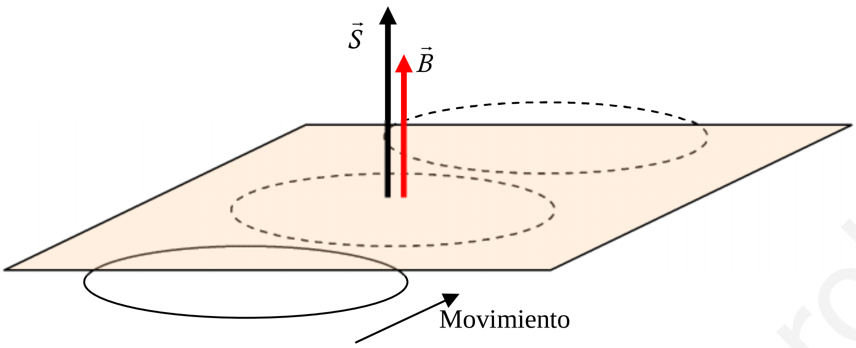
TEMA 7

INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA.

PROBLEMAS DE SELECTIVIDAD.

1. Una espira atraviesa una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme, vertical y hacia arriba. La espira se mueve en un plano horizontal.
   a) Explique si circula corriente o no por la espira cuando: i) está penetrando en la región del campo; ii) mientras se mueve en dicha región; iii) cuando está saliendo.
   b) Indique el sentido de la corriente, en los casos en que exista, mediante un esquema.



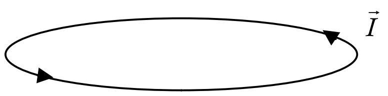
a) Al ir penetrando la espira en el interior del campo magnético, el número de líneas de campo que atraviesan la superficie de la espira va aumentando, conforme esta va penetrando en la región del campo magnético. Consecuentemente:

$$\varepsilon = \frac{-d\phi}{dt}$$

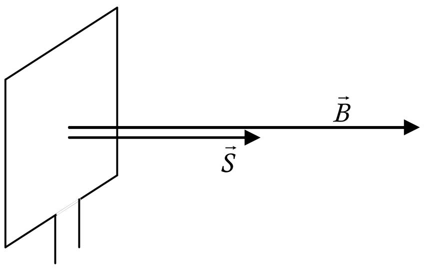
, con lo que se inducirá una fuerza electromotriz. El sentido de esa corriente será aquel que genere un campo magnético que se oponga al aumento de flujo durante la entrada. En nuestro caso, y desde la perspectiva que nos muestra el gráfico, en sentido horario, de modo que el campo magnético producido por la corriente inducida se oponga al aumento de flujo magnético.

b) Mientras se mueve en la región del campo magnético, no existe variación de flujo, con lo que no se inducirá ninguna fuerza electromotriz. No se produce corriente eléctrica.

c) Se trata del caso contrario al del apartado a). Ahora el flujo disminuye, como consecuencia del decrecimiento de la superficie de la espira "expuesta" a la acción del campo magnético.
Se induce una fuerza electromotriz que intentará oponerse a la disminución de flujo.



2. Una espira cuadrada de 5 cm de lado se encuentra en el interior de un campo magnético uniforme, de dirección normal al plano de la espira y de intensidad variable con el tiempo: $B = 2t^2$ T.
   a) Deduzca la expresión del flujo magnético a través de la espira en función del tiempo.
   b) Represente gráficamente la fuerza electromotriz inducida en función del tiempo y calcule su valor para t = 4 s.

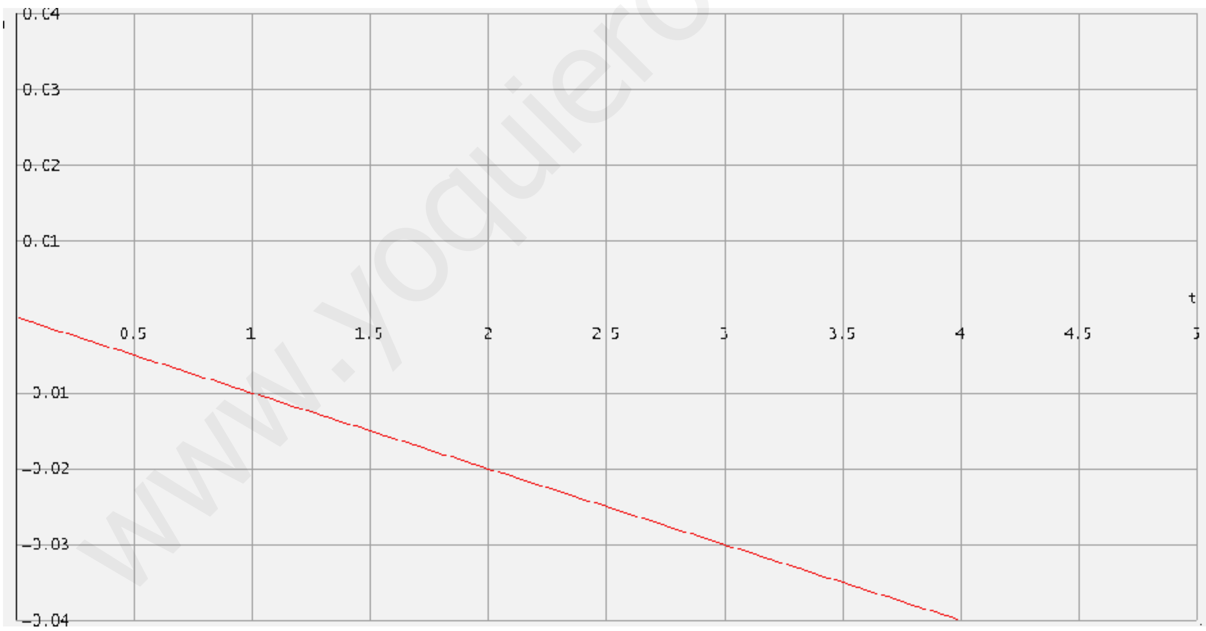


Espira Cuadrada
$L=5.10^{-2}$m
$\vec{B} \perp$ plano espira
$\vec{B} = 2.t^2 \ \ T$

a)
$\phi_B = \vec{B}.\vec{S} = B.S.\cos\theta = B.S$

ε $\phi_B = 2t^2.\left(5.10^{-2}\right)^2 = 50.10^{-4}.t^2$ Wb

b) $\varepsilon = -\dfrac{d\phi}{dt} = -10^{-2}\,t$ volt



$\varepsilon(4sg) = -10^{-2}\,t$ = -4.10^{-2} volt

3. a) Explique el funcionamiento de un transformador eléctrico.¿Podría funcionar con corriente continua? Justifique la respuesta. .

a) Desde las primeras aplicaciones prácticas de la electricidad se observó que al transportar la energía a largas distancias se producían pérdidas energéticas en forma de calor por efecto joule.

La distancia entre la central eléctrica, en donde está el generador, y el lugar de consumo suele ser de cientos de km. En este transporte se pierde energía por efecto joule, por lo que la potencia P’ que llega al lugar de consumo es menor que la potencia del generador P.

$$P' = P - I^2 R = \varepsilon I - I^2 R$$

Para que la pérdida de energía sea mínima hay que disminuir el término $I^2 R$ todo lo que se pueda. Algo que se puede conseguir transportando la corriente a alta tensión, para que la intensidad sea muy pequeña. Este transporte lleva asociado el aumento de la diferencia de potencial en el centro productor y reducirlo en el lugar de consumo de forma efectiva y sin pérdidas.

Estas dificultades fueron resueltas por **Nikola Tesla** (1856-1943) al construir el primer transformador capaz de aumentar o disminuir la diferencia de potencial de la corriente.

Un transformador es un dispositivo utilizado para modificar la diferencia de potencial de la corriente alterna y está fundado en la inducción mutua entre dos bobinas. A la bobina inductora se le llama Primario y a la bobina en la que se induce la corriente se le denomina Secundario.

Las dos bobinas se enrollan al mismo núcleo de hierro y se aíslan entre sí. La variación temporal de corriente en el circuito primario crea un campo magnético variable cuyas líneas de campo se sitúan a través del núcleo ferromagnético atravesando, todas ellas, el circuito secundario.

Una corriente alterna que circule por el primario crea en el núcleo un flujo magnético también alterno:

$$\varepsilon_p = -N_p . \frac{\Delta \phi_B}{\Delta t}$$

Como el campo magnético se puede considerar confinado en el núcleo de hierro, todas las líneas de campo que atraviesan el circuito primario pasan a través del secundario. La fem inducida en el secundario es:

$$\varepsilon_s = -N_s . \frac{\Delta \phi_B}{\Delta t}$$

Con N_p y N_S el número de espiras de los circuitos primario y secundario, respectivamente.

Dividiendo miembro a miembro, tenemos:

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_p} = \frac{N_s}{N_p}$$

Eligiendo adecuadamente la relación entre las espiras, se puede obtener la diferencia de potencial que se desee en el secundario para una determinada diferencia de potencial del primario. A la relación entre el número de espiras de ambos devanados se le llama relación de transformación.

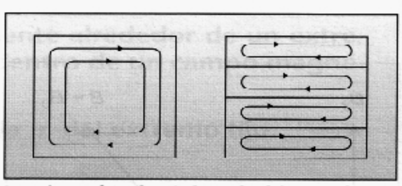
Si la diferencia de potencial del primario es mayor que la del secundario, al transformador se le llama reductor o transformador de baja. En caso contrario, se le llama elevador o transformador de alta.

En el supuesto de que no haya pérdidas de energía, la potencia de entrada en el primario es igual a la de salida del secundario.

$$\varepsilon_p . I_p = \varepsilon_s . I_s \rightarrow \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_p} = \frac{I_s}{I_p}$$

Observamos que la intensidad de la corriente es inversamente proporcional a la diferencia de potencial.

b) Es evidente que no podrá funcionar, puesto que la creación de una fem inducida parte del principio de la existencia de un campo magnético variable en el tiempo, y este sólo podrá ser generado por una corriente eléctrica que fluctúe en el tiempo, condición no cumplida por la corriente continua.



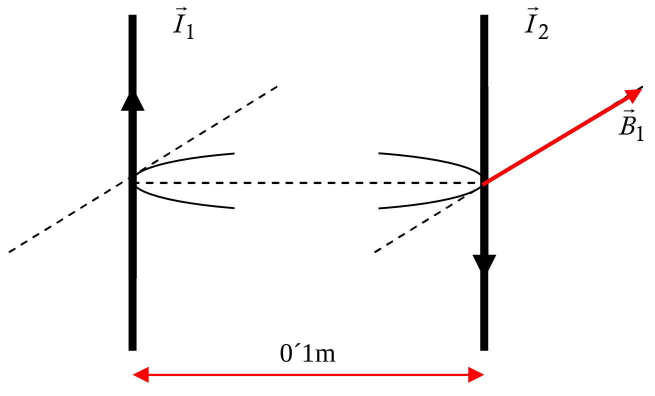
Laminando el núcleo de hierro de un transformador, se reducen las corrientes de Foucault.

4. Dos conductores rectilíneos e indefinidos, paralelos, por los que circulan corrientes de igual intensidad I, están separados una distancia de 0,1 m y se repelen con una fuerza por unidad de longitud de 6.10^{-9} N m^{-1}.

a) Explique cualitativamente, con la ayuda de un esquema en el que dibuje el campo y la fuerza que actúa sobre cada conductor, el sentido de la corriente en cada uno de ellos.

b) Calcule el valor de la intensidad de corriente que circula por cada conductor.

$\mu_0 = 4\pi .10^{-7}$ T m A^{-1}



$$\frac{F}{L} = 6.10^{-9}\, N.m^{-1}$$

Si partimos de la forma vectorial $\vec{I}_1 = I_1.\vec{j}$, el campo magnético generado por esta corriente en un los puntos distantes 0´1 m, tendrá la forma:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 .I}{2.\pi.d}\left(-\vec{i}\right) = -2.10^{-6} I_1 \text{ Teslas}$$

Sobre la corriente $\vec{I}_2$ se producirá una fuerza dada por la ley de Laplace:

$$F = \vec{I}_2 L \times \vec{B}_1$$

, y puesto que:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\vec{F}}{L} = 6.10^{-9}\vec{j} \quad N.m^{-1} \\ \vec{B}_1 = 2.10^{-6}.I_1(-\vec{i}) \\ \vec{I}_2 \perp \vec{B}_1 \end{array}\right\} \frac{\vec{F}}{L} = \vec{I}_2 \times \vec{B}_1 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -I_2 \\ -2.10^{-6} I_1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 2.10^{-6}.I_1.I_2.\vec{j}$$

Tomando ahora los módulos:

$$\frac{F}{L} = 2.10^{-6}.I_1.I_2 \rightarrow 6.10^{-9} = 2.10^{-6}.I^2 \text{ (al ser iguales las dos intensidades)}$$

Luego:

$$6.10^{-9} = 2.10^{-6}.I^2 \rightarrow I = \sqrt{\frac{6.10^{-9}}{2.10^{-6}}} = 5'5.10^{-2}\, Amp$$

5. Conteste razonadamente a las siguientes preguntas:

a) Si no existe flujo magnético a través de una superficie, ¿puede asegurarse que no existe campo magnético ene esa región?

b) La fuerza electromotriz inducida en una espira, ¿es más grande cuanto mayor sea el flujo magnético que la atraviesa?

a) No es cierto.

Como sabemos,

$$\phi_B = \vec{B}.\vec{S} = B.S.\cos\theta$$

Por tanto, el flujo será nulo si uno de los tres factores es nulo. Por tanto, la otra posibilidad es que el vector característico del plano de la espira y el propio campo magnético sean perpendiculares, con lo que el ángulo que formen será de 90º, y, consecuentemente, el cos90=0, anule el producto.

b) La fuerza electromotriz inducida aparece, no por la presencia de un flujo magnético de mayores o menores dimensiones, sino por la variación temporal de este. Si un flujo magnético posee un valor constante en el tiempo, independientemente de su valor, no se producirá ninguna fem.

Como ya sabemos:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

En cualquier caso, como vemos, la fem inducida se produce de manera tal que intenta oponerse al efecto producido por la variación del campo magnético en el tiempo.

Así, si lo que se produce es un aumento de las líneas de campo magnético que atraviesan la superficie (de una espira, por ejemplo), se generará una corriente eléctrica inducida cuyo sentido de circulación produzca un campo magnético $\vec{B}'$ que atenúa la variación en el flujo asociado al campo magnético $\vec{B}$.

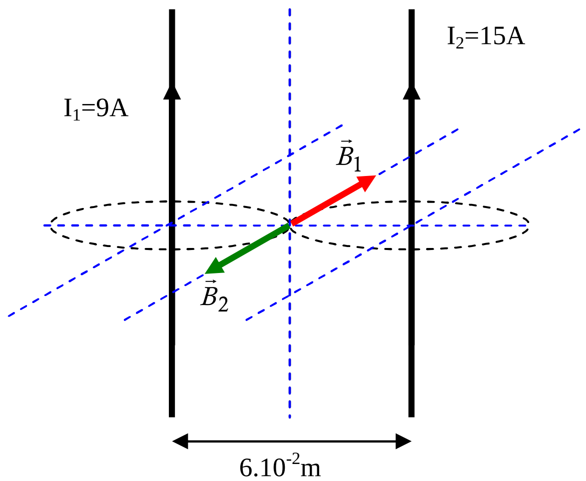
6. Suponga dos hilos metálicos largos, rectilíneos y paralelos, perpendiculares al plano del papel y separados 60 mm, por los que circulan corrientes de 9 y 15 A en el mismo sentido.

   a) Dibuje en un esquema el campo magnético resultante en el punto medio de la línea que une ambos conductores y calcule su valor.

   b) En la región entre los conductores, ¿a qué distancia del hilo por el que circula la corriente de 9 A será cero el campo magnético?

$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ N m^2 A^{-2}

a)



a)

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0.I_1}{2.\pi.r_1}.(-\vec{i}\,) + \frac{\mu_0.I_2}{2.\pi.r_2}.(\vec{i}\,) = \frac{4.\pi.10^{-7}.9}{2.\pi.3.10^{-2}}(-\vec{i}\,) + \frac{4.\pi.10^{-7}.15}{2.\pi.3.10^{-2}}.(\vec{i}\,) = 6.10^{-5}(-\vec{i}\,) + 10^{-4}.(\vec{i}\,) =$$

$$= 4.10^{-5}(\vec{i}\,)\ T$$

b)

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \vec{0} \rightarrow \frac{\mu_0.I_1}{2.\pi.x}.(-\vec{i}\,) + \frac{\mu_0.I_2}{2.\pi.\left(6.10^{-2} - x\right)}.(\vec{i}\,) = \vec{0} \rightarrow \frac{4.\pi.10^{-7}.9}{2.\pi.x}(-\vec{i}\,) + \frac{4.\pi.10^{-7}.15}{2.\pi.\left(6.10^{-2} - x\right)}.(\vec{i}\,) = \vec{0} \rightarrow$$

$$= \frac{4.\pi.10^{-7}.9}{2.\pi.x}(\vec{i}\,) = \frac{4.\pi.10^{-7}.15}{2.\pi.\left(6.10^{-2} - x\right)}.(\vec{i}\,) \rightarrow \frac{9}{x} = \frac{15}{\left(6.10^{-2} - x\right)} \rightarrow 54.10^{-2} - 9x = 15x \rightarrow 24x = 54.10^{-2} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 2'25.10^{-2} m$$

7. Un campo magnético, cuyo módulo viene dado por: B = 2cos100t (S.I.) forma un ángulo de 45° con el plano de una espira circular de radio R = 12 cm.

a) Calcule la fuerza electromotriz inducida en la espira en el instante t = 2 s.

b) ¿Podría conseguirse que fuera nula la fuerza electromotriz inducida girando la espira? Razone la respuesta.

$B = 2.\cos 100t$

$\theta = 45º$

$R = 0'12m$

a)

$\phi_B = \vec{B}.\vec{S} = B.S.\cos\theta \rightarrow \phi_B = 2.\cos 100t.(\pi.0'12^2)\cos 45º = 6'4.10^{-2}.\cos 100t$ Wb

$$\varepsilon = \frac{-\,d\phi}{dt} = \frac{-\,d\left(6'4.10^{-2}.\cos 100t\right)}{dt} = 6'4.sen100t \text{ volts}$$

Así :

$\varepsilon(2) = 6'4.sen(100.2\ )$ volts = -5´6 volts (OJO!!! EL ÁNGULO SERÁ EN RADS)

B) Si

Lo que deberemos conseguir en ese caso es que cosθ=0; es decir, habrá que colocar la espira perpendicularmente al campo magnético, para que el vector característico $\vec{S}$ sea paralelo a $\vec{B}$.

8. Una espira de 10 cm de radio se coloca en un campo magnético uniforme de 0,4 T y se la hace girar con una frecuencia de 20 Hz. En el instante inicial el plano de la espira es perpendicular al campo.

   a) Escriba la expresión del flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo y determine el valor máximo de la f.e.m. inducida

   b) Explique cómo cambiarían los valores máximos del flujo magnético y de la f.e.m. inducida si se duplicase el radio de la espira. ¿Y si se duplicara la frecuencia de giro?

Espira circular
R=0´1m
B=0´4T
$\nu = 20 Hz$
$Si \ \ t = 0 \rightarrow \theta_0 = 0$

a)

$$\phi_B = \vec{B}.\vec{S} = B.S.\cos\theta = B.S.\cos(\omega t + \theta_0) = B.S.\cos(2.\pi.\nu.t + \theta_0) \rightarrow \phi_B = 0´4.(\pi.0´1^2).\cos(2.\pi.20.t) \rightarrow$$

$$\rightarrow \phi_B = 4.10^{-3}.\pi.\cos(40\pi.t)\,\text{Wb}$$

$$\varepsilon = \frac{-\,\mathrm{d}\phi}{\mathrm{dt}} = \frac{-\,\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left[4.10^{-3}.\pi.\cos(40\pi.t)\right] = 16.10^{-2}.\pi.sen(40\pi.t) \text{ volts}$$

$$\varepsilon(\max) = 16.10^{-2}.\pi \text{ volts}$$

b1)
Si duplicamos R:

$$\left.\begin{array}{l}\phi_B = B.\pi.R^2.\cos(2.\pi.\nu.t) \\ \phi_B´ = B.(\pi.4R^2).\cos(2.\pi.\nu.t)\end{array}\right\} \rightarrow \frac{\phi_B}{\phi_B´} = \frac{B.\pi.R^2.\cos(2.\pi.\nu.t)}{B.(\pi.4R^2).\cos(2.\pi.\nu.t)} \rightarrow \frac{\phi_B(\max)}{\phi_B´(\max)} = \frac{1}{4} \rightarrow \phi_B = 4.\phi_B´$$

Como vemos, el flujo máximo se cuadruplica

$$\left.\begin{array}{l}\varepsilon = 2.\pi.\nu.B.\pi.R^2.sen(2.\pi.\nu.t) = 2.\pi^2.\nu.B.R^2.sen(2.\pi.\nu.t) \\ \varepsilon´ = 2.\pi.\nu.B.(\pi.4R^2).sen(2.\pi.\nu.t) = 8.\pi^2.\nu.B.R^2.sen(2.\pi.\nu.t)\end{array}\right\} \rightarrow \frac{\varepsilon}{\varepsilon´} = \frac{1}{4} \rightarrow \varepsilon´ = 4.\varepsilon$$

Como vemos, si se duplica el radio de la espira la fem máxima también se duplica.

b2)
Al duplicar la frecuencia:

$$\left.\begin{array}{l}\phi_B = B.\pi.R^2.\cos(2.\pi.\nu.t) \\ \phi_B´ = B.\pi.R^2.\cos(2.\pi.(2\nu).t) = B.\pi.R^2.\cos(4.\pi.\nu.t)\end{array}\right\} \rightarrow \frac{\phi_B}{\phi_B´} = \frac{B.\pi.R^2.\cos(2.\pi.\nu.t)}{B.\pi.R^2.\cos(4.\pi.\nu.t)} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\phi_B(\max)}{\phi_B´(\max)} = \frac{B.\pi.R^2}{B.\pi.R^2} = 1 \rightarrow \phi_B(\max) = \phi_B´(\max)$$

El flujo máximo sigue siendo el mismo

$$\phi_B = B.\pi.R^2.\cos(2.\pi.\nu.t)$$

$$\phi_B´ = B.\pi.R^2.\cos(4.\pi.\nu.t)$$

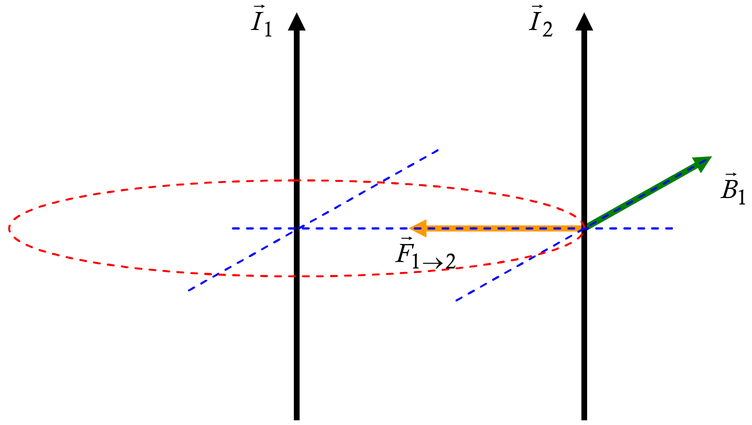
$$\left.\begin{array}{l}\varepsilon = 2.\pi.\nu.B.\pi.R^2.sen(2.\pi.\nu.t) = 2.\pi^2.\nu.B.R^2.sen(2.\pi.\nu.t) \\ \varepsilon´ = 4.\pi.\nu.B.\pi.R^2.sen(4.\pi.\nu.t) = 4.\pi^2.\nu.B.R^2.sen(4.\pi.\nu.t)\end{array}\right\} \rightarrow \frac{\varepsilon}{\varepsilon´} = \frac{2.\pi^2.\nu.B.R^2.sen(2.\pi.\nu.t)}{4.\pi^2.\nu.B.R^2.sen(4.\pi.\nu.t)} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\varepsilon(\max)}{\varepsilon´(\max)} = \frac{2.\pi^2.\nu.B.R^2}{4.\pi^2.\nu.B.R^2} \rightarrow \frac{\varepsilon(\max)}{\varepsilon´(\max)} = \frac{1}{2} \rightarrow \varepsilon´(\max) = 2.\varepsilon(\max)$$

Como vemos, si se duplica la frecuencia de la espira la fem máxima también se duplica.

9. Sean dos conductores rectilíneos paralelos por los que circulan corrientes eléctricas de igual intensidad y sentido.
   a) Explique que fuerzas se ejercen entre sí ambos conductores.
   b) Represente gráficamente la situación en la que las fuerzas son repulsivas, dibujando el campo magnético y la fuerza sobre cada conductor.

a)



En nuestro caso:

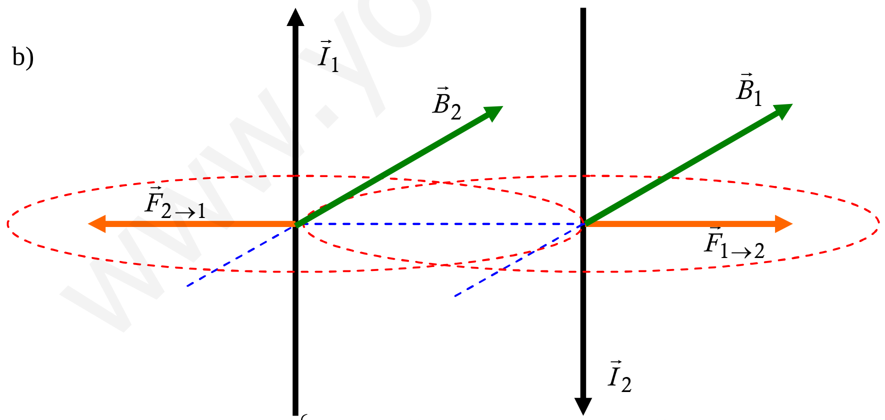
$$\left.\begin{cases}\vec{I}_1 = I_1.\vec{k}\\ \vec{I}_2 = I_2.\vec{k}\\ \vec{B}_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2.\pi.d}\left(-\vec{i}\right)\end{cases}\right\} \to \vec{F}_{1\to 2} = \vec{I}_2 L \times \vec{B}_1 \to \vec{f}_{1\to 2} = \frac{\vec{F}}{L} = \vec{I}_2 \times \vec{B}_1 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & I_2 \\ -\dfrac{\mu_0 I_1}{2.\pi.d} & 0 & 0 \end{vmatrix} \to$$

$$\to \vec{f}_{1\to 2} = \frac{-\mu_0 I_1 I_2}{2.\pi.d}\left(-\vec{j}\right) Nw.m^{-1}$$

Por tanto, en función del tercer principio de la dinámica (Ley acción-Reacción),

$$\vec{f}_{2\to 1} = \frac{-\mu_0 I_1 I_2}{2.\pi.d}\left(\vec{j}\right) Nw.m^{-1}$$

b)



$$\left.\begin{array}{l}\vec{I}_1 = I_1.\vec{k}\\ \vec{I}_2 = I_2.(-\vec{k})\\ \vec{B}_1(en\, I_2) = B_1(-\vec{i})\\ \vec{B}_2(en\, I_1) = B_2(-\vec{i})\\ \vec{F}_{2\,\text{sobre}\,1} = F(-\vec{j})\\ \vec{F}_{1\,\text{sobre}\,2} = F(\vec{j})\end{array}\right\} \to \begin{cases} B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2.\pi.d} \to \vec{B}_1(en\, I_2) = \dfrac{\mu_0 I_1}{2.\pi.d}(-\vec{i}) \\ B_2 = \dfrac{\mu_0 I_2}{2.\pi.d} \to \vec{B}_2(en\, I_1) = \dfrac{\mu_0 I_2}{2.\pi.d}(-\vec{i}) \\ F = \dfrac{\mu_0 .I_1.I_2.L}{2.\pi.d} \\ f = \dfrac{F}{L} = \dfrac{\mu_0 .I_1.I_2}{2.\pi.d}\end{cases}$$