TEMA 8

FÍSICA CUÁNTICA.

PROBLEMAS DE SELECTIVIDAD.

1. Un protón se acelera desde el reposo mediante una diferencia de potencial de 50 kV.
   a) Haga un análisis energético del problema y calcule la longitud de onda de De Broglie asociada a la partícula.
   b) ¿Qué diferencias cabría esperar si en lugar de un protón, la partícula acelerada fuera un electrón.
   $h = 6'62.10^{-34}$ J.s; $m_e = 9'1.10^{-31}$ kg; $e = 1'6.10^{-19}$ C; $m_P = 1'\,7.10^{-27}$ kg

El incremento energético sufrido por la partícula se invertirá en aumentar su energía cinética y, por tanto, su velocidad. Puesto que este tipo de campos (campos eléctricos) son de naturaleza conservativa, el aumento de energía cinético del protón se produce en perjuicio de su energía potencial, que disminuirá a un ritmo similar, de modo que, en todo momento, la energía total del sistema sea constante.
Recordando que:

$$\left.\begin{aligned} W &= \Delta E_K \\ W_{CONSERVATIVO} &= -\Delta E_P \end{aligned}\right\}$$

y, puesto que, como hemos dicho el campo es conservativo,
$\Delta E_K = -\Delta E_P \rightarrow \Delta E_K + \Delta E_P = 0$

La variación de energía cinética será igual a: $\Delta E_K = q.\Delta V = 1'6.10^{-19}.50.10^3 = 8.10^{-15}\,J$

(valor que no depende de la masa de la partícula)

Además, puesto que:

$$\Delta E_K = \frac{1}{2}m(\Delta v)^2 \xrightarrow{v_0=0} E_K = \frac{1}{2}mv^2$$

- <u>Para el caso del protón:</u>

$$8.10^{-15} = \frac{1}{2}.1'7.10^{-27}.v^2 \rightarrow v = 3'07.10^6\,m.s^{-1}$$

La longitud de onda asociada, será:

$$\lambda_p = \frac{h}{m.v_p} = \frac{6'62.10^{-34}}{1'7.10^{-27}.3'07.10^6} = 1'27.10^{-13}\,m$$

- <u>Para el caso del electrón:</u>

$$8.10^{-15} = \frac{1}{2}.9'1.10^{-31}.v^2 \rightarrow v = 1'32.10^8\,m.s^{-1}$$

La longitud de onda asociada, será:

$$\lambda_e = \frac{h}{m.v_e} = \frac{6'62.10^{-34}}{9'1.10^{-31}.1'32.10^8} = 5'51.10^{-12}\,m$$

2. Comente las siguientes afirmaciones:
   a) La teoría de Planck de la radiación emitida por un cuerpo negro afirma que la energía se absorbe o emite únicamente en cuantos de valor E = h.ν
   b) De Broglie postuló que, al igual que los fotones presentan un comportamiento dual de onda y partícula, una partícula presenta también dicho comportamiento dual.

a) Correcto. La hipótesis de Planck establece que la energía que emite o absorbe un oscilador mecánico es un múltiplo entero de la cantidad hυ, correspondiente esta al valor mínimo de energía de oscilación. Esta hipótesis fue verdaderamente arriesgada, puesto que un cuerpo negro es aquel que puede absorber y emitir toda la radiación. La consecuencia es que los cuantos en los que se divide la energía son tan pequeños que no se pueden distinguir de un continuo de energía.
   Sin embargo la teoría explica a la perfección las leyes de Wien y de Sfefan-Boltzman, y da sentido a la gráfica Intensidad Luminosa vs Longitud de onda de la emisión del cuerpo negro, solucionando la encrucijada a la que se había llegado al no poder dar explicación a la llamada CATÁSTROFE ULTRAVIOLETA.
   Además, el intercambio cuántico de energía en las cortezas electrónicas de los átomos resuelve de modo teórico las diferentes franjas (líneas) espectrales correspondientes a los distintos elementos químicos. Las líneas espectrales se corresponden con las frecuencias asociadas a las energías intercambiadas al producirse saltos electrónicos entre unos niveles y otros.
b) Correcto. Einstein había postulado la dualidad onda-corpúsculo para el fotón. De Broglie, basándose en esta hipótesis supuso la idea contraria. Si un paquete de energía E= hυ podía comportarse como una partícula material en su interacción con la materia, lo mismo podría suceder a una partícula material, que llevaría asociada una onda de longitud de onda dada por $\lambda = \frac{h}{mv}$. Sin embargo, dado el valor tan pequeño de la constante de Planck (h), a no ser que la velocidad sea muy pequeña, y dado que la masa no puede tomar valores demasiado pequeños para una partícula material , la longitud de onda asociada a la materia resulta muy pequeña

3. Comente las siguientes afirmaciones:
   a) El número de fotoelectrones emitidos por un metal es proporcional a la intensidad del haz luminoso incidente.
   b) La energía cinética máxima de los fotoelectrones emitidos por un metal aumenta con la frecuencia del haz de luz incidente.

a) Falso. El número de fotoelectrones no depende de la intensidad de luz incidente, sino de la frecuencia de tal radiación.
Así, una radiación poco intensa pero de frecuencia superior a un determinado valor (conocido como FRECUENCIA UMBRAL) sí produce efecto fotoeléctrico, en tanto que, para una radiación de frecuencia inferior al valor umbral pero con una intensidad luminosa muy grande, tal efecto no se producirá.
La explicación se puede realizar mediante una interpretación cuántica de la luz. Cuando una radiación interacciona con una partícula material, la luz intercambia energía con la placa metálica a través de cuantos o paquetes de energía, cuyo valor viene dado por la igualdad:

$$E = h.\nu$$

La teoría electromagnética clásica no puede explicar el fenómeno indicado, puesto que la energía de una onda estaría repartida por todo el frente de onda. Puesto que la intensidad de una radiación es, entre otras, proporcional a la frecuencia, estando, además, repartida por toda el frente. De este modo, una intensidad pequeña (que viene a decir poca energía) requeriría una larga exposición para que el metal absorbiera toda la energía requerida.
En cambio, según la nueva teoría, poca intensidad es equivalente a decir “pocos fotones”, pero todos ellos con la energía dada por:

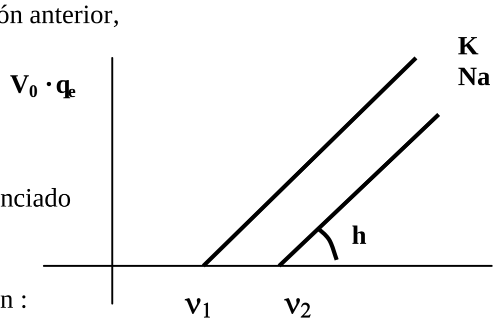
$$E = h.\nu$$

Si la intensidad de la radiación es grande, mayor será el número de fotoelectrones que llegarán al ánodo, lo que producirá una mayor intensidad de corriente. Además, la instantaneidad de fenómeno es consecuencia del “bombardeo” específico sobre cada electrón por parte de cada fotón que es absorbido.

b) Verdadero. Millikan realizó el estudio de la relación entre el potencial de corte –V0- y la frecuencia de la luz incidente iluminando diferentes metales. Iluminó sodio y potasio con luces de distinta frecuencia.
Obtuvo unos valores para los potenciales de corte que representados frente a la frecuencia, tal como se muestra, dan rectas de pendiente igual para cualquier metal. La pendiente es la constante de Plank –h-.
En realidad estamos representando la energía cinética máxima de los electrones frente a varias frecuencias de luz incidente.
$V_o q = ½ m v^2$. El Potencial multiplicado por la carga del electrón es igual al trabajo. Se denomina energía máxima por fotoelectrón:

$$V_o \cdot q = h\nu - h\nu_o$$

ν_0 (frecuencia umbral) , es la frecuencia mínima de la luz necesaria para extraer electrones de un metal dado que lleva asociada una energía $h\nu_0$.
Por lo tanto, si el fotón incidente posee mayor frecuencia (mayor energía), la diferencia $(h\nu - h\nu_0)$ será mayor. Y esa diferencia es, precisamente, la energía cinética máxima de los electrones, que, de este modo, aumenta con la frecuencia de la radiación
La representación gráfica de la ecuación anterior,



Se observa, además, que la frecuencia de extracción es menor para el potasio que para el sodio.

Otro modo de razonar la veracidad del enunciado es analizando la ecuación:

$$h\nu = \Phi_0 + E_K\,(max)$$

La energía del fotón incidente se invierte en :
1) Llevar al electrón hasta su superficie; dicho de otro modo, sacarlo de su pozo de potencial.
2) Dotar de energía cinética al electrón para poder realizar su desplazamiento hacia el ánodo. Siendo el trabajo de extracción un valor constante, propio de cada metal, se deduce fácilmente que a mayor energía de la radiación incidente, mayor será el porcentaje de esa energía “invertido” en la energía cinética.

4. Una onda electromagnética tiene, en el vacío, una longitud de onda de 5.10^{-7} m.

a) Determine la frecuencia y el número de onda. ¿Cuál es la energía de los fotones?

b) Si dicha onda entra en un determinado medio, su velocidad se reduce a 3c/4. Determine el índice de refracción del medio y la frecuencia y la longitud de onda en el medio.

$c = 3.10^8$ m.s^{-1}; $h = 6'62.10^{-34}$ J.s

$\lambda = 5.10^{-7}$ m

a) ¿ν?; ¿número de onda ($\overline{\nu} = \frac{1}{\lambda}$)? ¿Energía fotón?

b) Si $v = \frac{3c}{4} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{¿índice refracción (n)?} \\ ¿\nu? \\ ¿\lambda? \end{array} \right\}$

a) Para una onda electromagnética, como sabemos:

$$\lambda.\nu = c \rightarrow 5.10^{-7}.\nu = 3.10^{8} \rightarrow\rightarrow \nu = \frac{3.10^{8}}{5.10^{-7}} = 6.10^{14}\ \text{Hz}$$

Por otro lado, como se ha indicado:

$$\overline{\nu} = \frac{1}{\lambda} \rightarrow \overline{\nu} = \frac{1}{5.10^{-7}} = 2.10^{6}\, m^{-1}$$

$$E = h.\nu = 6'62.10^{-34}.2.10^{6} = 3'97.10^{-19}\text{J} \equiv 2'48\text{eV}$$

b)

$$v = \frac{3c}{4} = 2'25.10^{8}\, ms^{-1}$$

$$n = \frac{c}{v} \rightarrow \frac{3c}{4} = \frac{c}{v} \rightarrow n = \frac{c}{v} \rightarrow n = \frac{c}{\left(\frac{3c}{4}\right)} \rightarrow n = \frac{4}{3}$$

- La frecuencia de la radiación no se ve modificada, puesto que se trata de una propiedad del foco, es decir, de una característica intrínseca de la radiación, independiente del medio por el que se propaga la onda electromagnética.

- Puesto que $\lambda.\nu = v$: $\lambda.6.10^{14} = 2'25.10^{8} \rightarrow \lambda = \frac{2'25.10^{8}}{6.10^{14}} = 3'75.10^{-7}\, m$

5. El cátodo metálico de una célula fotoeléctrica se ilumina simultáneamente con dos radiaciones monocromáticas: I_1 = 228 nm y I_2 = 524 nm. El trabajo de extracción de un electrón de este cátodo es W = 3'40 eV.
   a) ¿Cuál de las radiaciones produce efecto fotoeléctrico?. Razone la respuesta.
   b) Calcule la velocidad máxima de los electrones emitidos. ¿Cómo varía dicha velocidad al duplicar la intensidad de la radiación luminosa incidente?

   $h = 6'62.10^{-34}$ J.s; $m_e = 9'1.10^{-31}$ kg; $e = 1'6.10^{-19}$ C; $c = 3.10^8$ m.s^{-1}

$$\left.\begin{array}{l}\lambda_1 = 228nm\\ \lambda_2 = 524nm\\ W_{EXTRACCIÓN} = 3'40eV\end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l}\text{a) ¿Cuál produce E.F?}\\ \text{b) ¿}v_{MAX}\text{?}\\ \text{c) ¿Cómo varía } v_{MAX} \text{ al duplicar la intensidad luminosa?}\end{array}\right\}$$

$$E = W_{EXTRACCIÓN} + E_K(\text{max}) \rightarrow h\nu = h\nu_0 + eV_0$$

a) El E.F se producirá cuando sobre el metal incidan fotones cuya energía sea superior al trabajo de extracción. Matemáticamente:

$$\text{Si } E = W_{EXTRACCIÓN} \rightarrow E_{FOTÓN} > W_{EXTRACCIÓN} \rightarrow E_{FOTÓN} > 3'40.1'6.10^{-19} \rightarrow$$
$$\rightarrow E_{FOTÓN} > 5'44.10^{-19}\,j$$

Vamos a analizar, pues, cuál (o cuáles) de las radiaciones se corresponde con fotones cuya energía supere al valor calculado:

$$\left[\begin{array}{l}\lambda_1 = 228.10^{-9}\,\text{m} \rightarrow \nu_1 = \dfrac{3.10^8}{228.10^{-9}} = 1'32.10^{15}\,\text{Hz} \rightarrow E_1 = h\nu_1 = 8'74.10^{-19}\,\text{J} = 5'46\text{eV}\\ \lambda_2 = 534.10^{-9}\,\text{m} \rightarrow \nu_1 = \dfrac{3.10^8}{524.10^{-9}} = 5'73.10^{14}\,\text{Hz} \rightarrow E_2 = h\nu_2 = 3'79.10^{-19}\,\text{J} = 2'37\text{eV}\end{array}\right.$$

La radiación que produce E.F es la primera, cuyo valor excede al trabajo de extracción

b) Para la radiación que produce el efecto,

$$E = W_{EXTRACCIÓN} + E_K(\text{max}) \rightarrow E_K(\text{max}) = E - W_{EXTRACCIÓN} = 8'74.10^{-19} - 5'44.10^{-19} =$$
$$= 3'30.10^{-19}\,J = 2'06eV$$

$$E_K(\text{max}) = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow 3'30.10^{-19} = \frac{1}{2}.9'1.10^{-31}.v^2 \rightarrow v = 8'52.10^5\,m.s^{-1}$$

c) Si la intensidad se duplica, se duplicará el número de fotones que inciden sobre la placa metálica, aunque, desde luego, su energía será la misma. Así, si el número de fotones que inciden es el doble, también se duplicará el número de fotoelectrones emitidos (aunque con igual energía cinética máxima). Por lo tanto, también se duplicará la intensidad de corriente.

6. Sea una célula fotoeléctrica con fotocátodo de potasio, de trabajo de extracción 2'22 eV. Mediante un análisis energético del problema, conteste razonadamente a las siguientes preguntas:
   a) ¿Se podría utilizar esta célula fotoeléctrica para funcionar con luz visible? (el espectro visible está comprendido entre 380.10^{-9} m y 780.10^{-9} m)
   b) En caso afirmativo, ¿cuánto vale la longitud de onda asociada a los electrones de máxima energía extraídos con luz visible?

   $h = 6'62.10^{-34}$ J.s; $m_e = 9'1.10^{-31}$ kg; $e = 1'6.10^{-19}$ C; $c = 3.10^8$ m.s^{-1}

$\Phi_0 = 2'22 eV$

a) Habrá efecto fotoeléctrico en la franja del visible (380 - 780 nm)?

b) En caso afirmativo, cuál será la longitud de onda de los electrones de máxima energía?

El efecto fotoeléctrico (EF) puede ser descrito en términos matemáticos a través de la fórmula planteada por Einstein, para explicar cuantitativamente este fenómeno:

$$E = \Phi_0 + E_K(\text{max})$$

Es fácil comprender que el EF se producirá siempre y cuando $E > \Phi_0$

-Comencemos con la primera de las radiaciones:

$$\lambda_1.\nu_1 = c \rightarrow \nu_1 = \frac{3.10^8}{380.10^{-9}} = 7'90.10^{14}\, Hz$$

En cuanto a la energía que transporta el cuanto de luz:

$$E = h.\nu_1 = 6.62.10^{-34}.7'90.10^{14} = 5'23.10^{-19}\, J = 3'27 eV$$

-Si realizamos idéntico procedimiento para la longitud de onda más alta:

$$\lambda_2.\nu_2 = c \rightarrow \nu_1 = \frac{3.10^8}{780.10^{-9}} = 3'85.10^{14}\, Hz$$

En cuanto a la energía que transporta el cuanto de luz:

$$E = h.\nu_1 = 6.62.10^{-34}.3'85.10^{14} = 2'55.10^{-19}\, J = 1'59\, eV$$

Como vemos, no todo el rango de energías correspondientes a los fotones de la radiación visible contiene a la radiación cuya frecuencia coincide con el trabajo de extracción de los electrones del metal. Tan sólo las radiaciones cuya energía sea superior a tal valor producirán efecto fotoeléctrico.

De todas estas radiaciones, es el violeta el color cuya frecuencia es mayor, por lo que son las emisiones más energéticas (del rango visible). Por ello, los fotones de la radiación correspondiente al violeta serán los que suministren una mayor energía cinética a los fotoelectrones:

$$3'27 = 2'22 + E_K(\text{max}) \rightarrow E_K(\text{max}) = 1'05 eV \equiv 1'68.10^{-19}\, J$$

A estos electrones les corresponderá una velocidad:

$$1'68.10^{-19} = \frac{1}{2}\text{mv}^2 \rightarrow \text{v} = \sqrt{\frac{2.1'68.10^{-19}}{9'1.10^{-31}}} = 6'08.10^5\, ms^{-1}$$

Para determinar la longitud de onda asociada al electrón, recordemos que, según **de Broglie**, esta será

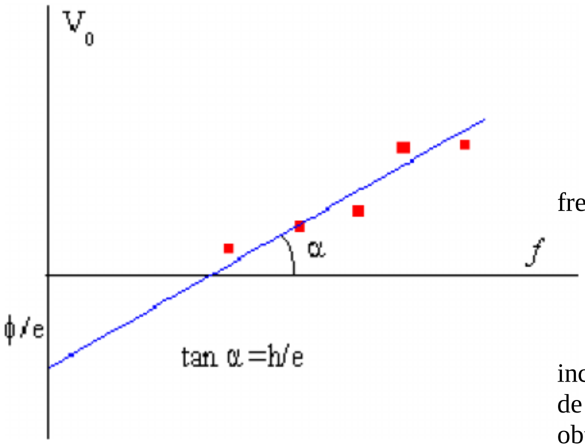
$$\lambda = \frac{\text{h}}{\text{mv}_\text{e}} \rightarrow \lambda = \frac{6'62.10^{-34}}{9'1.10^{-31}.6'08.10^5} = 1'20.10^{-9}\, m$$

7. Se llama "diferencia de potencial de corte" de una célula fotoeléctrica, V_c, a la que hay que aplicar entre el ánodo y el fotocátodo para anular la intensidad de corriente.

   a) Dibuje y comente la gráfica que relaciona V_c con la frecuencia de la luz incidente y escriba la expresión de la ley física correspondiente.

   b) ¿Dependerá la gráfica anterior del material que constituye el fotocátodo? ¿Puede determinarse la constante de Planck a partir de una gráfica experimental de V_c frente a la frecuencia de la radiación incidente? Indique cómo.

a)



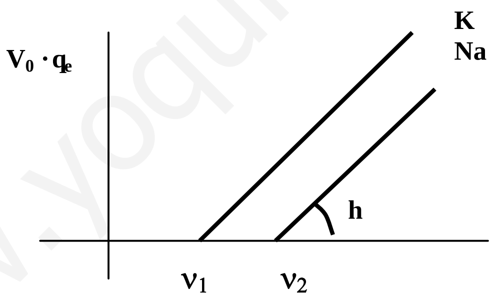
$$E_K\,(\max) = h\nu - \Phi_0 \rightarrow$$
$$\rightarrow eV_0 = h\nu - \Phi_0 \rightarrow$$
$$\rightarrow V_0 = \frac{h}{e}\nu - \frac{\Phi_0}{e}$$

Si la energía cinética es nula, existe una frecuencia umbral (ν_0) tal que:

$$0 = h\nu_0 - \Phi_0 \rightarrow \nu_0 = \frac{\Phi_0}{h}$$

Variando la frecuencia de la radiación incidente, podremos obtener una serie de valores de V_0, de forma que la representación gráfica obtenida (ver figura) da lugar a una recta de ordenada en el origen ν_0 , y de pendiente $\frac{h}{e}$, INDEPENDIENTEMENTE DEL METAL utilizado en la experiencia.

b) la gráfica si se modificará, puesto que cada metal posee una frecuencia umbral característica por debajo de la que no aparece efecto fotoeléctrico, independientemente de la intensidad de la radiación incidente. La realización de un experimento paralelo utilizando otro metal dará lugar a una nueva recta con diferente frecuencia umbral, pero que, sin embargo, poseerá igual pendiente.



8. Un haz de luz de longitud de onda 546.10^{-9} m penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio, cuyo trabajo de extracción es 2 eV.

a) Explique las transformaciones energéticas en el proceso de fotoemisión y calcule la energía cinética máxima de los electrones emitidos.

b) ¿Qué ocurriría si la longitud de onda incidente en la célula fotoeléctrica fuera el doble de la anterior?

$\lambda = 546.10^{-9}\, m$

$\Phi_0 = 2eV = 3'2.10^{-19}\, J$

a) <u>Transformaciones energéticas</u>. $E = \Phi_0 + E_K(\text{max})$

La energía que porta el fotón se invierte, por un lado en extraer el electrón de su pozo de potencial, y por otro, en aportar energía cinética a dicho electrón. La primera fracción de energía conducirá al electrón hasta la superficie última del metal, donde puede considerarse que más allá de este "límite" el electrón deja de pertenecer al metal. La segunda de las fracciones comunica la energía suficiente como para que ese electrón abandone definitivamente el metal y se dirija (dotado de velocidad, o lo que es lo mismo, de energía cinética) hasta la superficie del ánodo, con lo que se producirá efecto fotoeléctrico (E.F).

En nuestro caso:

$$E = \Phi_0 + E_K(\text{max}) \rightarrow h\nu = h\nu_0 + E_K(\text{max}) \rightarrow \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + E_K(\text{max}) \rightarrow$$

$$\rightarrow E_K(\text{max}) = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{6'62.10^{-34}.3.10^{8}}{546.10^{-9}} - 3'2.10^{-19} = 4'37.10^{-20}\, J = 2'27eV$$

Es decir, la energía correspondiente a cada fotón de la radiación se emplea, por un lado en extraer el electrón hasta la superficie del metal (lo que requiere una energía igual a $2eV = 3'2.10^{-19}\, J = \Phi_0$). El resto de esa energía (2´27-2=0´27eV) es energía cinética para permitir que el electrón se desplace hasta el ánodo y se produzca el efecto fotoeléctrico. Puesto que se trata de una $E_K(\text{max})$, esta será la que corresponda al electrón menos ligado al átomo, es decir, el más externo.

b) Si $\lambda' = 2\lambda \rightarrow \lambda' = 1'092.10^{-6}\, m$, y la energía de la radiación será:

$$E = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{6'62.10^{-34}.3.10^{8}}{1'092.10^{-6}} = 1'82.10^{-19}\, J = 1'14eV$$

, valor inferior al trabajo de extracción, por lo que este tipo de radiación no producirá E.F

9. Al absorber un fotón se produce en un átomo una transición electrónica entre dos niveles separados por una energía de 12.10^{-19} J.

   a) Explique, energéticamente, el proceso de absorción del fotón por el átomo. ¿Volverá espontáneamente el átomo a su estado inicial?

   b) Si el mismo fotón incidiera en la superficie de un metal cuyo trabajo de extracción es de 3 eV, ¿se produciría emisión fotoeléctrica?

   Datos: h = $6'62.10^{-34}$ J.s; $m_e = 9'1.10^{-31}$ kg; e = $1'6.10^{-19}$ C

a) Si sobre un átomo incide un fotón, la energía de este último es absorbida por uno de los electrones, de manera que se producirá un tránsito entre dos estados electrónicos E_1 y E_2. El nuevo estado E_2 del electrón será un estado excitado, inestable, con lo que, espontáneamente, el electrón regresará a su estado fundamental, reemitiendo la energía captada al absorber la energía del cuanto.
Matemáticamente, y desde un punto de vista energético, la conservación de la energía en el sistema electrón-fotón se representa como:

$$E_2 = E_1 + h\nu$$

b) Desde luego la energía del fotón será la correspondiente al salto electrónico, es decir, el correspondiente a la diferencia energética entre los dos estados electrónicos. Por lo tanto, resulta fácil deducir si esta radiación sería capaz de producir EF en la superficie de un metal con un trabajo de extracción de 3 eV.

$$E = \Phi_0 + E_K(\text{max})$$

Para producirse EF, la energía de la radiación incidente deberá ser mayor que el trabajo de extracción. Veamos si ello se cumple:

$$\left.\begin{array}{l}\Phi_0 = 3eV = 3.1'6.10^{-19} = 4'8.10^{-19}\,J\\ E = 12.10^{-19}\,J\end{array}\right\} \rightarrow E > \Phi_0$$

Por lo tanto sí se producirá EF, con lo que el electrón escapará del metal. La energía cinética máxima será:

$$E - \Phi_0 = E_K(\text{max}) = 7'2.10^{-19}\,J$$

10. a) ¿Qué se entiende por dualidad onda-corpúsculo?
    b) Un protón y un electrón tienen la misma velocidad. ¿Serán iguales las longitudes de onda de De Broglie de ambas partículas? Razone la respuesta.

A principios del siglo XX existía aún la disyuntiva entre la teoría ondulatoria de la luz y la corpuscular, ya que por una parte los fenómenos de interferencia, difracción, propagación y polarización se explicaban mejor considerando la luz como una onda, mientras que los fenómenos en los que había una interacción radiación-materia (efecto fotoeléctrico, efecto Compton), la teoría corpuscular era la que estaba de acuerdo con los resultados experimentales.
En 1924, Louis de Broglie publicó una tesis doctoral que causó sensación en el mundo de la física y en la que hacía esencialmente los siguientes razonamientos:
a) la naturaleza es en su conjunto sorprendentemente simétrica;
b) el universo observable está compuesto totalmente de luz y materia;
c) teniendo en cuenta la dualidad de la naturaleza de la luz y el comportamiento simétrico de la naturaleza, se puede pensar que también la materia puede tener esta dualidad onda-corpúsculo.
Las sugerencias de De Broglie no hubieran logrado llamar la atención si no hubiera predicho la longitud de onda que era de esperar tuviera la materia, pues supuso que las ondas asociadas a la materia debían obedecer a las mismas ecuaciones que las de la luz. Para ésta, según Einstein $E = mc^2$, y según Planck $E = h\upsilon$. Igualando y despejando la longitud de onda de la luz obtenemos:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

donde λ es la longitud de onda y p la cantidad de movimiento del fotón. Como vemos, dicha ecuación contiene la *dualidad onda-corpúsculo*, pues el primer miembro (λ) se refiere a la propiedad ondulatoria, mientras que el segundo (p) a la propiedad corpuscular.
Fue Elsasser quien en 1926 intuyó que la naturaleza ondulatoria de la materia podría probarse dirigiendo un haz de electrones a un sólido cristalino. Esta idea fue ensayada por Davisson y Germer en Estados Unidos y la longitud de onda asociada a los electrones coincidió con la relación de De Broglie,

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Era la confirmación de la teoría de la dualidad onda-corpúsculo.

b)

$$\left.\begin{array}{l} m_p = 1´67.10^{-27}\,Kg \rightarrow \lambda_p = \dfrac{6´62.10^{-34}}{1´67.10^{-27}.v} \\ m_e = 9´1.10^{-31}\,Kg \rightarrow \lambda_e = \dfrac{6´62.10^{-34}}{9´1.10^{-31}.v} \end{array}\right\} \frac{\lambda_p}{\lambda_e} = \frac{\left(\dfrac{6´62.10^{-34}}{1´67.10^{-27}.v}\right)}{\left(\dfrac{6´62.10^{-34}}{9´1.10^{-31}.v}\right)} = \frac{\left(\dfrac{1}{1´67.10^{-27}}\right)}{\left(\dfrac{1}{9´1.10^{-31}}\right)} \rightarrow$$

$$\frac{\lambda_p}{\lambda_e} = \frac{9´1.10^{-31}}{1´67.10^{-27}} = 5´45.10^{-4} \rightarrow \lambda_p = 5´45.10^{-4}.\lambda_e \rightarrow \lambda_p < \lambda_e$$

Esta claro que no son iguales.

11. Un metal, para el que la longitud de onda umbral de efecto fotoeléctrico es λ = 275 nm, se ilumina con luz de λ = 180 nm. a) Explique el proceso en términos energéticos. b) Calcule la longitud de onda, frecuencia y energía cinética de los fotoelectrones.
$c = 3.10^{8}\ ms^{-1}$; $h = 6,63.\ 10^{-34}$ J s

$\lambda_0 = 275.10^{-9}\,m$

$\lambda = 180.10^{-9}\,m$

a) <u>Transformaciones energéticas</u>. $E = \Phi_0 + E_K\,(\mathrm{max})$

La energía que porta el fotón se invierte, por un lado en extraer el electrón de su pozo de potencial, y por otro, en aportar energía cinética a dicho electrón. La primera fracción de energía conducirá al electrón hasta la superficie última del metal, donde puede considerarse que más allá de este "límite" el electrón deja de pertenecer al metal. La segunda de las fracciones comunica la energía suficiente como para que ese electrón abandone definitivamente el metal y se dirija (dotado de velocidad, o lo que es lo mismo, de energía cinética) hasta la superficie del ánodo, con lo que se producirá efecto fotoeléctrico (E.F).

En nuestro caso:

$$\left.\begin{aligned} E &= \frac{6'62.10^{-34}.3.10^{8}}{180.10^{-9}} = 1'10.10^{-18}\,J = 6'88eV \\ \Phi_0 &= \frac{6'62.10^{-34}.3.10^{8}}{275.10^{-9}} = 7'22.10^{-19}\,J = 4'51eV \end{aligned}\right\}$$

$$E = \Phi_0 + E_K\,(\mathrm{max}) \rightarrow E_K\,(\mathrm{max}) = 1'10.10^{-18} - 7'22.10^{-19} = 3'81.10^{-19}\,J = 2'38eV$$

Es decir, la energía correspondiente a cada fotón de la radiación se emplea, por un lado en extraer el electrón hasta la superficie del metal (lo que requiere una energía igual a $4'812eV (= \Phi_0)$. El resto de esa energía (2´38eV) es energía cinética para permitir que el electrón se desplace hasta el ánodo y se produzca el efecto fotoeléctrico. Puesto que se trata de una $E_K\,(\mathrm{max})$, esta será la que corresponda al electrón menos ligado al átomo, es decir, el más externo.

Para determinar la velocidad con la que se desplazan esos fotoelectrones:

$$\mathrm{E_K\,(max)} = \frac{1}{2}\mathrm{mv}^2 \rightarrow 3'81.10^{-19} = \frac{1}{2}.9'1.10^{-31}\mathrm{v}^2 \rightarrow \mathrm{v} = 9'15.10^{5}\,ms^{-1}$$

b) Según la hipótesis de De Broglie, toda partícula material debe llevar asociada una longitud de onda, al presentar también una naturaleza ondulatoria. La longitud de onda asociada puede expresarse a través de:

$$\lambda = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{mv}} \rightarrow \lambda = \frac{6'62.10^{-34}}{9'1.10^{-31}.9'15.10^{5}} = 7'95.10^{-10}\,m$$

En cuanto a la frecuencia:

$$\lambda\nu = \mathrm{v} \rightarrow \nu = \frac{9'15.10^{5}}{7'95.10^{-10}} = 1'15.10^{15}\,Hz$$

12. Al incidir luz de longitud de onda $\lambda = 620.10^{-9}$ m sobre una fotocélula se emiten electrones con una energía cinética máxima de 0,14 eV.

a) Calcule el trabajo de extracción y la frecuencia umbral de la fotocélula.

b) ¿Qué diferencia cabría esperar en los resultados del apartado a) si la longitud de onda incidente fuera doble?

$h = 6{,}6.10^{-34}$ J s ; $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; $c = 3.10^{8}$ m s^{-1}

$\lambda = 620.10^{-9}$ m

$E_K(\max) = 0{'}14$eV

a)¿Φ_0?¿ν_0?

b) Y si $\lambda' = 2\lambda$ ¿a)?

a) Como bien recordaremos, la explicación al EF vino dado por Albert Einstein, suponiendo la interacción radiación-materia a través de paquetes de energía o cuantos, más tarde llamados FOTONES. Matemáticamente, el fenómeno queda descrito por la ecuación:

$$E = \Phi_0 + E_K(\max) \rightarrow h\nu = h\nu_0 + E_K(\max)$$

Sustituyendo:

$$h\nu = h\nu_0 + E_K(\max) \rightarrow \frac{hc}{\lambda} = h\nu_0 + E_K(\max) \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{6{'}62.10^{-34}.3.10^{8}}{620.10^{-9}} = 6{'}62.10^{-34}\,\nu_0 + 0{'}14.1{'}6.10^{-19} \rightarrow \nu_0 = 4{'}5.10^{14}\,Hz \rightarrow$$

$$\rightarrow \Phi_0 = h\nu_0 = 6{'}62.10^{-34}.4{'}5.10^{14} = 2{'}98.10^{-19}\,J$$

b) En el caso en el que la radiación posea una longitud de onda $\lambda = 1{'}24.10^{-6}\,m$, la energía del fotón será:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{'}62.10^{-34}.3.10^{8}}{1{'}24.10^{-6}} = 1{'}6.10^{-19}\,J$$

Y, puesto que, comparando la energía de este fotón con el trabajo de extracción vemos que:

$$E_{FOTÓN} < \Phi_0$$

, con lo que podemos decir que no se producirá EF con esa longitud de onda.

13. a) Enuncie la hipótesis de De Broglie e indique de qué depende la longitud de onda asociada a la partícula.
b) ¿Se podría determinar simultáneamente, con exactitud, la posición y la cantidad de movimiento de una partícula? Razone la respuesta.

a) El hecho de que a la luz presente tanto propiedades ondulatorias como de partícula sugirió a Louis De Broglie que una partícula pequeña como un electrón puede tener propiedades de onda en circunstancias adecuadas. En 1924, el físico francés hizo el siguiente razonamiento:

- La naturaleza es sorprendentemente simétrica de muchas maneras.
- Nuestro universo observable está compuesto totalmente de luz y de materia.
- Teniendo en cuenta la dualidad onda-corpúsculo de la luz (Young-Einstein), quizás también la materia goce de esta cualidad.

La sugerencia de de Broglie quizás no hubiera recibido seria atención si no hubiera predicho cuál debía ser la longitud de onda asociada a las llamadas ondas de materia. Recordemos que en 1680, Huygens propuso una teoría ondulatoria de la luz que no recibió aceptación general, en parte porque Huygens no pudo precisar cuál era la longitud de onda de la luz. Cuando Thomas Young rectificó este defecto en 1800, comenzó a aceptarse la teoría ondulatoria. De Broglie supuso que la longitud de onda de las ondas de materia predichas debía estar dada por la misma relación aplicable a la luz, o sea:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m.v}$$

, que relaciona la longitud de onda de una onda luminosa con la cantidad de movimiento de los fotones asociados con ella. La doble naturaleza de la luz se muestra de una manera sorprendente en esta ecuación y también en la de Planck ($E=h\upsilon$). Ambas expresiones contiene en su estructura tanto el concepto de onda (λ,υ) como un concepto de partícula (E,p). De Broglie predijo que las longitudes de ondas de las materias también debían estar dadas por la ecuación anterior, en la cual "p" tendría que ser la cantidad de movimiento de la partícula de materia.
Esta conclusión se extendió y generalizó para toda la materia de manera que no solo los fotones llevan asociada una onda sino que toda la materia presenta esta dualidad, para cualquier tipo de materia. Esta teoría fue confirmada experimentalmente cuando se consiguió realizar la difracción de electrones.
Todos los objetos de la vida cotidiana presentan un comportamiento ondulatorio aunque no lo observamos. Esto es debido a que la masa es muy grande y por tanto λ es muy pequeña. Sin embargo las partículas atómicas tienen masas comparables a la cte de Planck y por tanto sus longitudes de onda son apreciables.

b) Los descubrimientos de principios del Siglo XX habían culminado con la sorprendente conclusión, por parte de Louis de Broglie, de que la materia se comporta a la vez como cuerpo y como onda, y esto es especialmente decisivo cuando nos referimos a partículas subatómicas. Esta doble condición de las partículas tenía que ser utilizada para profundizar en el estudio del mundo de lo muy pequeño Así las cosas, Schrödinger, entre los años 1925 y 1926, introdujo la función de onda, también llamada ecuación de Schrödinger, que no es otra cosa que una ecuación que describe la forma en que una partícula cambia con el paso del tiempo. Por tanto, se trata de estudiar las partículas del mismo modo en que se estudian las demás ondas que sentimos a nuestro alrededor, como las sonoras o las producidas en el agua cuando se lanza una piedra a un charco.
Cualquier tipo de onda queda descrita en cualquier instante mediante una lista de números, un número por cada punto del espacio por el que viaja la onda. Por ejemplo, en el caso de la onda sonora, lo números nos darán la presión del aire en cada punto del espacio (porque es el aire quien transmite el sonido). Otro caso cotidiano es la onda que produce un músico sobre la cuerda de una guitarra cuando la hace sonar, la cual estaría descrita por números que nos darían la tensión de dicha cuerda en cada uno de sus puntos.
Y del mismo modo, la función de onda de las partículas nos da números concernientes a estas partículas. La peculiaridad de estos números es que son probabilidades, es decir, el valor de la función de onda en cualquier punto nos da la probabilidad de que la partícula se halle en ese punto.
A estas alturas, se empezó a entrever que la naturaleza no era tan simple como se creía hasta poco tiempo atrás. Hasta entonces cualquier resultado en física había consistido en un dato preciso, pero a partir de ahora intervenía el azar. Esta concepción que se vislumbraba del Universo no convencía a casi nadie, pero al año siguiente Heisenberg aportó un nuevo argumento decisivo: EL **PRINCIPIO DE INCERTIDUMBRE DE HEISENBERG.**
Heisenberg consideró la dificultad que había en medir la posición y la trayectoria de un electrón. El problema consistía en que para obtener una medida precisa era necesario utilizar luz para ver el electrón. Lo que ocurre es que la luz, al igual que la materia, tiene una doble naturaleza de onda y partícula. Entonces, un electrón al ser iluminado sería golpeado por los fotones (las partículas de la luz), de forma que si su posición era claramente establecida, poco o nada se podría saber sobre su trayectoria, puesto que habría sido desviada por la acción de la luz.
A partir de estos argumentos, Heisenberg enunció su principio, que viene a decir que "*no es posible conocer a la vez la posición y la trayectoria de una partícula*". Esto parecía lógico visto el problema del fotón golpeando al electrón, pero no lo fue tanto cuando varios físicos, entre los que destacó **Niels Bohr**, llegaron a la conclusión de que el principio de incertidumbre se cumplía independientemente de si la partícula era iluminada o no.
Este principio es una característica intrínseca de la materia, de la cual el caso expuesto por Heisenberg sólo es un ejemplo. Partiendo de la función de onda y de los resultados que nos da en forma de probabilidades, se concluye que no es posible conocer en cada observación más que un número limitado de características de las partículas, dado que la medición de algunas propiedades nos oculta lo referente a las demás.
Matemáticamente, el principio queda descrito por la ecuación:

$$\Delta x.\Delta p \geq \hbar$$

(Cuanto mayor es la precisión en la determinación de la posición, mayor será la incertidumbre o error producido en la determinación de su velocidad (y viceversa)

14. Un haz de electrones se acelera, desde el reposo, mediante una diferencia de potencial de 10^4 V.

a) Haga un análisis energético del proceso y calcule la longitud de onda asociada a los electrones tras ser acelerados, indicando las leyes físicas en que se basa.

b) Repita el apartado anterior, si en lugar de electrones, aceleramos protones, en las mismas condiciones.

$h = 6{,}6.10^{-34}$ J s ; $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ Kg ; $m_p = 1{,}7.10^{-27}$ Kg

a) Simplificaremos el ejercicio realizando la discusión para un solo electrón.

El electrón situado en el interior de un campo eléctrico sufre una aceleración como consecuencia de un aumento progresivo en su energía cinética. El aumento de energía se produce a causa de una cesión de energía por parte del campo eléctrico. De este modo, y teniendo en cuenta el principio de conservación de la masa en un campo conservativo (como es el campo eléctrico), el aumento de energía cinética del electrón irá asociado a un descenso (en la misma medida) de su energía potencial, de modo que la variación neta sea nula.

$$\left.\begin{array}{l} W = eV \\ W = E_K = \frac{1}{2}mv^2 \end{array}\right\} \rightarrow eV = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow 1´6.10^{-19}.10^4 = \frac{1}{2}.9´1.10^{-31}.v^2 \rightarrow v = 5´93.10^7\, m/s$$

La longitud de onda asociada al electrón será: $\lambda_e = \frac{h}{mv} = \frac{6´62.10^{-34}}{9´1.10^{-31}.5´93.10^7} = 1´23.10^{-11}\, m$

b) Para el caso del protón:

$$\left.\begin{array}{l} W = eV \\ W = E_K = \frac{1}{2}mv^2 \end{array}\right\} \rightarrow eV = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow 1´6.10^{-19}.10^4 = \frac{1}{2}.1´67.10^{-27}.v^2 \rightarrow v = 1´38.10^6\, m/s$$

La longitud de onda asociada al protón será: $\lambda_p = \frac{h}{mv} = \frac{6´62.10^{-34}}{1´67.10^{-27}.1´38.10^6} = 2´86.10^{-13}\, m$

15. a) ¿Es cierto que las ondas se comportan también como corpúsculos en movimiento? Justifique su respuesta.
b) Comente la siguiente frase: "Sería posible medir simultáneamente la posición de un electrón y su cantidad de movimiento, con tanta exactitud como quisiéramos, si dispusiéramos de instrumentos suficientemente precisos"

a) Efectivamente. Determinados fenómenos como el EFECTO FOTOELÉCTRICO o el EFECTO COMPTON ponen de manifiesto el comportamiento corpuscular de la luz al interactuar con la materia. Estos dos fenómenos no tienen cabida desde un argumento puramente ondulatorio. La explicación en ambos se realiza considerando la interacción radiación-materia a través de un intercambio de cuantos de energía (lo que más tarde recibiría el nombre de FOTONES); estos cuantos equivaldrían a paquetes de energía, de valor:

$$E=h\upsilon$$

Estos fotones se consideran corpúsculos de masa en reposo nulo, pero dotados tanto de energía como de cantidad de movimiento. Los intercambios se realizan de modo que han de mantenerse las leyes de conservación de ambas magnitudes. En este sentido, la absorción o emisión de energía por parte de un átomo se explica considerando un intercambio de fotones.

b) La frase no es cierta.

Heisenberg consideró el siguiente un problema: cómo describir la posición de la partícula. ¿Cuál es el procedimiento indicado para determinar dónde está una partícula? La respuesta obvia es ésta: observarla. Pues bien, imaginemos un microscopio que pueda hacer visible un electrón. Si lo queremos ver debemos proyectar una luz o alguna especie de radiación apropiada sobre él. Pero un electrón es tan pequeño, que bastaría un solo fotón de luz para hacerle cambiar de posición apenas lo tocara. Y en el preciso instante de medir su posición, alteraríamos ésta.

Aquí nuestro artificio medidor es por lo menos tan grande como el objeto que medimos; y no existe ningún agente medidor más pequeño que el electrón. En consecuencia, nuestra medición debe surtir, sin duda, un efecto nada desdeñable, un efecto más bien decisivo en el objeto medido. Podríamos detener el electrón y determinar así su posición en un momento dado. Pero si lo hiciéramos, no sabríamos cuál es su movimiento ni su velocidad. Por otra parte, podríamos gobernar su velocidad, pero entonces no podríamos fijar su posición en un momento dado.

Heisenberg demostró que no nos será posible idear un método para localizar la posición de la partícula subatómica mientras no estemos dispuestos a aceptar la incertidumbre absoluta respecto a su posición exacta. Es un imposible calcular ambos datos con exactitud al mismo tiempo.

La expresión matemática que describe el principio de incertidumbre de Heisenberg es

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar$$

Si queremos determinar con total precisión la posición:

$$\Delta x = 0$$

De la desigualdad para el principio de incertidumbre verificamos entonces que

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{\Delta x} \rightarrow \infty$$

Es decir, que la incertidumbre en el momento es infinita.

16. Si iluminamos la superficie de un cierto metal con un haz de luz ultravioleta de frecuencia 2,1.10^{15} Hz, los fotoelectrones emitidos tienen una energía cinética máxima de 2,5 eV.
    a) Explique por qué la existencia de una frecuencia umbral para el efecto fotoeléctrico va en contra de la teoría ondulatoria de la luz.
    b) Calcule la función trabajo del metal y su frecuencia umbral.
h=6,63.10^{-34} J s; e=1.6.10^{-19} C

$\nu = 2'1.10^{15}$ Hz

$E_K(\max) = 2'5$eV

a)¿Por qué la existencia de una frecuencia umbral es contraria a la teoría ondulatori a?

b) ¿Φ_0?¿ν_0?

a) El E.F consiste en la emisión de electrones por una superficie metálica al ser esta iluminada con una radiación de determinada longitud de onda. Desde un punto de vista del electromagnetismo clásico, tres de sus características no pueden ser explicadas:

1. El EF aparece sólo si la frecuencia de la radiación incidente es superior a un valor mínimo denominado FRECUENCIA UMBRAL. Según la teoría electromagnética clásica, el fenómeno debería producirse a cualquier frecuencia, siempre y cuando la luz fuese suficientemente intensa.
2. Si la frecuencia de la luz incidente es superior a la de la frecuencia umbral, el número de fotoelectrones es proporcional a la intensidad luminosa de la luz que incide. Pero ocurre, sin embargo, que la energía cinética máxima de estos fotoelectrones es independiente de la intensidad de luz.
3. El efecto es instantáneo.

La teoría electromagnética clásica consideraba que la energía se transportaba en el frente de ondas de la radiación. La intensidad luminosa (energía por unidad de tiempo y por unidad de superficie) sería proporcional a la frecuencia. Por lo que una pequeña frecuencia supondría un valor igualmente pequeño de intensidad (energía). Sin embargo, una exposición prolongada de la placa metálica a una radiación muy poco intensa (de poca frecuencia) debería intercambiar la energía necesaria para producirse el fenómeno.
La teoría cuántica respondería perfectamente a tales interrogantes; tales respuestas fueron dadas por Albert Eisntein en su explicación del E.

b)

$$E = \Phi_0 + E_K(\max) \rightarrow h\nu_0 = \Phi_0 + E_K(\max) \rightarrow$$

$$\rightarrow 6'62.10^{-34}.2'1.10^{15} = \Phi_0 + 2'5.1'6.10^{-19} \rightarrow \Phi_0 = 9'90.10^{-19}\,J \equiv 6'19\,eV$$

En cuanto al valor de la frecuencia umbral :

$$\left.\begin{array}{l} \Phi_0 = 9'90.10^{-19}\,J \\ \Phi_0 = h\nu_0 \end{array}\right\} 9'90.10^{-19} = 6'62.10^{-34}\,\nu_0 \rightarrow \nu_0 = 1'50.10^{15}\,Hz$$

17. Analice las siguientes proposiciones razonando si son verdaderas o falsas:
   a) El trabajo de extracción de un metal depende de la frecuencia de la luz incidente.
   b) La energía cinética máxima de los electrones emitidos en el efecto fotoeléctrico varía linealmente con la frecuencia de la luz incidente.

a) Falso. El trabajo de extracción de un metal es una característica propia del metal, relacionada con la energía que debe aportarse a cada electrón para que salga del pozo de potencial que le liga al átomo. De este modo, podría establecerse un paralelismo entre este concepto y el de energía de ionización. Diremos que es la energía que debemos aportar a un electrón para arrancarlo de un metal. Según la posición que ocupe el electrón en el átomo necesitará más o menos energía. Los electrones más débilmente unidos son los que requerirán un menor trabajo de extracción.

b) Millikan realizó el estudio de la relación entre el potencial de corte –V_0- y la frecuencia de la luz incidente iluminando diferentes metales. Iluminó sodio y potasio con luces de distinta frecuencia.

Obtuvo unos valores para los potenciales de corte que representados frente a la frecuencia, tal como se muestra, dan rectas de pendiente igual para cualquier metal. La pendiente es la constante de Plank –h-.

En realidad estamos representando la energía cinética máxima de los electrones frente a varias frecuencias de luz incidente.

$V_o q = \frac{1}{2} m v^2$. El Potencial multiplicado por la carga del electrón es igual al trabajo. Se denomina energía máxima por fotoelectrón:

$$V_o \cdot q = h\nu - h\nu_o$$

ν_0 (frecuencia umbral) , es la frecuencia mínima de la luz necesaria para extraer electrones de un metal dado que lleva asociada una energía $h\nu_0$.

Por lo tanto, si el fotón incidente posee mayor frecuencia (mayor energía), la diferencia $\left(h\nu - h\nu_0\right)$ será mayor. Y esa diferencia es, precisamente, la energía cinética máxima de los electrones, que, de este modo, aumenta con la frecuencia de la radiación

La representación gráfica de la ecuación anterior,

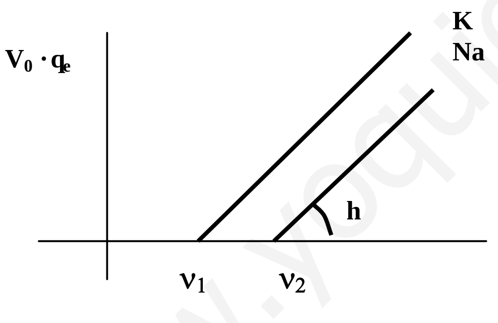


Figura 7

Se observa, además, que la frecuencia de extracción es menor para el potasio que para el sodio.

Otro modo de razonar la veracidad del enunciado es analizando la ecuación:

$$h\nu = \Phi_0 + E_K\,(\text{max})$$

La energía del fotón incidente se invierte en :

3) Llevar al electrón hasta su superficie; dicho de otro modo, sacarlo de su pozo de potencial.
4) Dotar de energía cinética al electrón para poder realizar su desplazamiento hacia el ánodo

Siendo el trabajo de extracción un valor constante, propio de cada metal, se deduce fácilmente que a mayor energía de la radiación incidente, mayor será el porcentaje de esa energía “invertido” en la energía cinética.

18. a) Enuncie la hipótesis de De Broglie. Comente el significado físico y las implicaciones de la dualidad onda-corpúsculo.
b) Un mesón π tiene una masa 275 veces mayor que un electrón. ¿Tendrán la misma longitud de onda si viajasen a la misma velocidad? Razone la respuesta.

El hecho de que a la luz presente tanto propiedades ondulatorias como de partícula sugirió a Louis De Broglie que una partícula pequeña como un electrón puede tener propiedades de onda en circunstancias adecuadas. En 1924, el físico francés hizo el siguiente razonamiento:

1. La naturaleza es sorprendentemente simétrica de muchas maneras.
2. Nuestro universo observable está compuesto totalmente de luz y de materia.
3. Teniendo en cuenta la dualidad onda-corpúsculo de la luz (Young-Einstein), quizás también la materia goce de esta cualidad.

La sugerencia de de Broglie quizás no hubiera recibido seria atención si no hubiera predicho cuál debía ser la longitud de onda asociada a las llamadas ondas de materia. Recordemos que en 1680, Huygens propuso una teoría ondulatoria de la luz que no recibió aceptación general, en parte porque Huygens no pudo precisar cuál era la longitud de onda de la luz. Cuando Thomas Young rectificó este defecto en 1800, comenzó a aceptarse la teoría ondulatoria. De Broglie supuso que la longitud de onda de las ondas de materia predichas debía estar dada por la misma relación aplicable a la luz, o sea:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m.v}$$

, que relaciona la longitud de onda de una onda luminosa con la cantidad de movimiento de los fotones asociados con ella. La doble naturaleza de la luz se muestra de una manera sorprendente en esta ecuación y también en la de Planck (E=hυ). Ambas expresiones contiene en su estructura tanto el concepto de onda (λ,υ) como un concepto de partícula (E,p). De Broglie predijo que las longitudes de ondas de las materias también debían estar dadas por la ecuación anterior, en la cual "p" tendría que ser la cantidad de movimiento de la partícula de materia.

Esta conclusión se extendió y generalizó para toda la materia de manera que no solo los fotones llevan asociada una onda sino que toda la materia presenta esta dualidad, para cualquier tipo de materia. Esta teoría fue confirmada experimentalmente cuando se consiguió realizar la difracción de electrones.

Todos los objetos de la vida cotidiana presentan un comportamiento ondulatorio aunque no lo observamos. Esto es debido a que la masa es muy grande y por tanto λ es muy pequeña. Sin embargo las partículas atómicas tienen masas comparables a la cte de Planck y por tanto sus longitudes de onda son apreciables.

b) Como hemos indicado en el apartado a),

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m.v}$$

Si relacionamos las longitudes de onda asociadas a ambas partículas:

$$\frac{\lambda_{electrón}}{\lambda_{\pi}} = \frac{\left(\frac{h}{m_{electrón}v}\right)}{\left(\frac{h}{m_{\pi}.v}\right)} = \rightarrow \frac{\lambda_{electrón}}{\lambda_{\pi}} = \frac{275.m_{electrón}}{m_{electrón}} \rightarrow \lambda_{electrón} = 275.\lambda_{\pi}$$

19. Al iluminar la superficie de un metal con luz de longitud de onda 280 nm, la emisión de fotoelectrones cesa para un potencial de 1,3 V.
   a) Determine la función trabajo del metal y la frecuencia umbral de emisión fotoeléctrica.
   b) Cuando la superficie del metal se ha oxidado, el potencial de frenado para la misma luz incidente es de 0,7 V. Razone cómo cambian, debido a la oxidación del metal: i) la energía cinética máxima de los fotoelectrones; ii) la frecuencia umbral de emisión; iii) la función trabajo.

   $c = 3.10^{8}$ m.s^{-1}; $h = 6,6.10^{-34}$ J.s; $e = 1,6.10^{-19}$ C

$\lambda = 280.10^{-9}\, m$

$V_{CORTE} = 1´3$ volts

a) ¿Φ_0?¿ν_0?

b) Si el metal se oxida, $V_{CORTE} = 0´7$ volts

¿cómo cambian E_K (max), ν_0, Φ_0?

a)

$$\begin{bmatrix} E = \Phi_0 + E_K(\max) \\ E_K(\max) = e.V_0 \\ E = h\nu = \dfrac{hc}{\lambda} \end{bmatrix} \rightarrow \frac{hc}{\lambda} = \Phi_0 + e.V_0 \rightarrow \frac{6´62.10^{-34}.3.10^{8}}{280.10^{-9}} = \Phi_0 + 1´6.10^{-19}.1´3 \rightarrow \Phi_0 = 5´01.10^{-19}$$

Además :

$$\Phi_0 = h\nu_0 = 5´01.10^{-19} \rightarrow \nu_0 = \frac{5´01.10^{-19}}{6´62.10^{-34}} = 7´57.10^{14}\, Hz$$

b) La energía de cada fotón no cambiará, puesto que la luz incidente es la misma:

$$E = h\nu = \frac{6´62.10^{-34}.3.10^{8}}{280.10^{-9}} = 7´09.10^{-19}\, J$$

Por otro lado:

$$E_K(\max) = eV_0 = 1´6.10^{-19}.0´7 = 1´12.10^{-19}\, J$$

Para determinar el trabajo de extracción:

$$E = \Phi_0 + E_K(\max) \rightarrow 7´09.10^{-19} = \Phi_0 + 1´12.10^{-19} \rightarrow \Phi_0 = 5´97.10^{-19}\, J$$

$$\Phi_0 = h\nu_0 = 5´97.10^{-19} \rightarrow \nu_0 = \frac{5´97.10^{-19}}{6´62.10^{-34}} = 9´01.10^{14}\, Hz$$

Si comparamos las funciones de trabajo:

$$\frac{\Phi_0(\text{metal})}{\Phi_0(\text{óxido})} = \frac{5´01.10^{-19}}{5´97.10^{-19}} = 0´839 \rightarrow \Phi_0(\text{óxido}) = 1´19.\Phi_0(\text{metal})$$

Como vemos, la oxidación del metal dificulta la extracción de los electrones (el pozo de potencial es mayor)

Al comparar las frecuencias umbrales:

$$\frac{\nu_0(\text{metal})}{\nu_0(\text{óxido})} = \frac{9´01.10^{14}}{7´57.10^{14}} = 1´19 \rightarrow \nu_0(\text{óxido}) = 1´19.\nu_0(\text{metal})$$

En cuanto a la energía cinética máxima:

$$\left.\begin{array}{l} E_K^{\max}(metal) = 1´3.1´6.10^{-19} = 2´08.10^{-19}\, J \\ E_K^{\max}(óxido) = 0´7.1´6.10^{-19} = 1´12.10^{-19}\, J \end{array}\right\} \frac{E_K^{\max}(óxido)}{E_K^{\max}(metal)} = 0´54 \rightarrow E_K^{\max}(óxido) = 0´54.E_K^{\max}(metal)$$

Como cabía esperar, al ser mayor el trabajo de extracción del óxido, menor será la cantidad de energía empleada en proporcionar energía cinética a los fotoelectrones, por lo que el efecto fotoeléctrico será menos intenso en el óxido.

20. Al estudiar experimentalmente el efecto fotoeléctrico en un metal se observa que la mínima frecuencia a la que se produce dicho efecto es de $1{,}03 \cdot 10^{15}$ Hz.
a) Calcule el trabajo de extracción del metal y el potencial de frenado de los electrones emitidos si incide en la superficie del metal una radiación de frecuencia $1{,}8 \cdot 10^{15}$ Hz.
b) ¿Se produciría efecto fotoeléctrico si la intensidad de la radiación incidente fuera el doble y su frecuencia la mitad que en el apartado anterior? Razone la respuesta.
$h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J s ; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

$$\begin{bmatrix} E = \Phi_0 + E_K(\text{max}) \\ \Phi_0 = h\nu_0 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_0 = h\nu_0 \rightarrow \Phi_0 = 6'62.10^{-34}.1'03.10^{15} = 6'82.10^{-19}\,J$$

Teniendo en cuenta la frecuencia de la radiación :

$$E = \Phi_0 + E_K(\text{max}) \rightarrow h\nu_0 = \Phi_0 + E_K(\text{max}) \rightarrow 6'62.10^{-34}.1'8.10^{15} = 6'82.10^{-19} + E_K(\text{max}) \rightarrow$$

$$\rightarrow E_K(\text{max}) = 5'10.10^{-19} \rightarrow e.V_0 = 5'10.10^{-19} \rightarrow V_0 = \frac{5'10.10^{-19}}{1'6.10^{-19}} = 3'19 \text{ volts}$$

b) Si $\nu = 0'9.10^{15}\,Hz \rightarrow E = 6'62.10^{-34}.0'9.10^{15} = 5'96.10^{-19}\,J$

valor inferior al del trabajo de extracción, por lo que no llegaría a producirse EF

21. Un haz de luz de longitud de onda 477.10^{-9} m incide sobre una célula fotoeléctrica de cátodo de potasio, cuya frecuencia umbral es $5,5.10^{14}$ Hz.

a) Explique las transformaciones energéticas en el proceso de fotoemisión y calcule la energía cinética máxima de los electrones emitidos.

b) Razone si se produciría efecto fotoeléctrico al incidir radiación infrarroja sobre la célula anterior. (La región infrarroja comprende longitudes de onda entre 10^{-3} m y $7,8.10^{-5}$ m).

$h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ J. s ; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m s - 1

c) Transformaciones energéticas. $E = \Phi_0 + E_K(\text{max})$

La energía que porta el fotón se invierte, por un lado en extraer el electrón de su pozo de potencial, y por otro, en aportar energía cinética a dicho electrón. La primera fracción de energía conducirá al electrón hasta la superficie última del metal, donde puede considerarse que más allá de este “límite” el electrón deja de pertenecer al metal. La segunda de las fracciones comunica la energía suficiente como para que ese electrón abandone definitivamente el metal y se dirija (dotado de velocidad, o lo que es lo mismo, de energía cinética) hasta la superficie del ánodo, con lo que se producirá efecto fotoeléctrico (E.F).

En nuestro caso:

$$\left.\begin{aligned} E &= \frac{6´62.10^{-34}.3.10^{8}}{477.10^{-9}} = 4´16.10^{-19}\,J = 2´60eV \\ \Phi_0 &= 6´62.10^{-34}.5´5.10^{14} = 3´64.10^{-19}\,J = 2´28eV \end{aligned}\right\}$$

$$E = \Phi_0 + E_K(\text{max}) \rightarrow E_K(\text{max}) = 4´16.10^{-19} - 3´64.10^{-19} = 0´52.10^{-19}\,J = 0´325eV$$

Es decir, la energía correspondiente a cada fotón de la radiación se emplea, por un lado en extraer el electrón hasta la superficie del metal (lo que requiere una energía igual a $4´812eV (= \Phi_0)$. El resto de esa energía (2´38eV) es energía cinética para permitir que el electrón se desplace hasta el ánodo y se produzca el efecto fotoeléctrico. Puesto que se trata de una $E_K(\text{max})$, esta será la que corresponda al electrón menos ligado al átomo, es decir, el más externo.

b) Para saber si alguna de las longitudes de onda del rango del IR produce EF, vamos a ver cuál es la energía correspondiente a los fotones del rango. Si existe alguno cuya energía sea igual o superior al trabajo de extracción, si se producirá EF. Veamos:

$$\lambda_1 = 10^{-3}m \rightarrow E_1 = \frac{h.c}{\lambda_1} = \frac{6´62.10^{-34}.3.10^{8}}{10^{-3}} = 1´99.10^{-22}\,J = 1´24.10^{-3}\,eV$$

$$\lambda_2 = 7´810^{-5}m \rightarrow E_2 = \frac{h.c}{\lambda_2} = \frac{6´62.10^{-34}.3.10^{8}}{7´8.10^{-5}} = 2´54.10^{-21}\,J = 1´6.10^{-2}\,eV$$

Como vemos, ninguna frecuencia del rango IR será capaz de producir EF

22. El trabajo de extracción del aluminio es 4,2 eV. Sobre una superficie de aluminio incide radiación electromagnética de longitud de onda $200 \cdot 10^{-9}$ m. Calcule razonadamente:

a) La energía cinética de los fotoelectrones emitidos y el potencial de frenado.

b) La longitud de onda umbral para el aluminio.

$h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J s ; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m s^{-1} ; 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J

La ecuación que nos indica las características del efecto fotoeléctrico, descubierta por Einstein, es:

$$E = \Phi_0 + E_K(\text{max}) \rightarrow h\nu = \Phi_0 + e.V_0 \rightarrow h\nu = h\nu_0 + e.V_0$$

El enunciado nos indica que:

$$\Phi_0 = 4'2eV = 6'72.10^{-19}\,J$$

$$\lambda = 200.10^{-9} \rightarrow E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6'62.10^{-34}.3.10^{8}}{200.10^{-9}} = 9'93.10^{-19}\,J = 6'2eV$$

Por lo tanto:

$$E_K(\text{max}) = E - \Phi_0 \rightarrow E_K(\text{max}) = 9'93.10^{-19} - 6'72.10^{-19} = 3'21.10^{-19}\,J = 2eV$$

Por otro lado :

$$\mathrm{E_k}(\text{max}) = e.V_0 \rightarrow 3'21.10^{-19} = e.V_0 \rightarrow V_0 = \frac{3'21.10^{-19}}{1'6.10^{-19}} = 2eV$$

b)

$$E = \Phi_0 + E_K(\text{max}) \rightarrow \Phi_0 = E - E_K(\text{max}) = 6'2 - 2 = 4'2eV = 6'72.10^{-19}\,J$$

Y, puesto que :

$$\Phi_0 = h\nu_0 \rightarrow \Phi_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \rightarrow 6'72.10^{-19} = \frac{6'62.10^{-34}.3.10^{8}}{\lambda_0} \rightarrow$$

$$\rightarrow \lambda_0 = \frac{6'62.10^{-34}.3.10^{8}}{6'72.10^{-19}} = 2'95.10^{-7}\,m$$