no nos dan ningún dato de la longitud del solenoide,



El flujo magnético a través de una espira se define como el producto escalar del campo magnético  $\vec{B}$  y la superficie de la espira  $\vec{S}$

$$\Phi_{1 \text{ espira}} = \vec{B} \cdot \vec{S} = |\vec{B}| |\vec{S}| \cos \alpha = \left[ 2 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \right] \cdot [\pi \cdot r^2] \cos \alpha$$

Para  $N$  espiras el flujo será  $N$  veces mayor

$$\Phi_{N \text{ espiras}} = N \cdot \vec{B} \cdot \vec{S} = N \cdot |\vec{B}| |\vec{S}| \cos \alpha = N \cdot \left[ 2 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \right] \cdot [\pi \cdot r^2] \cos \alpha$$

Como el flujo magnético a través de la espira no es constante ( $\vec{B}$  varía con el tiempo) se genera una fuerza electromotriz (f.e.m.) inducida en la espira. Según la ley de Lenz-Faraday la f.e.m. inducida en la espira ( $\varepsilon$ ) es

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Recordemos que el signo menos significa que cuando el flujo magnético  $\Phi$  varía la f.e.m. inducida en la espira ( $\varepsilon$ ) circula en el sentido que se opone a la variación de  $\Phi$ .

Sustituyendo  $\vec{B}$  y  $\vec{S}$  para nuestro problema

$$\begin{aligned}\varepsilon &= -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\left[2\cos(2\pi t - \pi/4)\right] \cdot [\pi \cdot r^2] \cos\alpha}{dt} = -[2] \cdot [\pi \cdot r^2] \cos\alpha \frac{d[\cos(2\pi t - \pi/4)]}{dt} \\ \varepsilon &= -[2] \cdot [\pi \cdot r^2] \cos\alpha \frac{d[\cos(2\pi t - \pi/4)]}{dt} = -[2] \cdot [\pi \cdot r^2] \cos\alpha \cdot \left[-\operatorname{sen}(2\pi t - \pi/4)\right] [2\pi] = \\ \varepsilon &= -[2] [-2\pi] [\pi \cdot r^2] \cos\alpha \left[\operatorname{sen}(2\pi t - \pi/4)\right] = 4 \cdot \pi^2 \cdot r^2 \cdot \cos\alpha \cdot \operatorname{sen}(2\pi t - \pi/4)\end{aligned}$$

Sustituyendo los datos de nuestro problema

$$r = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m} \quad ; \quad \cos\alpha = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\varepsilon = 4 \cdot \pi^2 \cdot r^2 \cdot \cos\alpha \cdot \operatorname{sen}(2\pi t - \pi/4) = 4 \cdot \pi^2 \cdot (0,15)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \operatorname{sen}(2\pi t - \pi/4) = 0,77 \operatorname{sen}(2\pi t - \pi/4) \text{ V}$$

El resultado, en unidades del Sistema Internacional, voltios. Recuerde que pese a lo desafortunado del nombre "fuerza electromotriz" aplicado a algo que no tiene nada que ver con ninguna fuerza, la fuerza electromotriz es la diferencia de potencial que se establece entre los polos de un generador (por ejemplo una pila) y equivale a la cantidad de energía que el generador es capaz de transferir a la unidad de carga que se mueve por el circuito. Vea

[http://www.fisicanet.com.ar/fisica/electrodinamica/ap15\\_induccion\\_electromagnetica.php](http://www.fisicanet.com.ar/fisica/electrodinamica/ap15_induccion_electromagnetica.php).

Como no nos piden la f.e.m. sino la intensidad de corriente, aplicamos la ley de Ohm

$$V = I \cdot R$$

Despejando la intensidad de corriente eléctrica y sustituyendo la resistencia de la bobina

$$I = \frac{V}{R} = \frac{0,77 \operatorname{sen}(2\pi t - \pi/4)}{0,2} = 3,85 \operatorname{sen}(2\pi t - \pi/4) \text{ A}$$

El resultado, en unidades del Sistema Internacional, amperios. Nótese que la ley de Ohm no se estudia específicamente en la Física de 2.º de Bachillerato, pero se ha estudiado en la Física y Química de 1.º de Bachillerato y en otros cursos de la ESO.

Esta intensidad es la intensidad en función del tiempo, como la f.e.m.

Para calcular la intensidad cuando  $t = 3 \text{ s}$  basta con sustituir este valor en la expresión de la intensidad

$$I = 3,85 \operatorname{sen}(2\pi t - \pi/4) = 3,85 \operatorname{sen}(2\pi [3] - \pi/4) = 3,85 \operatorname{sen}\left(\frac{23\pi}{4}\right) = -0,71 \text{ A}$$

Observe que como  $\vec{B}$  es una función sinusoidal, también lo son la  $\varepsilon$  y la  $I$ , y por tanto tomarán valores positivos y negativos periódicamente. Esto significa que la corriente circula, de forma periódica, una vez en un sentido y otra vez en sentido contrario.

**Pregunta 3.**

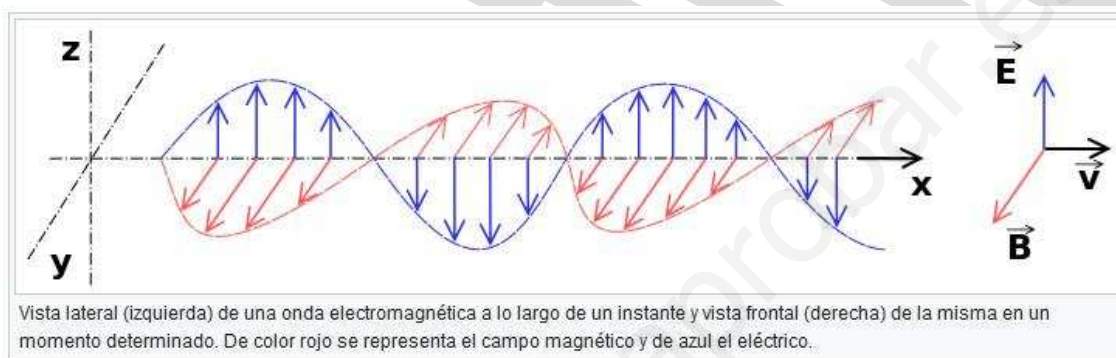
a) Explique la naturaleza de las ondas electromagnéticas e indique las distintas zonas en las que se divide el espectro electromagnético, indicando al menos una aplicación de cada una de ellas.

b) Una antena de radar emite en el vacío radiación electromagnética de longitud de onda  $0,03 \text{ m}$ , que penetra en agua con un ángulo de incidencia de  $20^\circ$  respecto a la normal. Su velocidad en el agua se reduce al  $80 \%$  del valor en el vacío. Calcule el periodo, la longitud de onda y el ángulo de refracción en el agua.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}.$$

a)

Las ondas electromagnéticas son ondas transversales que se originan por cargas eléctricas aceleradas. Consisten en la propagación, sin necesidad de soporte material alguno, de un campo eléctrico variable y otro magnético también variable, perpendiculares entre sí y a la velocidad de propagación.



Las magnitudes  $\vec{E}$  (intensidad de campo eléctrico) y  $\vec{B}$  (vector inducción magnética, campo magnético) varían armónicamente, tienen la misma frecuencia, la misma longitud de onda y velocidad de propagación, y están en fase.

Si para  $t = 0$  y  $x = 0$  los módulos de  $\vec{E}$  (representado en el eje Y) y  $\vec{B}$  (representado en el eje Z) toman los valores máximos  $E_0$  y  $B_0$ , las ecuaciones de onda de  $E$  y  $B$ , descritas con la función coseno, toman la forma

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx) \quad ; \quad B_z = B_0 \cos(\omega t - kx)$$

Los valores  $E_y$  y  $B_z$  son distintos y tienen diferentes unidades. En cualquier instante y posición  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  están relacionados mediante una constante, que en el vacío es  $c$ , la velocidad de la luz en ese medio

$$\frac{E}{B} = c$$

Si en medio de propagación es el vacío, la frecuencia  $f$  y la longitud de onda  $\lambda_0$  están relacionadas por la expresión

$$c = \frac{\lambda_0}{T} = \lambda_0 \cdot f$$



Si el medio no es el vacío la velocidad de propagación de cualquier radiación electromagnética es menor que en el vacío, y además la disminución en la velocidad depende de cada radiación electromagnética en concreto.

Sin embargo la frecuencia de la radiación electromagnética no varía al cambiar de medio (principio de Huygens: la frecuencia del foco emisor es una característica que permanece constante, por lo que cada punto alcanzado por la onda se convierte en nuevo foco emisor de ondas de la misma frecuencia), por eso es una magnitud mucho mejor para caracterizar una onda que la longitud de onda.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

Basado en la cuestión 5.2 de la página 214 del libro *Física 2.0. Cuestiones y problemas para Bachillerato*, Moreno Hueso, Francisco José, Ed. Liberman

### Zonas del espectro electromagnético

#### Ondas de radio.

Son ondas electromagnéticas producidas por un circuito electrónico oscilante. Sus frecuencias oscilan entre  $10^4$  y  $10^{10}$  Hz aproximadamente. Originalmente se utilizaron para el envío de señales de audio en la radiodifusión o “radio”, de ahí su nombre, pero hoy en día se usan como portadoras de señales de radio, de televisión, telefonía móvil, etc.

#### Microondas.

Son ondas electromagnéticas producidas por vibraciones de las moléculas. Sus frecuencias oscilan entre  $10^{10}$  y  $10^{12}$  Hz aproximadamente. Su aplicación en los hornos de microondas para cocinar se debe a que las frecuencias de las ondas electromagnéticas emitidas por la antena de la parte superior del microondas coinciden con las frecuencias de resonancia de vibración de las moléculas de agua, por lo que se pueden calentar los materiales que contienen agua y por tanto cocinar los alimentos. También se emplean en radiastronomía y radares, debido a su facilidad para atravesar la atmósfera.

#### Radiación infrarroja.

Son ondas electromagnéticas emitidas por los cuerpos calientes y se deben a vibraciones de los átomos. Sus frecuencias están comprendidas entre  $10^{12}$  y  $4 \cdot 10^{14}$  Hz aproximadamente. Se denomina así por estar contigua en el espectro electromagnético a la luz roja y tener menor energía que ella. Tienen aplicaciones en la industria y en Medicina, por ejemplo para realizar termografías médicas, y en rehabilitación muscular y ósea, por favorecer la cicatrización. También se utilizan en la detección de falsificaciones de obras de arte, en los mandos a distancia de electrodomésticos como televisores, vídeos, equipos de música, aires acondicionados, etc., en los mandos a distancia de automóviles y garajes, para la deshidratación de alimentos como frutas y verduras, y en fotografías de cielo cubierto.

#### Luz visible.

Son las ondas electromagnéticas percibidas por nuestra retina. Su frecuencia está comprendida entre  $4 \cdot 10^{14}$  Hz y  $7,7 \cdot 10^{14}$  Hz aproximadamente. Representa la zona más pequeña de las divisiones que hacemos del espectro electromagnético, pero es la más importante para nosotros, puesto que es la que percibe la vista. Se producen debido a saltos electrónicos (transiciones electrónicas) entre distintos niveles energéticos de átomos y moléculas.

### Radiación ultravioleta.

Se denomina así por estar contigua a la luz violeta y tener mayor energía que ella. Su frecuencia está comprendida entre  $7,7 \cdot 10^{14}$  y  $10^{17}$  Hz aproximadamente. Se produce en saltos electrónicos en átomos y moléculas excitados (cuyos electrones han alcanzado niveles de mucha energía). Se suelen dividir en tres tipos, ultravioleta A (UV-A), ultravioleta B (UV-B) y ultravioleta C (UV-C), de menor a mayor frecuencia y por tanto energía.

Los rayos UV-A favorecen la producción de vitamina D por lo que ayudan a la fijación del calcio en los huesos.

Los rayos UV-B son peligrosos para los seres vivos. Una dosis excesiva de los mismos puede originar cáncer de piel. Los efectos son acumulativos, de ahí que los dermatólogos afirmen que “la piel tiene memoria”. También pueden producir alteraciones en la visión y trastornos en el sistema inmunológico. Los rayos UV-C son aún más peligrosos, pero son absorbidos en la capa de ozono y casi no llegan a la superficie terrestre. Sin embargo sí son peligrosos fuera de la atmósfera terrestre, de ahí que los astronautas que participan en misiones espaciales necesiten una protección especial.

### Rayos X.

Recibieron este nombre porque cuando se descubrieron no se podían explicar sus propiedades con las teorías de la Física clásica que se utilizaban entonces, por lo que se les llamó X, la letra habitualmente utilizada en matemáticas para la incógnita. Tienen frecuencias comprendidas entre  $10^{17}$  y  $10^{19}$  Hz aproximadamente. Son ondas electromagnéticas producidas por oscilaciones de los electrones próximos al núcleo de los átomos. Penetran en los tejidos poco densos, como la piel y los músculos, pero no en tejidos más densos como huesos o dientes. Se utilizan en la industria y en Medicina. La exposición excesiva a este tipo de radiación puede ser muy peligrosa para la salud, en especial en madres gestantes. Por ello debe hacerse un uso controlado y racional de la obtención de radiografías.

### Rayos gamma.

Son una de las tres radiaciones que emiten los materiales radiactivos, alfa, beta (ambas partículas) y gamma (ondas, radiaciones electromagnéticas). Tienen frecuencias superiores a  $10^{19}$  Hz. Se producen en procesos radiactivos, cuando el núcleo atómico ha emitido una partícula y sus constituyentes (nucleones; protones y neutrones) se acomodan en una situación de menor energía. La diferencia de energía se emite en forma de onda electromagnética. Tienen un gran poder de penetración y son extremadamente peligrosos para los seres vivos. Atraviesan el cuerpo humano y sólo son detenidos por planchas de plomo o gruesos muros de hormigón. En Medicina se utilizan en radioterapia para destruir células cancerosas y en la industria en gammagrafías para el análisis de la calidad (para ver si tienen defectos como burbujas o fisuras) de grandes piezas metálicas, como hélices de barco.

Basado en el libro de texto antiguo (edición española, no andaluza), Física 2.º de Bachillerato, editorial McGraw-Hill, página 188.

b)

La velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas depende del medio en el que se propagan, siendo máxima en el vacío. Como la frecuencia de una onda es una característica del foco emisor que permanece constante (ver arriba), el periodo, que es la magnitud inversa a la frecuencia, también permanecerá constante.

$$\lambda_0 = 0,03 \text{ m} \quad ; \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

Sustituyendo

$$c = \frac{\lambda_0}{T} = \lambda_0 \cdot f \quad ; \quad T = \frac{\lambda_0}{c} = \frac{0,03}{3 \cdot 10^8} = 1 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

Si la frecuencia de una onda no cambia al pasar de un medio a otro, pero su velocidad de propagación sí cambia, la longitud de onda tendrá que cambiar también:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$$

Como la velocidad de propagación en el agua es el 80 % de la del vacío

$$v_{\text{agua}} = 0,80 \cdot c = 0,80 \cdot 3 \cdot 10^8 = 2,40 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

Y como la frecuencia no varía

$$\text{En el vacío:} \quad v_{\text{vacío}} = c = \lambda_0 \cdot f \quad ; \quad f = \frac{c}{\lambda_0}$$

$$\text{En el agua:} \quad v_{\text{agua}} = \lambda_{\text{agua}} \cdot f \quad ; \quad f = \frac{v_{\text{agua}}}{\lambda_{\text{agua}}} = \frac{0,80 \cdot c}{\lambda_{\text{agua}}}$$

$$\text{Igualando} \quad \frac{c}{\lambda_0} = \frac{0,80 \cdot c}{\lambda_{\text{agua}}} \quad ; \quad \lambda_{\text{agua}} = \lambda_0 \frac{0,80 \cdot c}{c} = 0,03 \cdot 0,80 = 0,24 \text{ m}$$

Como se ve, al ser la velocidad de propagación y la longitud de onda proporcionales, si la velocidad disminuye al 80 % cuando pasa del vacío al agua, lo mismo debe sucederle a la longitud de onda, pues la frecuencia no varía.

Según la ley de Snell para la refracción

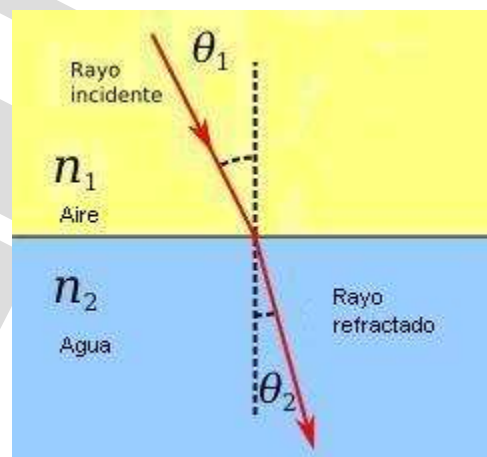
$$\frac{\text{sen} \hat{i}}{\text{sen} \hat{r}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

Si la aplicamos para las velocidades

$$\frac{\text{sen} \hat{i}}{\text{sen} \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\frac{\text{sen} 20^\circ}{\text{sen} \hat{r}} = \frac{c}{0,80 \cdot c}$$

$$\hat{r} = \text{arcsen}(0,80 \text{sen} 20^\circ) = 15,88^\circ$$



Al pasar de un medio menos refringente (menor índice de refracción, o mayor velocidad de propagación) a otro más refringente (mayor índice de refracción, o menor velocidad de propagación), el rayo refractado se acerca a la normal. Esto sucede por ejemplo cuando un rayo luminoso pasa del aire al agua, y en el problema al pasar la radiación electromagnética de la antena de radar del vacío al agua.

**Pregunta 4.**

a) Describa brevemente las interacciones fundamentales de la naturaleza. Compare su alcance e intensidad.

b) El periodo de semidesintegración de un núclido radiactivo de masa atómica 109 u, que emite partículas beta, es de 462,6 días. Una muestra cuya masa inicial era de 100 g, tiene en la actualidad 20 g del núclido original. Calcule la constante de semidesintegración y la actividad actual de la muestra.

$$1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg.}$$

a)

Interacciones fundamentales son aquellas interacciones del universo que no pueden ser explicadas en función de otras más básicas. Las interacciones fundamentales conocidas hasta ahora son cuatro:

Interacción gravitatoria.

La interacción gravitatoria se debe a la masa. La interacción gravitatoria es la responsable de la estructura del universo a gran escala, pero casi no tiene efecto sobre las partículas ordinarias que componen la materia (partículas subatómicas, átomos, moléculas, etc.). La extensión de la interacción gravitatoria depende de la inversa del cuadrado de la distancia, la interacción es de alcance infinito, siempre atractiva y muy débil (G es muy pequeña). La fuerza gravitatoria entre dos cuerpos masivos viene dada por la ley de la gravitación universal

$$\vec{F}_g = -G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \vec{u}_r \quad ; \quad F_g = |\vec{F}_g| = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Es independiente del medio en que las masas estén inmersas (G siempre tiene el mismo valor,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ , independientemente del medio, por eso decimos que es una constante universal).

Interacción electromagnética.

La interacción electromagnética se da entre partículas cargadas. Es la responsable de la unión entre los electrones y los núcleos que forman los átomos, de la unión entre los átomos para formar moléculas, de las fuerzas intermoleculares que determinan el estado de agregación de las sustancias y de los cristales. La interacción electromagnética también depende de la inversa del cuadrado de la distancia, es de alcance infinito, pero a diferencia de la gravitatoria puede ser atractiva (si las cargas son de distinto signo) o repulsiva (si las cargas son del mismo signo), y es mucho más intensa que la interacción gravitatoria (k es mucho más grande que G). La fuerza eléctrica entre dos cargas viene dada por la ley de Coulomb

$$\vec{F}_e = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \vec{u}_r$$

La interacción electromagnética depende del medio en el que estén las cargas (k no es una constante universal, tiene un valor diferente en cada medio).

Interacción nuclear fuerte.

La interacción nuclear fuerte mantiene unidos los nucleones. Los nucleones son las partículas constituyentes del núcleo atómico, es decir, protones y neutrones, aunque éstos están formados por quarks, que son los afectados por la interacción nuclear fuerte. Los protones del núcleo se repelerían entre sí debido a su carga positiva de no ser por la interacción nuclear fuerte, por lo que ésta es la responsable de la estabilidad nuclear.



La interacción nuclear fuerte es atractiva, y mucho más intensa que la interacción electromagnética, pero desaparece a una distancia muy pequeña, del orden del tamaño de núcleos pequeños. Ello justifica la inestabilidad de los núcleos mayores.

Interacción nuclear débil.

La interacción nuclear débil es la responsable de la desintegración beta de los neutrones. Es atractiva, más débil que la interacción electromagnética, y de un alcance inferior al de la interacción nuclear fuerte.

Todo lo que sucede en el universo es debido a la actuación de una o más de estas interacciones, que según el Modelo Estándar se diferencian entre sí porque cada una implica el intercambio de un tipo diferente de partícula, denominada partícula de intercambio o intermediaria. Todas las partículas de intercambio son bosones: gravitones, fotones, gluones y bosones Z y W, correspondientes a las respectivas interacciones anteriores.

b)

A partir de la ecuación fundamental:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

El periodo de semidesintegración de un núclido radiactivo,  $T_{1/2}$ , es el tiempo necesario para que el número de núclidos presente en una muestra,  $N$ , se reduzca a la mitad.

$$N = \frac{N_0}{2} \quad ; \quad \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda \cdot T_{1/2}} \quad ; \quad \frac{1}{2} = e^{-\lambda \cdot T_{1/2}}$$

Y tomando logaritmos neperianos

$$\ln 1 - \ln 2 = -\lambda \cdot T_{1/2} \quad ; \quad \ln 2 = \lambda \cdot T_{1/2}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{462,6} = 1,498 \cdot 10^{-3} \text{ desintegraciones núclido}^{-1} \text{ día}^{-1}$$

Las unidades de tiempo no están expresadas en unidades del Sistema Internacional.

La actividad radiactiva,  $A$ , de una muestra o material es el número de desintegraciones por unidad de tiempo. Si la constante radiactiva,  $\lambda$ , es el número de desintegraciones por núclido y por unidad de tiempo, sólo hay que calcular el número de núclidos y sustituir en la expresión

$$A = \lambda \cdot N$$

El enunciado del problema está mal expresado: cada elemento químico tiene una masa atómica, que es la media ponderada de las masas de cada uno de sus isótopos (masas isotópicas) en función de su abundancia. La masa de un isótopo en concreto es la masa isotópica del mismo, y si despreciamos la masa de los electrones, coincide con la masa del núclido de ese isótopo. Por tanto donde dice masa atómica debería decir masa isotópica.

$$1 \text{ u} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g}$$

$$1 \text{ núclido} = 109 \text{ u}$$

$$20 \text{ g} \frac{1 \text{ u}}{1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g}} \frac{1 \text{ núclido}}{109 \text{ u}} = 1,10 \cdot 10^{23} \text{ núclidos}$$

Luego la actividad radiactiva será

$$A = \lambda \cdot N = 1,498 \cdot 10^{-3} \cdot 1,10 \cdot 10^{23} = 1,65 \cdot 10^{20} \text{ desintegraciones día}^{-1}$$

Como se ve, el dato de la masa inicial de la muestra no es necesario para resolver el problema. Probablemente el problema inicial tenía más apartados y pedía más cosas y se recortó pidiendo menos cosas pero sin quitar los datos sobrantes. La masa inicial podría haber servido para calcular la actividad inicial de la muestra, pero es trivial, pues si la masa inicial es cinco veces mayor que la final, su actividad también será cinco veces mayor:

$$100 \text{ g} \frac{1 \text{ u}}{1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g}} \frac{1 \text{ núclido}}{109 \text{ u}} = 5,49 \cdot 10^{23} \text{ núclidos}$$

Las pequeñas diferencias respecto al quintuplo exacto se debe a los redondeos.

$$A_0 = \lambda \cdot N_0 = 1,498 \cdot 10^{-3} \cdot 5,49 \cdot 10^{23} = 8,23 \cdot 10^{20} \text{ desintegraciones día}^{-1}$$

$$\frac{8,23 \cdot 10^{20}}{1,65 \cdot 10^{20}} = 4,99 \approx 5$$

También podría haber servido para calcular el tiempo transcurrido desde que teníamos 100 g hasta convertirse en 20:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Nótese que esta forma de la ecuación fundamental en función de las masas es equivalente a la habitual en función del número de núclidos, ya que

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad ; \quad N = \frac{m}{m_{\text{isotópica}}} \quad ; \quad N_0 = \frac{m_0}{m_{\text{isotópica}}}$$

usando la masa isotópica en gramos

$$\frac{m}{m_0} = e^{-\lambda \cdot t} \quad ; \quad \ln \frac{m}{m_0} = -\lambda \cdot t \cdot \ln e \quad ; \quad \ln \frac{m_0}{m} = \lambda \cdot t$$

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{m_0}{m} = \frac{1}{1,498 \cdot 10^{-3}} \ln \frac{100}{20} = 1074 \text{ días}$$

Recuerde que la constante radiactiva estaba en desintegraciones por núclido y por día.

## Opción B

## Pregunta 1.

a) Un bloque de acero está situado sobre la superficie terrestre. Indique justificadamente cómo se modificaría el valor de su peso si la masa de la Tierra se redujese a la mitad y se duplicase el radio.

b) El planeta Mercurio tiene un radio de 2440 km y la aceleración de la gravedad en su superficie es  $3,7 \text{ m s}^{-2}$ . Calcule la altura máxima que alcanza un objeto que se lanza verticalmente desde la superficie del planeta con una velocidad de  $0,5 \text{ m s}^{-1}$ .

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ .

a)

El peso es la fuerza con que la Tierra atrae a un cuerpo masivo que está en la superficie terrestre, luego es un caso particular de la ley de la gravedad

$$\vec{F}_g = -G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \vec{u}_r$$

La fuerza va a ser siempre radial y dirigida hacia el centro de la Tierra. Si nos fijamos sólo en su módulo

$$P = G \frac{m \cdot m_T}{(r_T)^2}$$

Donde P es el peso, m la masa del bloque de acero,  $m_T$  la masa terrestre y  $r_T$  el radio terrestre. Si la masa de la Tierra se redujese a la mitad, la nueva masa sería

$$m'_T = \frac{m_T}{2}$$

Y si el radio terrestre se duplicase, el nuevo radio sería

$$r'_T = 2 \cdot r_T$$

Sustituyendo en la expresión del nuevo peso, P'

$$P' = G \frac{m \cdot m'_T}{(r'_T)^2} = G \frac{m \cdot (m_T/2)}{(2r_T)^2} = \frac{1}{2} \frac{1}{4} G \frac{m \cdot m_T}{(r_T)^2} = \frac{1}{8} P$$

El nuevo peso se reduciría a la octava parte.

b)

Si suponemos que la altura que va a alcanzar el objeto es despreciable en comparación con el radio de Mercurio, podemos suponer que g es aproximadamente constante y usar las ecuaciones del M.R.U.A. de caída libre:

$$h = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad ; \quad v = v_0 - g \cdot t$$

O bien la que sale de eliminar el tiempo entre las dos ecuaciones anteriores:

$$v^2 = v_0^2 - 2 \cdot g(h - h_0)$$

Donde si ponemos el sistema de referencia en la superficie de Mercurio con el semieje positivo alejándonos del centro del planeta

$$0^2 = (0,5)^2 - 2 \cdot 3,7(h - 0)$$

$$h = 0,03 \text{ m}$$

Está claro que 0,03 m es despreciable frente a 2440 km y no hace falta emplear la conservación de la energía mecánica, con la expresión general de la energía potencial gravitatoria.

**Pregunta 2.**

a) Discuta la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones: i) “Al analizar el movimiento de una partícula cargada positivamente en un campo eléctrico observamos que se desplaza espontáneamente hacia puntos de potencial mayor”; ii) “Dos esferas de igual carga se repelen con una fuerza  $F$ . Si duplicamos el valor de la carga de cada una de las esferas y también duplicamos la distancia entre ellas, el valor  $F$  de la fuerza no varía”.

b) Se coloca una carga puntual de  $4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$  en el origen de coordenadas y otra carga puntual de  $-3 \cdot 10^{-9} \text{ C}$  en el punto  $(0,1) \text{ m}$ . Calcule el trabajo que hay que realizar para trasladar una carga de  $2 \cdot 10^{-9} \text{ C}$  desde el punto  $(1,2) \text{ m}$  hasta el punto  $(2,2) \text{ m}$ .

$$K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}.$$

a)

i)

Una partícula cargada bajo la acción de un campo eléctrico se mueve espontáneamente (debido a que el campo eléctrico es conservativo) siempre en la dirección y sentido que haga disminuir más rápidamente su energía potencial eléctrica.

Como el potencial eléctrico se define para la unidad de carga positiva, para una carga positiva el potencial disminuye en la misma dirección y sentido que la energía potencial.

$$V_e = \frac{E p_e}{q} \quad ; \quad q = +1 \text{ C}$$

En el caso de una carga negativa, esta se moverá espontáneamente en la dirección y sentido que haga disminuir más rápidamente su energía potencial eléctrica (debido a que el campo eléctrico es conservativo), pero su potencial eléctrico aumentará (por estar este definido para la unidad de carga positiva).

Por tanto la afirmación del apartado i) es falsa: la carga eléctrica positiva se desplazará espontáneamente hacia puntos de menor potencial eléctrico, porque en ellos tendrá menos energía potencial eléctrica.

ii)

Dos esferas con la misma carga,  $Q_1 = Q_2 = Q$ , se repelen mutuamente con una fuerza eléctrica o de Coulomb que en módulo vale:

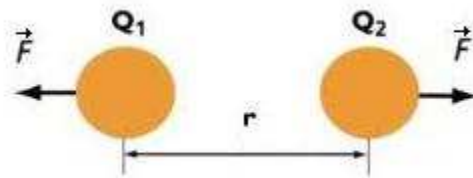
$$F = k \frac{Q \cdot Q}{r^2}$$

Duplicamos las cargas:

$$Q' = 2Q$$

Y duplicamos la distancia entre ellas:

$$r' = 2r$$



La dirección y sentido no varían. En módulo la nueva fuerza repulsiva entre ambas cargas valdrá:



$$F = k \frac{Q \cdot Q}{(r')^2} = k \frac{2Q \cdot 2Q}{(2r)^2} = k \frac{4Q \cdot Q}{4r^2} = k \frac{Q \cdot Q}{r^2} = F$$

Por tanto la fuerza no cambia y la afirmación de apartado ii) es correcta.

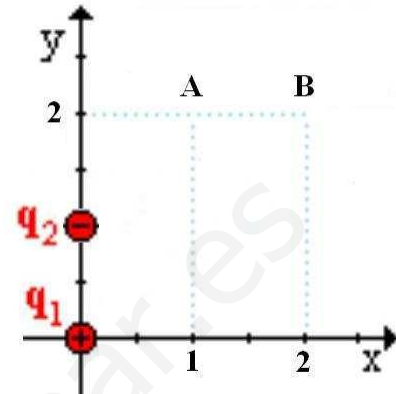
b)

El trabajo que realiza la fuerza para trasladar la carga  $q_3 = 2 \cdot 10^{-9} C$  desde el punto A (1,2) hasta el punto B (2,2) es la menos variación de la energía potencial eléctrica, ya que el campo eléctrico es un campo conservativo:

$$W = -\Delta E p_e = -(E p_B - E p_A) = E p_A - E p_B$$

También podemos expresarlo en función del potencial eléctrico:

$$V_e = \frac{E p_e}{q} \quad ; \quad E p_A = q_3 \cdot V_A \quad ; \quad E p_B = q_3 \cdot V_B$$



Quedando el trabajo como.

$$W_{A-B} = E p_A - E p_B = q_3 \cdot V_A - q_3 \cdot V_B = q_3 (V_A - V_B)$$

Según el principio de superposición de potenciales, el potencial en un punto de un campo eléctrico creado por dos o más cargas es la suma de los potenciales que crearía cada una de las cargas por separado:

$$V_T = \Sigma V_i$$

Luego el potencial en el punto A (1,2) será el potencial debido a la carga  $q_1 = 4 \cdot 10^{-9} C$  más el potencial debido a la carga  $q_2 = -3 \cdot 10^{-9} C$ . Y lo mismo el potencial en el punto B (2, 2).

Calculamos el potencial en el punto A:

$$V_A = V_{A,q_1} + V_{A,q_2} = k \frac{q_1}{r_{A,q_1}} + k \frac{q_2}{r_{A,q_2}} = 9 \cdot 10^9 \left( \frac{4 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{1^2 + 2^2}} + \frac{-3 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{1^2 + 1^2}} \right) = -3 J C^{-1}$$

Nótese que  $r_{A,q_1}$  es la distancia de la carga  $q_1$  al punto A, que es la hipotenusa del triángulo amarillo de la primera figura pequeña, y análogamente  $r_{A,q_2}$  en la siguiente figura.

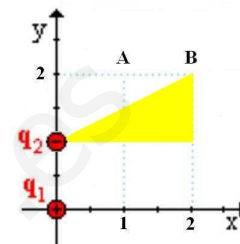
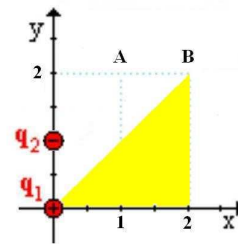
E igualmente para el punto B:

$$V_B = V_{B,q_1} + V_{B,q_2} = k \frac{q_1}{r_{B,q_1}} + k \frac{q_2}{r_{B,q_2}} = 9 \cdot 10^9 \left( \frac{4 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{2^2 + 2^2}} + \frac{-3 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{2^2 + 1^2}} \right) = 2,4 J C^{-1}$$

Sustituyendo en la expresión del trabajo que realiza la fuerza para trasladar la carga  $q_3 = 2 \cdot 10^{-9} C$  desde el punto A (1,2) hasta el punto B (2,2)

$$W_{A-B} = q_3(V_A - V_B) = 2 \cdot 10^{-9}(-3 - 2,4) = -1,2 \cdot 10^{-9} J$$

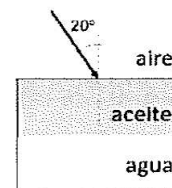
El trabajo es negativo y por tanto el proceso no es espontáneo, corresponde a la acción de una fuerza que desplaza la carga  $q_3$  desde un punto de menor a un punto de mayor energía potencial eléctrica.



**Pregunta 3.**

a) Enuncie las leyes de la reflexión y de la refracción de la luz. Explique la diferencia entre ambos fenómenos.

b) Sea un recipiente con agua cuya superficie está cubierta por una capa de aceite. Realice un diagrama que indique la trayectoria de los rayos de luz al pasar del aire al aceite y después al agua. Si un rayo de luz incide desde el aire sobre la capa de aceite con un ángulo de  $20^\circ$ , determine el ángulo de refracción en el agua. ¿Con qué velocidad se desplazará la luz por el aceite?



$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ ;  $n_{\text{aire}} = 1$ ;  $n_{\text{aceite}} = 1,45$ ;  $n_{\text{agua}} = 1,33$ .

a)

Cuando la luz incide sobre la superficie de separación de dos medios distintos transparentes, una parte de ella se refleja y vuelve por el mismo medio en el que se propaga, siguiendo las leyes de la reflexión, y otra parte pasa al segundo medio, en donde se refracta, siguiendo las leyes de la refracción, y se absorbe parcialmente.

Las leyes de la reflexión y de la refracción son leyes empíricas:

Leyes de la reflexión

- 1.ª El rayo incidente, la normal y el rayo reflejado están en un mismo plano.
- 2.ª El ángulo de incidencia,  $\hat{i}$ , y el ángulo de reflexión,  $\hat{r}$ , son iguales,  $\hat{i} = \hat{r}$ .

Leyes de la refracción

- 1.ª El rayo incidente, la normal y el rayo refractado están en un mismo plano.
- 2.ª Ley de Snell: el índice de refracción del medio donde inicialmente se propaga el rayo,  $n_1$ , por el seno del ángulo de incidencia,  $\hat{i}$ , es igual al índice de refracción del medio donde se refracta el rayo,  $n_2$ , por el seno del ángulo de refracción,  $\hat{r}$ ,  $n_1 \cdot \text{sen}(\hat{i}) = n_2 \cdot \text{sen}(\hat{r})$ , o bien

$$\frac{\text{sen}(\hat{i})}{\text{sen}(\hat{r})} = \frac{n_2}{n_1}$$

Diferencias entre la reflexión y la refracción:

- 1.ª En la reflexión la luz no cambia de medio ni de velocidad, mientras que en la refracción, sí.
- 2.ª En la reflexión el ángulo de incidencia es igual al de reflexión, mientras que en la refracción los ángulos de incidencia y de refracción son distintos.

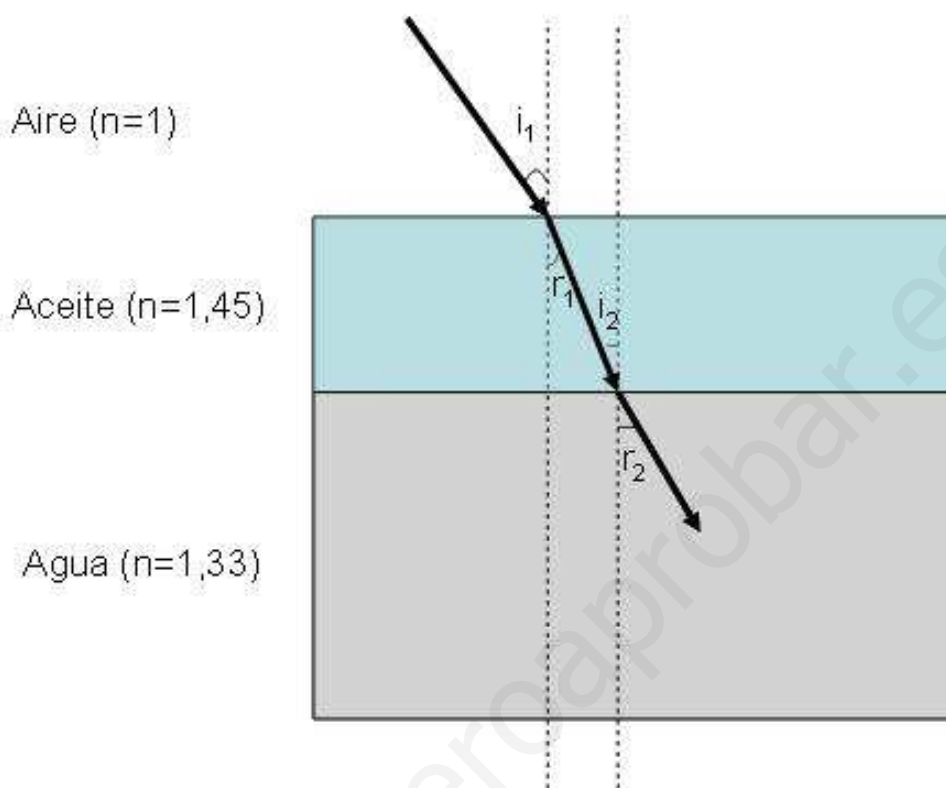
Basado en la cuestión 5.5 de la página 218 del libro *Física 2.0. Cuestiones y problemas para Bachillerato*, Moreno Hueso, Francisco José, Ed. Liberman

b)

En cada una de las dos refracciones, aire-aceite y aceite-agua, el rayo incidente, el refractado y la normal están en el mismo plano.

Como  $n_{\text{aire}} < n_{\text{aceite}}$ , el aceite es más refringente (mayor índice de refracción, o menor velocidad de propagación) que el aire, y el rayo refractado en la primera refracción se acercará a la normal, respecto al rayo incidente.

Como  $n_{\text{aceite}} > n_{\text{agua}}$ , el agua es menos refringente (menor índice de refracción, o mayor velocidad de propagación) que el aceite, y el rayo refractado en la segunda refracción se alejará de la normal. El esquema quedará así:



El ángulo incidente en la separación aire-aceite es  $i_1=20^\circ$ . El ángulo de refracción en el agua es  $r_2$ . Por tanto hay que calcular  $r_1$  en la refracción aire-aceite y luego a partir de  $r_1=i_2$  calcular  $r_2$  en la refracción aceite-agua..

Aplicando la ley de Snell a la refracción aire-aceite

$$\frac{\text{sen}(i_1)}{\text{sen}(r_1)} = \frac{n_{\text{aceite}}}{n_{\text{aire}}} \quad ; \quad \text{sen}(r_1) = \frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{aceite}}} \text{sen}(i_1)$$

$$r_1 = \arcsen \left[ \frac{n_{\text{aire}}}{n_{\text{aceite}}} \text{sen}(i_1) \right] = \arcsen \left[ \frac{1}{1,45} \text{sen}(20^\circ) \right] = 13,6^\circ$$

Comprobamos que efectivamente en la refracción aire-aceite el rayo refractado se acerca a la normal. Aplicando ahora la ley de Snell a la refracción aceite-agua:

$$\frac{\text{sen}(i_2)}{\text{sen}(r_2)} = \frac{n_{\text{agua}}}{n_{\text{aceite}}} \quad ; \quad \text{sen}(r_2) = \frac{n_{\text{aceite}}}{n_{\text{agua}}} \text{sen}(i_2)$$

$$r_2 = \operatorname{arcsen} \left[ \frac{n_{\text{aceite}}}{n_{\text{agua}}} \operatorname{sen}(i_2) \right] = \operatorname{arcsen} \left[ \frac{n_{\text{aceite}}}{n_{\text{agua}}} \operatorname{sen}(r_1) \right] = \operatorname{arcsen} \left[ \frac{1,45}{1,33} \operatorname{sen}(13,6^\circ) \right] = 14,9^\circ$$

Por tanto en la refracción aceite-agua el rayo refractado se aleja de la normal.

La velocidad de cualquier tipo de onda electromagnética en el vacío es de  $c=3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ . Llamamos luz a las ondas electromagnéticas percibidas por nuestro sentido de la vista, es decir las ondas electromagnéticas visibles. En cualquier otro medio transparente, la velocidad de la luz disminuye, pero lo hace en distinto grado según su frecuencia. Para cada tipo de luz, el grado en que disminuye su velocidad respecto al vacío en un cierto medio viene dado por el índice de refracción absoluto ( $n$ ), definido como la razón entre la velocidad en el vacío y la velocidad de la luz en ese medio.

$$n_{\text{medio transparente}} = \frac{v_{\text{en el vacío}}}{v_{\text{en el medio transparente}}} = \frac{c}{v_{\text{en el medio transparente}}}$$

Al ser la velocidad de la luz menor en cualquier medio distinto al vacío, el índice de refracción será siempre una cantidad mayor que la unidad.

$$n_{\text{cualquier medio transparente}} > 1$$

Cuanto mayor sea el índice de refracción de un medio, más refringente será, es decir, menor será la velocidad de la luz en el mismo.

Según los datos de la pregunta  $n_{\text{aire}} = 1$  y por tanto la luz se desplazaría a la misma velocidad en el aire que en el vacío. Como sabemos, en realidad la velocidad es algo menor, pero muy poco, es decir, considerar que el índice de refracción absoluto del aire es 1 es una aproximación que se usa habitualmente porque es una aproximación buena.

Al ser el índice de refracción en el aceite  $n_{\text{aceite}}=1,45$ , la velocidad de la luz en él es:

$$n_{\text{aceite}} = \frac{c}{v_{\text{aceite}}} \quad ; \quad v_{\text{aceite}} = \frac{c}{n_{\text{aceite}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{1,45} = 2,1 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

Esta pregunta es casi idéntica a la más extensa pregunta 2 de la opción B del examen de septiembre de 2013 de la Universidad del País Vasco,

[https://www.ehu.eus/documents/1940628/1977351/F%C3%ADsica\\_EX.pdf](https://www.ehu.eus/documents/1940628/1977351/F%C3%ADsica_EX.pdf)



**Pregunta 4.**

a) Enuncie el principio de dualidad onda-corpúsculo. Si un electrón y un neutrón se mueven con la misma velocidad, ¿cuál de los dos tiene asociada una longitud de onda menor?

b) Una lámina metálica comienza a emitir electrones al incidir sobre ella radiación de longitud de onda  $2,5 \cdot 10^{-7}$  m. Calcule la velocidad máxima de los fotoelectrones emitidos si la radiación que incide sobre la lámina tiene una longitud de onda de  $5 \cdot 10^{-8}$  m.

$h = 6,67 \cdot 10^{-34}$  J s;  $c = 3 \cdot 10^8$  m s<sup>-1</sup>;  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$  kg.

a)

De Broglie postula en 1928 que cualquier partícula de masa  $m$  que se mueva con una velocidad  $v$  tiene asociada una onda cuya longitud de onda  $\lambda$  viene dada por la expresión

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

Siendo  $h$  la constante de Planck y  $p$  la cantidad de movimiento o momento lineal. Esta expresión refleja que la longitud de onda asociada a una partícula es inversamente proporcional al producto de su masa por su velocidad.

Por tanto, a igual velocidad, cuanto mayor sea la masa, menor será la longitud de onda asociada. Como el neutrón tiene una masa mayor que la del electrón, su longitud de onda asociada será menor

b)

El efecto fotoeléctrico consiste en la emisión de electrones desde la superficie de un metal cuando incide sobre ella una radiación electromagnética de una frecuencia  $f$  igual o mayor de una frecuencia umbral  $f_0$ . Según Einstein, en el efecto fotoeléctrico tiene lugar una transferencia de energía de un fotón, de energía  $E_{\text{fotón}} = h \cdot f$ , a un electrón. Dicha energía se invierte en arrancar el electrón del metal y, si  $f > f_0$ , en suministrarle cierta energía cinética  $Ec = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ .

No todos los electrones del metal están igualmente ligados a su átomo. La energía necesaria para arrancar al electrón más débilmente ligado se llama trabajo de extracción,  $W_0 = h \cdot f_0$ . En este caso, si la energía del fotón es superior al trabajo de extracción del metal, arrancará el electrón y su energía cinética tendrá el máximo valor, de modo que se verifique la ecuación:

$$E_{\text{fotón}} = W_0 + Ec_{\text{máx}} \quad ; \quad h \cdot f = h \cdot f_0 + \frac{1}{2} m \cdot (v_{\text{máx}})^2$$

Si el metal comienza a emitir fotoelectrones al incidir sobre él radiación de longitud de onda  $2,5 \cdot 10^{-7}$  m, esta es la longitud de onda umbral, y a partir de ella podemos calcular la frecuencia umbral:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \quad ; \quad c = \lambda_0 \cdot f_0 \quad ; \quad f_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{2,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 1,2 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

La frecuencia de la segunda radiación electromagnética se calcula igualmente:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{5 \cdot 10^{-8} \text{ m}} = 6 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

Despejando la velocidad en la ecuación del efecto fotoeléctrico

$$h \cdot f = h \cdot f_0 + \frac{1}{2} m \cdot (v_{\text{máx}})^2 \quad ; \quad \frac{2h(f - f_0)}{m} = (v_{\text{máx}})^2$$

$$v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{2h(f - f_0)}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} (6 \cdot 10^{15} - 1,2 \cdot 10^{15})}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 2,64 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$$

NOTA

LA EXTENSIÓN Y EL GRADO DE DETALLE CON QUE ESTÁN RESUELTAS MUCHAS DE LAS PREGUNTAS NO SE CORRESPONDEN CON EL TIEMPO DISPONIBLE EN EL EXAMEN DE SELECTIVIDAD, SINO CON SU USO LUEGO EN CLASE COMO APOYO A LAS EXPLICACIONES TEÓRICAS.