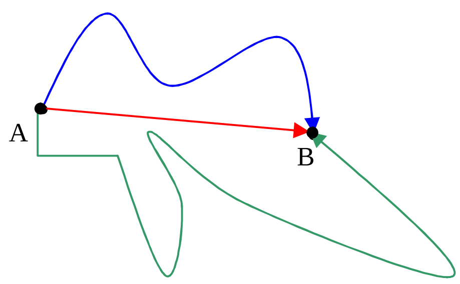
TEMA 6

CAMPO ELÉCTRICO Y CAMPO MAGNÉTICO.

PROBLEMAS DE SELECTIVIDAD.

1. Una carga puntual Q crea un campo electrostático. Al trasladar una carga q desde un punto A al infinito, se realiza un trabajo de 5 J. Si se traslada desde el infinito hasta otro punto C, el trabajo es de -10 J.
   a) ¿Qué trabajo se realiza al llevar la carga desde el punto C hasta el A? ¿En qué propiedad del campo electrostático se basa la respuesta?
   b) Si q = -2C, ¿cuánto vale el potencial en los puntos A y C? Si el punto A es el más próximo a la carga Q, ¿cuál es el signo de Q? ¿Por qué?



El enunciado no indica con claridad quien realiza los trabajos para llevar las cargas desde un punto a otro, pasando por el infinito. Sería necesario aclarar la situación (con el profesor) o bien realizar el proceso desarrollando las dos posibilidades. (Esto último es lo que haremos)
Pero antes de comenzar, hemos de aclarar que el campo electrostático es un campo conservativo; es decir, el trabajo realizado por el campo para trasladar una carga desde un punto A a otro B no depende de la trayectoria elegida, sino solamente del punto inicial y final. Si nos fijamos en la gráfica, lo anteriormente dicho se traduce simplemente en que en los tres casos el trabajo realizado por el campo es idéntico.

Matemáticamente, un campo conservativo se caracteriza porque:

$$W_{CAMPO}^{(CONSERVATIVO)} = \oint \vec{F}.d\vec{r} = 0 \rightarrow \int_A^B \vec{F}.d\vec{r} = E_{PA} - E_{PB} = -\Delta E_P$$

Al no depender del camino elegido para ir de un punto a otro, el trabajo conservativo puede expresarse en función de una nueva magnitud, función de estado, denominada ENERGÍA POTENCIAL.

En nuestro problema:

$$\left.\begin{array}{l} W_{A\rightarrow\infty}^{CAMPO} = 5J \rightarrow W_{\infty\rightarrow A}^{CAMPO} = -5J \\ W_{\infty\rightarrow C}^{CAMPO} = -10J \rightarrow W_{C\rightarrow\infty}^{CAMPO} = 10J \end{array}\right\} W_{C\rightarrow A}^{CAMPO} = W_{C\rightarrow\infty}^{CAMPO} + W_{\infty\rightarrow A}^{CAMPO} = 10 - 5 = 5J$$

Si considerásemos los trabajos indicados en el enunciado son realizados por una fuerza exterior:

$$\left.\begin{array}{l} W_{A\rightarrow\infty}^{CAMPO} = -5J \rightarrow W_{\infty\rightarrow A}^{CAMPO} = 5J \\ W_{\infty\rightarrow C}^{CAMPO} = 10J \rightarrow W_{C\rightarrow\infty}^{CAMPO} = -10J \end{array}\right\} W_{C\rightarrow A}^{CAMPO} = W_{C\rightarrow\infty}^{CAMPO} + W_{\infty\rightarrow A}^{CAMPO} = -10 + 5 = -5J$$

Puesto que:

$$W_{C\to A}^{CAMPO} = -q.\Delta V = -q.(V_A - V_C)$$

Vamos a desarrollar las dos posibilidades:

El campo es el que realiza el trabajo

$$W_{C\to A}^{CAMPO} = -q.\Delta V = -q.(V_A - V_C)$$

$$W_{C\to\infty}^{CAMPO} = -\Delta E_P = 10J \to$$
$$\to E_{PC} - E_{P\infty} = 10J \to$$
$$\to E_{PC} = 10J$$

$$W_{\infty\to A}^{CAMPO} = -\Delta E_P = -5J \to$$
$$\to E_{P\infty} - E_{PA} = -5J \to$$
$$\to E_{PA} = 5J$$

Puesto que en el recorrido $C \to A$ la variación de energía potencial es negativo,

$$\Delta E_P(C \to A) = 5 - 10 = -5J$$

, el proceso se realizará espontáneamente, por lo que si la carga tiene signo negativo (-2Cul), la otra carga, la que crea el campo eléctrico, tendrá que ser **positiva.**

En cuanto a los valores del potencial, considerando que: $E_P = q.V$

, tendremos que:

$$E_{PC} = -2.V_C \to 10 = -2.V_C \to V_C = -5volts$$
$$E_{PA} = -2.V_A \to 5 = -2.V_A \to V_A = -2'5volts$$

La fuerza externa es quien realiza el trabajo

$$W_{C\to A}^{CAMPO} = -q.\Delta V = -q.(V_A - V_C)$$
$$W_{C\to\infty}^{CAMPO} = -\Delta E_P = -10J \to$$
$$\to E_{PC} - E_{P\infty} = -10J \to$$
$$\to E_{PC} = -10J$$

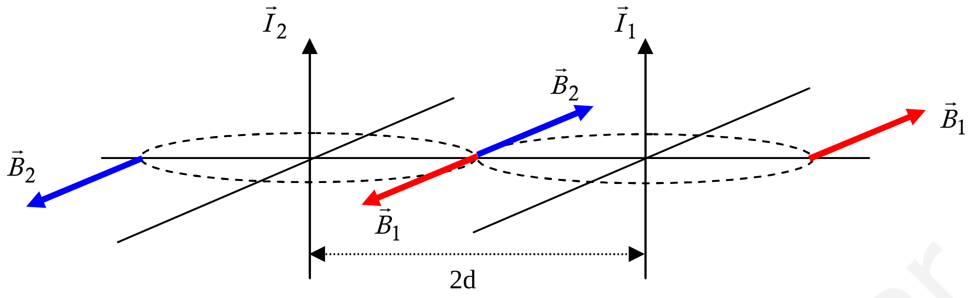
$$W_{\infty\to A}^{CAMPO} = -\Delta E_P = 5J \to$$
$$\to E_{P\infty} - E_{PA} = 5J \to$$
$$\to E_{PA} = -5J$$

En este caso, durante el desplazamiento de la carga desde C hasta A se produciría un aumento de energía potencial. En tales circunstancias, el proceso no sería espontáneo, por lo que la carga q tendría el mismo signo que la que crea el campo. Es decir, sería negativa.

Para calcular los valores del potencial en cada punto:

$$V_C = \frac{E_P}{q} = \frac{-10}{-2} = 5volts$$
$$V_A = \frac{E_P}{q} = \frac{-5}{-2} = 2'5volts$$

2. Por dos conductores rectilíneos e indefinidos, dispuestos paralelamente, circulan corrientes eléctricas de la misma intensidad y sentido.
   a) Dibuje un esquema, indicando la dirección y el sentido del campo magnético debido a cada corriente y del campo magnético total en el punto medio de un segmento que una a los conductores.
   b) ¿Cómo cambiaría la situación al duplicar una de las intensidades?



El campo magnético creado por la corriente $\vec{I}_1$ en el punto medio del segmento que une las corrientes rectilíneas será:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 . I_1}{2.\pi.d}.\vec{i}$$

De igual modo:

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 . I_2}{2.\pi.d}.\left(-\vec{i}\right)$$

Por lo tanto, el campo magnético resultante en dicho punto será:

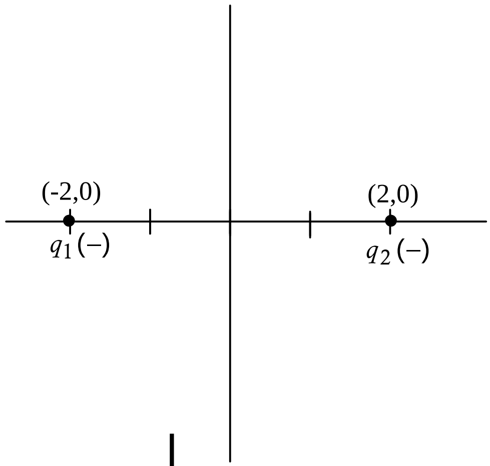
$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 . I_1}{2.\pi.d}.\vec{i} + \frac{\mu_0 . I_2}{2.\pi.d}.(-\vec{i})$$

Pero, puesto que las intensidades de corriente son iguales: $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \left(\frac{\mu_0 . I}{2.\pi.d} - \frac{\mu_0 . I}{2.\pi.d}\right).\vec{i} = 0$

Si una de las intensidades se duplica, por ejemplo $\vec{I}_2$, los campos magnéticos generados por las corrientes serán:

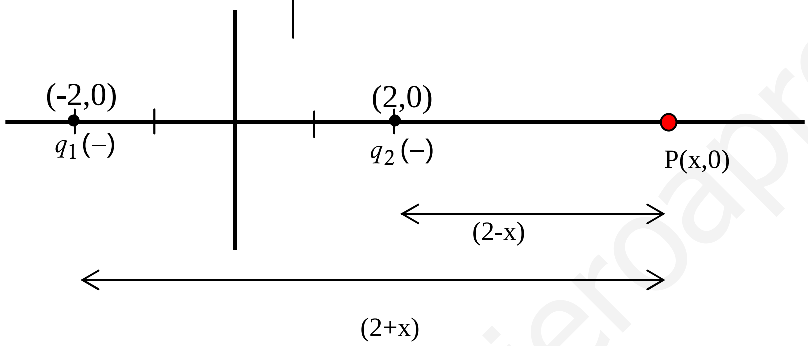
$$\left.\begin{array}{l} \vec{B}_1 = \frac{\mu_0 . I_1}{2.\pi.d}.\vec{i} \rightarrow \vec{B}_1 = \frac{\mu_0 . I}{2.\pi.d}.\vec{i} \\ \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 . I_2}{2.\pi.d}.\left(-\vec{i}\right) \rightarrow \vec{B}_1 = \frac{\mu_0 . 2I}{2.\pi.d}.\left(-\vec{i}\right) \end{array}\right\} \rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 . I}{2.\pi.d}.\vec{i} - \frac{\mu_0 . 2I}{2.\pi.d}.\vec{i} = -\frac{\mu_0 . I}{2.\pi.d}.\vec{i} = \frac{\mu_0 . I}{2.\pi.d}.\left(-\vec{i}\right)$$

3. a) Determine, razonadamente, en qué punto (o puntos) del plano x-y es nula la intensidad del campo eléctrico creado por dos cargas idénticas $q_1 = q_2 = -4.10^{-6}$ C, situadas en los puntos (-2,0) y (2,0) m, respectivamente.
b) ¿Es también nulo el potencial en ese punto (o puntos)?. Calcule, en cualquier caso, su valor.



En cualquier punto que no se encuentre en la recta que une ambas cargas, existirá SIEMPRE una componente no nula.
Así, el caso se reduce a estudiar en qué (o cuáles) punto de esa recta se cumple la condición indicada por el enunciado.

Utilizaremos un método general, sin necesidad de dividir dicha recta en segmentos (como en ejercicio 5)



Tratándose de un caso general, la sola condición que ha de cumplirse es que:

$$E_1 = E_2$$

Es decir, LOS MÓDULOS de los vectores de intensidad electrostáticos deben ser iguales. De este modo no tenemos en consideración los sentidos asociados a los campos eléctricos. Entonces pues:

$$\left.\begin{array}{l} E_1 = \dfrac{K.q_1}{2+x} \\ E_2 = \dfrac{K.q_2}{2-x} \end{array}\right\} \rightarrow \frac{K.q_1}{2+x} = \frac{K.q_2}{2-x}$$

Puesto que las dos cargas son iguales:

$$\frac{K.q}{2+x} = \frac{K.q}{2-x} \rightarrow \frac{1}{2+x} = \frac{1}{2-x} \rightarrow 2+x = 2-x \rightarrow 2x = 0 \rightarrow x = 0$$

Por lo que las coordenadas del punto P serán **P (0,0).**
Así, con las condiciones indicadas por el problema, el campo eléctrico neto resultante de la presencia de las cargas q_1 y q_2 será nulo en P (0,0)

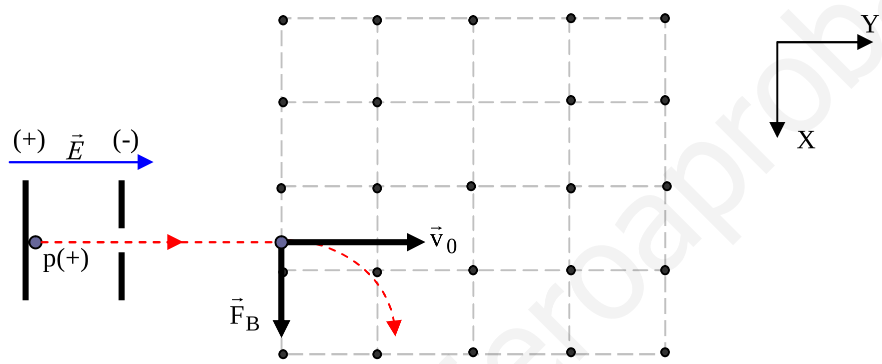
4. Un protón, tras ser acelerado mediante una diferencia de potencial de 10^5 V, entra en una región en la que existe un campo magnético de dirección perpendicular a su velocidad, describiendo una trayectoria circular de 30 cm de radio.
   a) Realice un análisis energético de todo el proceso y, con ayuda de esquemas, explique las posibles direcciones y sentidos de la fuerza, velocidad, campo eléctrico y campo magnético implicados.
   b) Calcule la intensidad del campo magnético. ¿Cómo variaría el radio de la trayectoria si se duplicase el campo magnético?

   $m_P = 1'\,7.10^{-27}$ kg; $e = 1'6.10^{-19}$C

Al penetrar en el campo magnético, el protón sufrirá una fuerza, denominada FUERZA DE LORENTZ, dada por la expresión:

$$\vec{F} = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

La dirección de la fuerza es perpendicular al plano formado por el campo magnético y el vector velocidad. Como resultado de esta fuerza, de naturaleza central, la partícula realizará una trayectoria circular. Precisamente debido a esta naturaleza central (radial o centrípeta), tal fuerza no produce ninguna variación de la energía cinética de la partícula.



Inicialmente el protón es acelerado por acción de un campo eléctrico ($\vec{E}$). Puesto que $\Delta V = 10^5\,volts$, y teniendo en cuenta que el trabajo realizado por el campo viene dado por la expresión:

$$W = q.\Delta V \rightarrow W = 1'6.10^{-19}.10^{-5} = 1'6.10^{-14}\,J$$

Trabajo invertido en aumentar la energía cinética del protón. Por lo tanto:

$$W = \Delta E_K = E_K - E_{K0} = E_K = 1'6.10^{-19}.10^{-5} = 1'6.10^{-14}\,\mathrm{J}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = 1'6.10^{-14} \rightarrow \frac{1}{2}1'7.10^{-27}v^2 = 1'6.10^{-14} \rightarrow v = 4'34.10^6\,\mathrm{m.s^{-1}}$$

Al penetrar en el campo magnético, y puesto que el campo $\vec{B}$ y la velocidad con la que entra son perpendiculares, la fuerza de Lorentz a la que estará sometido vendrá dada por:

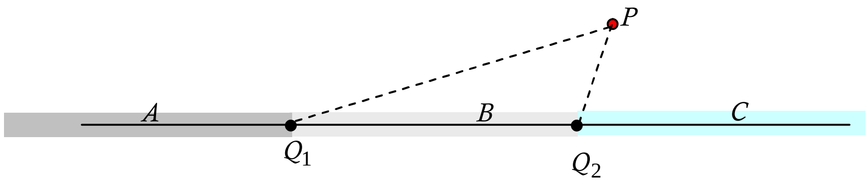
$$\vec{F} = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) = qvBsen\theta v\left(-\vec{i}\right) = qvBsen90\left(-\vec{i}\right) = qvB\left(-\vec{i}\right)$$

(Siendo la dirección y el sentido de la fuerza las obtenidas por la regla del tornillo)

Si, por otro lado, consideramos el carácter central de la fuerza magnética:

$$\left\{\begin{array}{l} F = qvB \\ F = \dfrac{mv^2}{R} \end{array}\right\} \rightarrow qvB = \frac{mv^2}{R} \rightarrow B = \frac{mv}{qR} = \frac{1'7.10^{-27}.4'34.10^6}{1'6.10^{-19}.0'3} = 0'154\,T$$

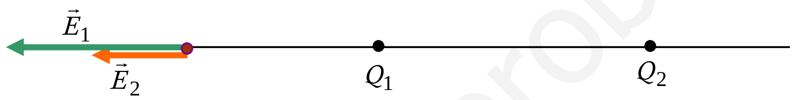
5. Dos cargas puntuales iguales están separadas por una distancia d.
   a) ¿es nulo el campo eléctrico total en algún punto? Si es así, ¿cuál es la posición de dicho punto?
   b) Repetir el apartado a) si las cargas fueran opuestas.



El campo eléctrico resultante de la presencia de dos cargas puntuales iguales sólo podría ser nulo en un punto de la recta que pasa por ambas cargas. En cualquier otro punto del espacio (P), SIEMPRE existirá una componente del campo NULA, la cual produciría un efecto neto.

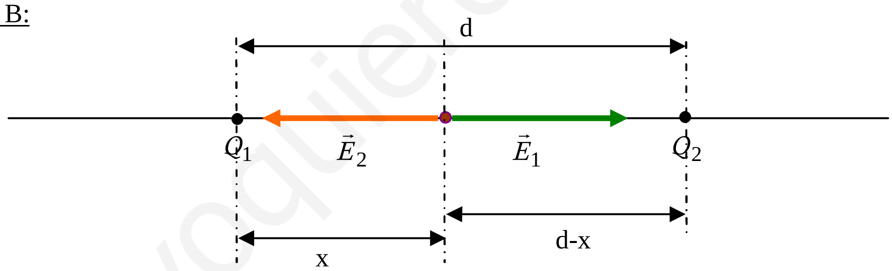
La búsqueda de ese punto en el que $\vec{E} = 0$ la realizaremos dividiendo la recta que une las cargas en 3 segmentos (ver figura), y suponiendo las cargas positivas

<u>SEGMENTO A:</u>



En esta zona el campo eléctrico neto NO SERÁ NUNCA NULO, puesto que $\vec{E}_2$ y $\vec{E}_1$, tienen el mismo sentido, por lo que sus módulos se sumarán.

<u>SEGMENTO B:</u>



$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i = 0 \rightarrow K.q.\frac{1}{x^2}(\vec{i}) + K.q.\frac{1}{(d-x)^2}(-\vec{i}) = 0 \rightarrow K.q.\frac{1}{x^2}(\vec{i}) - K.q.\frac{1}{(d-x)^2}(\vec{i}) = 0 \rightarrow$$

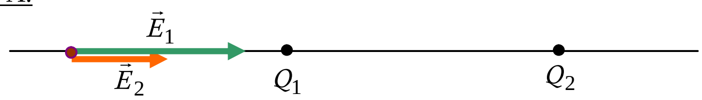
$$\rightarrow K.q.\frac{1}{x^2} = K.q.\frac{1}{(d-x)^2} \rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{(d-x)^2} \rightarrow x^2 = (d-x)^2 \rightarrow x = (d-x) \rightarrow 2x = d \rightarrow x = \frac{d}{2}$$

Es decir, el campo se anulará en EL PUNTO MEDIO DEL SEGMENTO QUE UNE LAS CARGAS.

<u>SEGMENTO C:</u>
La circunstancia es la misma que la del segmento A

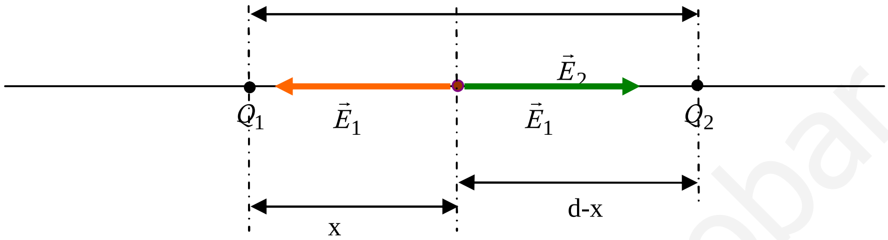
El argumento de partida es el mismo que el del apartado a), y seguiremos el mismo tratamiento.

SEGMENTO A:



En esta zona el campo eléctrico neto NO SERÁ NUNCA NULO, puesto que $\vec{E}_2$ y $\vec{E}_1$, tienen el mismo sentido, por lo que sus módulos se sumarán.

SEGMENTO B:



$$\vec{E}=\sum\vec{E}_i=0\rightarrow K.q.\frac{1}{x^2}(-\vec{i})+K.q.\frac{1}{(d-x)^2}(\vec{i})=0\rightarrow -K.q.\frac{1}{x^2}(\vec{i})+K.q.\frac{1}{(d-x)^2}(\vec{i})=0\rightarrow$$

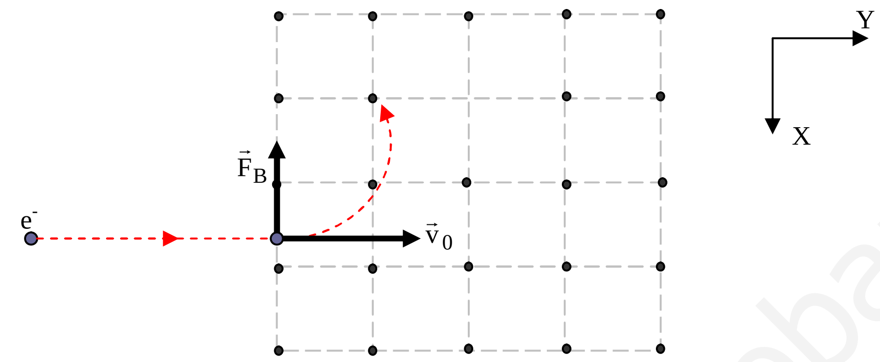
$$\rightarrow K.q.\frac{1}{x^2}=K.q.\frac{1}{(d-x)^2}\rightarrow\frac{1}{x^2}=\frac{1}{(d-x)^2}\rightarrow x^2=(d-x)^2\rightarrow x=(d-x)\rightarrow 2x=d\rightarrow x=\frac{d}{2}$$

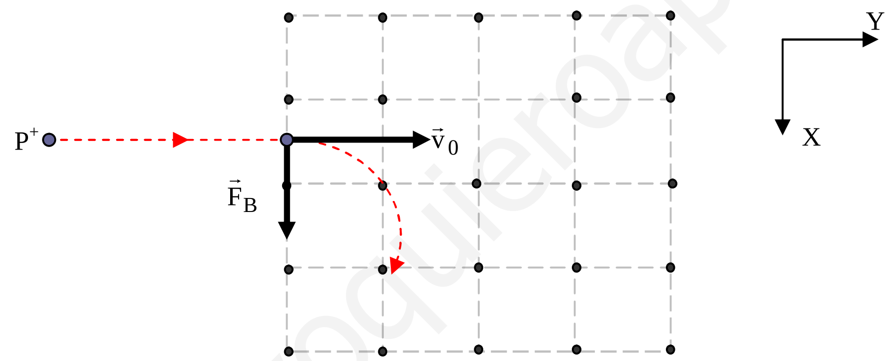
Es decir, el campo se anulará en EL PUNTO MEDIO DEL SEGMENTO QUE UNE LAS CARGAS.

SEGMENTO C:
La circunstancia es la misma que la del segmento A

6. Un electrón penetra en una región en la que existe un campo magnético, de intensidad 0'1 T, con una velocidad de 6.10^{6} $m.s^{-1}$ perpendicular al plano.
   a) Dibuje un esquema representando el campo, la fuerza magnética y la trayectoria seguida por el electrón y calcule el radio. ¿Cómo cambiaría la trayectoria si se tratara de un protón?
   b) Determine las características del campo eléctrico que, superpuesto al campo magnético, haría que el electrón siguiera un movimiento rectilíneo y uniforme.

   $m_P = 1'7.10^{-27}$ kg; $e = 1'6.10^{-19}$C; $m_e = 9'1.10^{-31}$ kg





Un electrón que penetre en un campo magnético sufrirá una desviación en su trayectoria tal y como se muestra en la primera figura. Teniendo en cuenta que la fuerza que sobre él ejercerá el campo magnético vendrá dada por la Ley de Lorentz,

$$\vec{F} = q.\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) = -e.\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = e.v.B.\left(-\vec{i}\right) \rightarrow F = e.v_0.B$$

(OJO!!!!. Como valor de carga del electrón pondremos su valor absoluto, puesto que ya se ha tenido en cuenta una vez)

Esta fuerza de Lorentz tiene carácter central, y produce una desviación circular en la trayectoria de la partícula. Al tratarse de una fuerza central, esta puede expresarse como:

$$F = \frac{mv^2}{R}$$

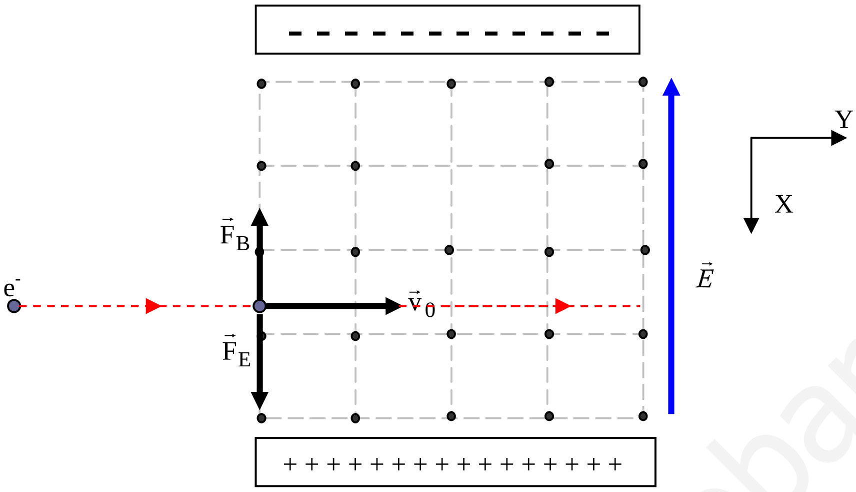
Igualando ambas expresiones:

$$e.v.B = \frac{mv^2}{R} \rightarrow R = \frac{mv}{e.B} \rightarrow R = \frac{9'1.10^{-31}'.6.10^{6}}{1'6.10^{-19}.0'1} = 3'41.10^{-4}\, m$$

Para el caso de un protón, la fuerza de Lorentz también tendrá el mismo valor, aunque el sentido de giro será opuesto al seguido por el electrón. En cualquier caso, utilizando los mismos razonamientos e idénticas expresiones, llegamos a:

$$e.v.B = \frac{mv^2}{R} \rightarrow R = \frac{mv}{e.B} \rightarrow R = \frac{1'7.10^{-27}.6.10^6}{1'6.10^{-19}.0'1} = 0'638m$$

b)



Para que la trayectoria del electrón sea rectilínea:

$$\vec{F}_B = \vec{F}_E$$

$$qvB = qE \rightarrow vB = E \rightarrow E = 6.10^6.0'1 = 6.10^5\ Nw/Cul$$

7. Indique si son o no correctas las siguientes frases, justificando las respuestas:
   a) Si dos puntos se encuentran al mismo potencial eléctrico, el campo eléctrico en los puntos del segmento que une dichos puntos, es nulo.
   b) El trabajo necesario para transportar una carga de un punto a otro que se encuentra a distinto potencial eléctrico, es nulo.

a) La afirmación no es correcta, por ser incompleta.
Las superficies equipotenciales son perpendiculares al campo eléctrico. Por lo tanto, todos los puntos que pertenecen a la superficie equipotencial están a la misma distancia de la carga que crea el campo. Esto supone un mismo valor del campo para todos ellos, puesto que:

$$E = \frac{K.Q}{r^2}$$ (Por ser r el mismo para todos los puntos de la superficie equipotencial)

Otro modo de demostrarlo sería a través de la ecuación que relaciona el campo eléctrico y el potencial en un punto:

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta x} \rightarrow \Delta V = -E.\Delta x$$

Teniendo en cuenta que los puntos pertenecen a la misma superficie equipotencial, ΔV es nulo, y el segundo miembro podrá anularse si Δx es también nulo, independientemente del valor del campo eléctrico.

b) Falso.
La relación entre el trabajo realizado por el campo eléctrico y el valor del potencial viene expresado a través de la ecuación:

$$W_{A \rightarrow B} = q.(V_A - V_B)$$

, y puesto que $V_A \neq V_B$, $W_{A \rightarrow B} \neq 0$

La única alternativa para que el trabajo realizado sea nulo es, precisamente, $V_A = V_B$

8. Un electrón, un protón y un átomo de helio penetran en una zona del espacio en la que existe un campo magnético uniforme en dirección perpendicular a la velocidad de las partículas.

a) Dibuje la trayectoria que seguirá cada una de las partículas e indique sobre cuál de ellas se ejerce una fuerza mayor.

b) Compare las aceleraciones de las tres partículas. ¿Cómo varía su energía cinética?

Si consideramos que $\begin{cases} \vec{B} = (0,0,B) \\ \vec{v} = (0,v,0) \end{cases}$

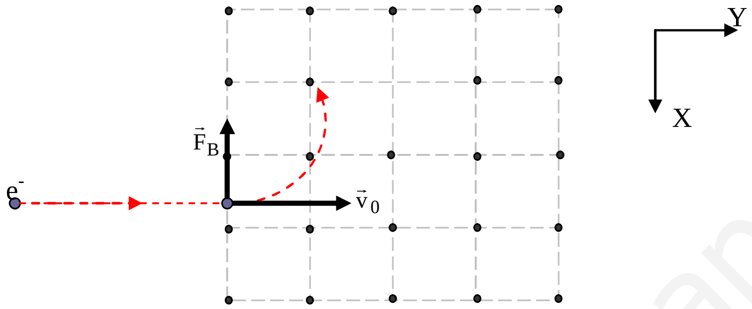
, la fuerza de Lorentz que se ejercerá sobre cada carga viene dada por la expresión:

$$\vec{F} = q.\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

Fuerza cuya dirección y sentido vendrán dados por la regla del tornillo, y cuyo módulo será, considerando la perpendicularidad entre el campo magnético y la velocidad, por:

$$F = q.v.B.\text{sen}\,\theta = q.v.B$$

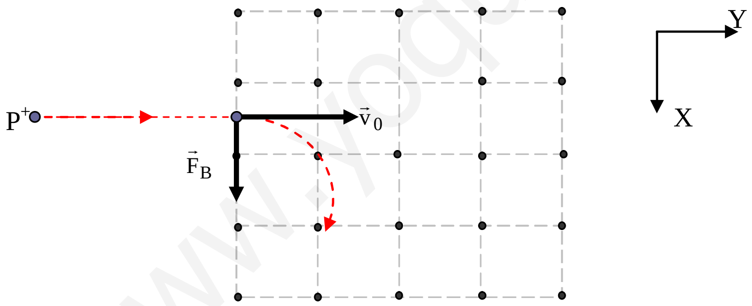
Así, para el caso del electrón, la entrada en el seno del campo magnético producirá una desviación



Además:

$$\left.\begin{cases} F = qvB \\ F = \dfrac{mv^2}{R} \end{cases}\right\} \rightarrow qvB = \frac{m\ v^2}{R} \rightarrow R_e = \frac{mv}{qB}$$

Para el caso del protón la desviación sufrida será la contraria:



, y además:

$$\left.\begin{cases} F = qvB \\ F = \dfrac{mv^2}{R} \end{cases}\right\} \rightarrow qvB = \frac{mv^2}{R} \rightarrow R_p = \frac{m_p.v}{qB}$$

, y puesto que $m_p > m_e \rightarrow R_p > R_e$

En cuanto al átomo de helio, este no sufrirá desviación alguna, puesto que se trata de una partícula eléctricamente neutra, que no se ve afectada por la presencia de un campo magnético.

b) Las fuerzas centrífugas a las que están sometidos protón y electrón son iguales, por serlo sus cargas. El átomo de helio, como hemos dicho, no se verá sometido a ninguna fuerza.
Para el caso de protón y electrón, el valor de tal fuerza será:

$$\vec{F} = q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \rightarrow F = qvB.sen90 = qvB$$

c) En lo respectivo a las aceleraciones, teniendo en cuenta que las masas de ambas cargas son diferentes, aquellas también lo serán.

Ya que $F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m}$

Puesto que $m_p > m_e \rightarrow a_p < a_e$

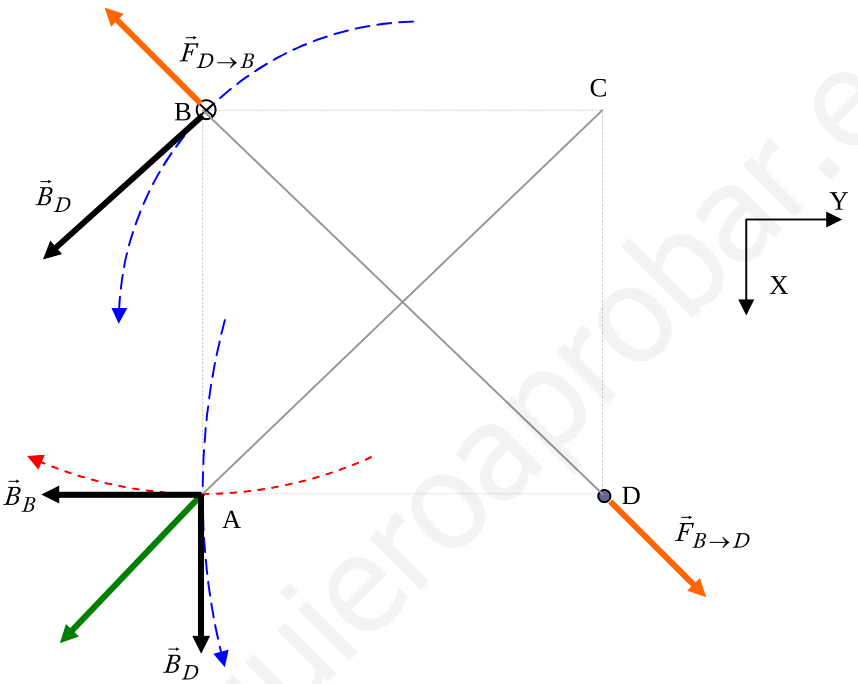
d) Por último, en cuanto a las variaciones de energía cinética, hemos de decir que ninguna de las partículas sufrirá modificación en el módulo de la velocidad. El helio, puesto que no "percibe" la presencia del campo magnético. Las otras dos tampoco, puesto que el campo magnético produce una modificación en la dirección y sentido de la velocidad, pero no en su módulo, puesto que se trata de una fuerza normal. Por lo tanto, al no haber cambio en el módulo de la velocidad, tampoco lo habrá en la energía cinética.

9. Dos hilos metálicos largos y paralelos, por los que circulan corrientes de 3 A y 4 A, pasan por los vértices B y D de un cuadrado de 2 m de lado, situado en un plano perpendicular, como muestra la figura. El sentido de las corrientes se indica por los símbolos: ⊗ = entra en el papel; O = sale del papel-

a) Dibuje un esquema en el que figuren las interacciones mutuas y el campo magnético resultante en el vértice A.

b) Calcule los valores numéricos del campo magnético en A y la fuerza por unidad de longitud ejercida sobre uno de los hilos.

$\mu_o = 4\pi.10^{-7}$ N.A^{-2}



En el punto A, como podemos apreciar, se solapará el campo magnético creado por B junto con el creado por D. Las direcciones y sentidos de cada uno de estos campos magnéticos en A están indicados en la figura:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{B}_B = B_B.(-\vec{i}\,) \\ \vec{B}_D = B_D.(-\vec{j}\,)\end{array}\right\} \to \vec{B} = \vec{B}_B + \vec{B}_D = B_B.(\vec{i}\,) + B_D.(-\vec{j}\,)$$

$$\left.\begin{array}{l}\vec{B}_B = \dfrac{\mu_0.I_B}{2\pi L}.(-\vec{i}\,) = \dfrac{4\pi.10^{-7}.3}{2\pi 2}.(-\vec{i}\,) = 3.10^{-7}.(\vec{i}\,) \\ \vec{B}_D = \dfrac{\mu_0.I_D}{2\pi L}.(-\vec{i}\,) = \dfrac{4\pi.10^{-7}.4}{2\pi 2}.(-\vec{i}\,) = 4.10^{-7}.(-\vec{j}\,)\end{array}\right\} \to \vec{B} = 3.10^{-7}.(\vec{i}\,) + 4.10^{-7}.(-\vec{j}\,)$$

$$B = \sqrt{\left(3.10^{-7}\right)^2 + \left(4.10^{-7}\right)^2} = 5.10^{-7}\,T$$

Respecto a la fuerza que actúa entre los conductores (por unidad de longitud), es importante resaltar que, puesto que las corrientes circulan en sentidos contrarios, la fuerza que se produce entre ellos es de repulsión, como vamos a ver:

En B, el campo magnético producido por D viene dado por:

$$\vec{B}_D = \frac{\mu_0 . I_D}{2\pi . d}.(\cos 45\vec{i} - sen45\vec{j}) = \frac{4\pi.10^{-7}.4}{2\pi\sqrt{8}}.(\cos 45\vec{i} - sen45\vec{j}) = \frac{4.10^{-7}}{\sqrt{2}}.(\cos 45\vec{i} - sen45\vec{j}) =$$
$$= 2.10^{-7}.(\vec{i} - \vec{j})T$$

La fuerza que sufre la corriente rectilínea B ante la presencia del campo magnético creado por D será:

$$F = \vec{I}L \times B = L\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & -3 \\ 2.10^{7} & -2.10^{7} & 0 \end{vmatrix} \rightarrow f = \frac{F}{L} = -6.10^{-7}.\vec{i} - 6.10^{-7}.\vec{j} \quad N/m$$

10. a) ¿Cuál es la condición para que una partícula cargada, que se mueve en línea recta, siga en su trayectoria rectilínea cuando se somete simultáneamente a un campo eléctrico y a otro magnético, perpendiculares entre sí y perpendiculares a la velocidad de la carga?
b) Dibuje las trayectorias de la partícula cargada del apartado a) si sólo existiera el campo eléctrico o el campo magnético y explique, en cada caso, si varía la velocidad.

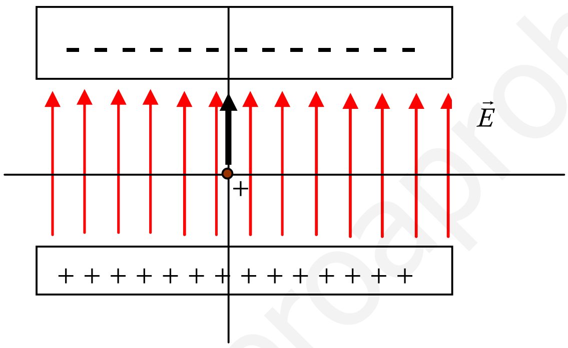
a) La condición es que penetre en una zona del espacio en el que exista un campo magnético perpendicular a la velocidad, y un campo eléctrico perpendicular a los dos anteriores, colocado este último de manera que su acción sea de sentido contrario a la acción del campo magnético en el momento en el que la carga penetra en esa zona del espacio.

En ese momento, como decimos,

$$\vec{F}_E = \vec{F}_B \rightarrow q.E = q.vB \rightarrow E = vB \rightarrow v = \frac{E}{B}$$

Es decir, que la carga penetre en esa zona del espacio con una velocidad determinada, igual al cociente entre las intensidades del campo eléctrico y magnético.

Si sólo existe campo eléctrico:



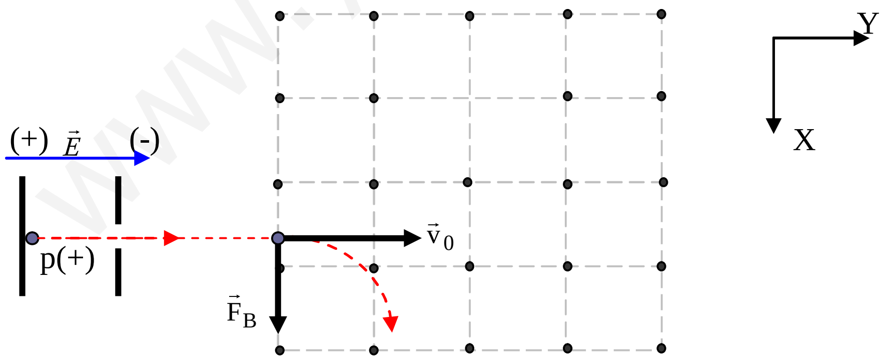
La carga, que en la figura consideramos positiva, sufriría una fuerza eléctrica,

$$\vec{F}_E = q.\vec{E}$$

, de valor constante tanto en módulo como en dirección y sentido (al serlo también el campo eléctrico).
Por lo tanto, la consecuencia es la aceleración de la carga eléctrica:

$$\left.\begin{bmatrix} F = q.E \\ F = ma \end{bmatrix}\right. \rightarrow ma = q.E \rightarrow a = \frac{q.E}{m}$$

Si sólo existe campo magnético:



Debido a la fuerza de Lorentz, el campo magnético uniforme produce una desviación de la trayectoria de la carga, de modo que esta se curva siguiendo una trayectoria circular como consecuencia de la acción centrípeta de la fuerza magnética. La velocidad varía en dirección y sentido, pero no así en módulo,

$$\vec{F} = q.\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

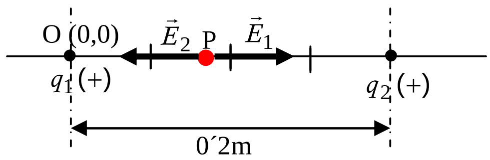
$$\left.\begin{matrix} F = qvB \\ F = \dfrac{mv^2}{R} \end{matrix}\right\} \rightarrow qvB = \frac{mv^2}{R} \rightarrow qB = \frac{mv}{R}$$

11. Dos cargas puntuales $q_1 = 3.10^{-6}$ C y $q_2 = 12.10^{-6}$ C, están situadas, respectivamente, en los puntos A y B de una recta horizontal, separados 20 cm.

   a) Razone cómo varía el campo electrostático entre los puntos A y B y represente gráficamente dicha variación en función de la distancia al punto A.

   b) ¿Existe algún punto de la recta que contiene a las cargas en el que el campo sea cero?. En caso afirmativo, calcule su posición.

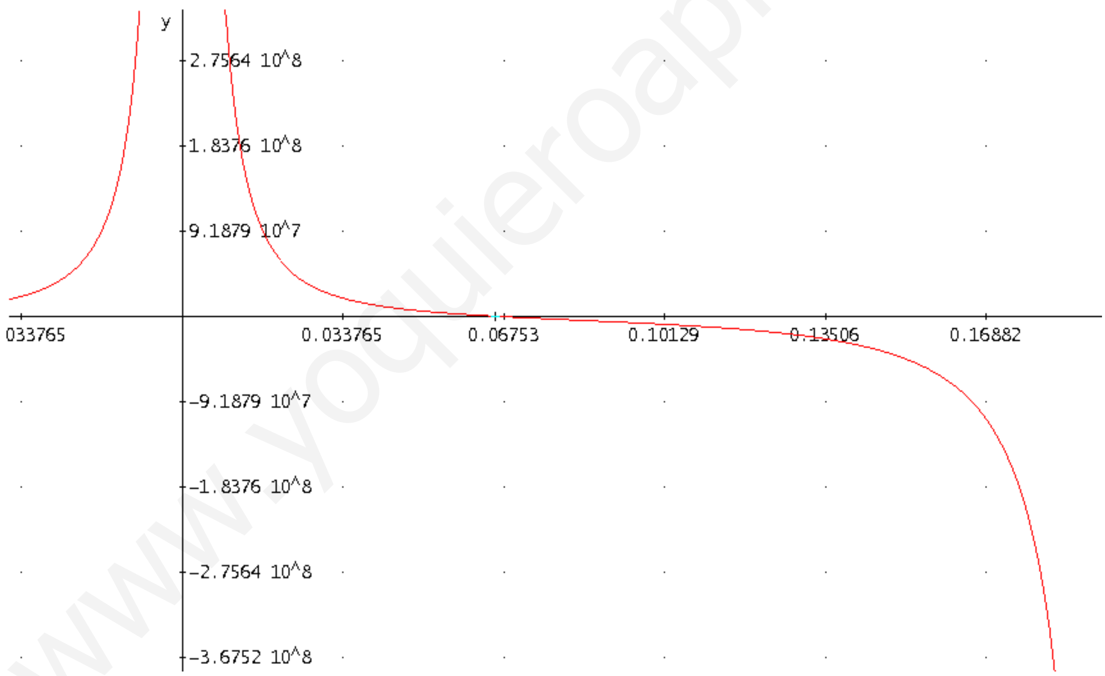
   $K = 9.10^9$ N.m^2.kg^{-2}



El campo resultante en un punto de la recta que pasa por A y B será:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \left[\frac{K.q_1}{x^2} - \frac{K.q_2}{(0´2-x)^2}\right]\vec{i} = \left[\frac{9.10^9.3.10^{-6}}{x^2} - \frac{9.10^9.12.10^{-6}}{(0´2-x)^2}\right]\vec{i} =$$

$$= \left[\frac{27.10^3}{x^2} - \frac{108.10^3}{(0´2-x)^2}\right]\vec{i}$$

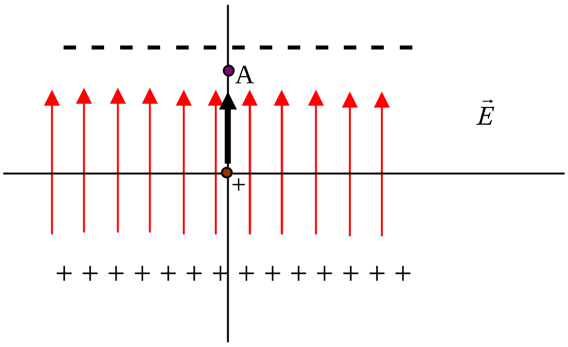


Como puede apreciarse, existe un punto en el que el campo es nulo:

$$E = \left[\frac{27.10^3}{x^2} - \frac{108.10^3}{(0´2-x)^2}\right] = 0 \rightarrow \frac{27.10^3}{x^2} = \frac{108.10^3}{(0´2-x)^2} \rightarrow \frac{(0´2-x)^2}{x^2} = \frac{108.10^3}{27.10^3} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{(0´2-x)^2}{x^2} = 4 \rightarrow \frac{0´2-x}{x} = 2 \rightarrow 3x = 0´2 \rightarrow x = 0´066m$$

12. Una partícula de carga 6.10^{-6} C se encuentra en reposo en el punto (0,0). Se aplica un campo eléctrico uniforme de 500 NC^{-1}, dirigido en el sentido positivo del eje OY.
   a) Describa la trayectoria seguida por la partícula hasta el instante en que se encuentra en el punto A, situado a 2 m del origen. ¿Aumenta o disminuye la energía potencial de la partícula en dicho desplazamiento?, ¿en qué se convierte dicha variación de energía?
   b) Calcule el trabajo realizado por el campo en el desplazamiento de la partícula y la diferencia de potencial entre el origen y el punto A.



a) $\vec{F} = q.\vec{E} \rightarrow \vec{F} = 6.10^{-6}.500\vec{j} = 3.10^{-3}\vec{j}Nw$

Puesto que la carga está inicialmente en (0,0) y se halla en reposo, la presencia del campo eléctrico provoca en ella una fuerza de igual dirección y sentido que el propio campo (ya que la carga es positiva).
La trayectoria sería rectilínea, desde O, pasando por A. El movimiento sería MRUA.

Si quisiéramos determinar las ecuaciones de dicho movimiento, en primer lugar deberíamos determinar el valor de la aceleración:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{F} = m.\vec{a} \\ \vec{F} = q.\vec{E} \end{array}\right\} \rightarrow m.\vec{a} = q.\vec{E} \rightarrow \vec{a} = \frac{q.\vec{E}}{m} = \frac{3.10^{-3}}{m}\vec{j}$$

Luego:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_0.t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \rightarrow \vec{y} = \left[\frac{1}{2}\left(\frac{3.10^{-3}}{m}\right)t^2\right].\vec{j} \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \rightarrow \vec{v} = \left[\left(\frac{3.10^{-3}}{m}\right)t\right].\vec{j} \end{array}\right\}$$

Puesto que el proceso es espontáneo, la energía potencial de la partícula deberá disminuir. Si la carga **q** adquiere velocidad, debido a la aceleración por ella experimentada, consecuentemente debe haber un aumento de energía cinética. Además, y puesto que las fuerzas eléctricas son de naturaleza conservativa,

$$\Delta E_P + \Delta E_K = 0$$

En cuanto al valor de energía potencial:

$$\left.\begin{array}{l} W_{CAMPO} = -q.\Delta V = -\Delta E_P \\ W_{CAMPO} = F_{CAMPO}.\Delta x = E.q.\Delta x \end{array}\right\} \rightarrow -q.\Delta V = E.q.\Delta x \rightarrow -\Delta V = E.\Delta x \rightarrow E = \frac{-\Delta V}{\Delta x}$$

(expresión conocida)

Así pues:

$$500 = \frac{-\Delta V}{2} \rightarrow \Delta V = -1000\ volts$$

$$W_{CAMPO} = -q.\Delta V \rightarrow W_{CAMPO} = -\left(6.10^{-6}\right)\left(-1000\right) = 6.10^{-3}\ J$$

13. Una partícula con carga q, penetra en una región en la que existe un campo.
   a) Explique cómo podríamos determinar, al observar la trayectoria de la partícula, si se trata de un campo eléctrico o de un campo magnético. ¿Hay algún caso en que no sería posible determinar el tipo de carga?
   b) Haga un análisis energético del movimiento de la partícula para un campo eléctrico y para un campo magnético, ambos perpendiculares a la velocidad con que la partícula penetra en el campo.

A1) Conociendo la dirección de la velocidad de la partícula y de los campos eléctrico y magnético, así como el signo de la carga, podemos determinar si se trata de un campo de naturaleza eléctrica o magnética observando hacia dónde se desvía.
Sin embargo, también sería posible determinar la naturaleza del campo observando la trayectoria seguida por la carga. Veamos:

- **Si la carga penetra en un campo eléctrico**, sobre ella se ejercerá una fuerza eléctrica paralela a la dirección del campo; su sentido será el del campo o bien el contrario, dependiendo de que la carga sea positiva o negativa, respectivamente. Esta fuerza es constante (en todo el campo eléctrico) en módulo, dirección y sentido, por lo que la carga se verá acelerada.
  Pueden, a partir de ahora, barajarse varias posibilidades:
  - ✓ Si la carga penetró en el campo eléctrico en dirección paralela a él, describirá un MRUA, con aceleración positiva o negativa según que la fuerza y el campo tengan o no el mismo sentido (y ello dependerá del signo de la carga), y del sentido de la velocidad respecto al campo eléctrico
  - ✓ Si la carga penetró en una dirección cualquiera, siempre habrá una componente de la velocidad que sufra una modificación como consecuencia de la aceleración producida por la fuerza eléctrica. En tal caso, la trayectoria será parabólica
- **Si la carga penetra en un campo magnético**,
  - ✓ Si la dirección de la velocidad inicial es paralela al campo magnético, la carga eléctrica no experimentará fuerza alguna, puesto que $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$ será nula; por lo tanto, el movimiento seguido sería un MRU.
  - ✓ Si la dirección de la velocidad inicial es perpendicular a $\vec{B}$, la fuerza de Lorentz es máxima, y siempre perpendicular a la velocidad, con lo que la trayectoria que seguirá la carga será la de un arco de circunferencia. En función del signo de la carga, la desviación se producirá en uno u otro sentido.
  - ✓ Si la carga penetra en cualquier otra dirección siempre habrá una componente de la velocidad que sufra una modificación. En tal caso, la carga podría describir, por ejemplo, una trayectoria helicoidal (en tirabuzón)

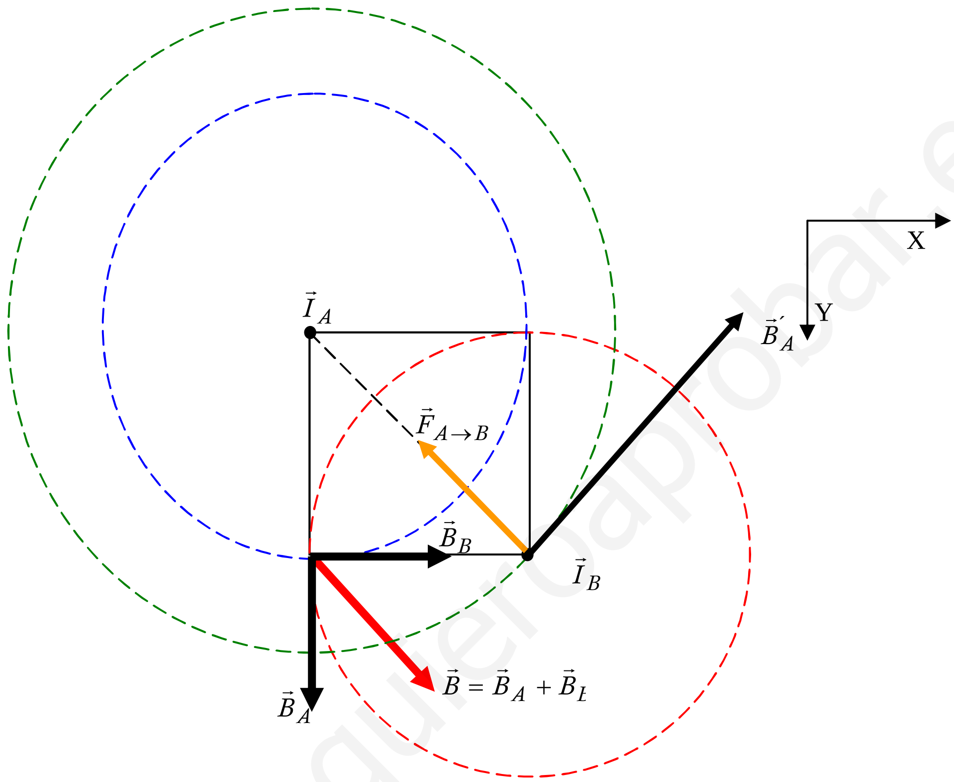
A2) Si el campo es eléctrico, siempre es posible determinar la carga, siempre y cuando se conozca la orientación del campo eléctrico y la dirección de penetración de la carga.

Cuando el campo es magnético, conocida su dirección, el sentido de curvatura será el indicador que nos permita conocer el signo de la carga.

Si existe un campo eléctrico y un magnético colocados perpendicularmente, y la carga incide perpendicularmente a ambos campos con una velocidad igual a $v = \frac{E}{B}$, no se producirá desviación alguna, con lo que será imposible determinar el signo de la carga eléctrica.

B1) Si la carga penetra en una región en la que existe un campo eléctrico, esta sufrirá una aceleración. Por lo tanto, existirá una modificación de la energía cinética. Si el campo eléctrico acelera la partícula, entonces se producirá un aumento de la energía cinética; puesto que el campo eléctrico es conservativo, tal aumento de energía cinética se verá asociado a una disminución de energía potencial, de modo que la energía mecánica del sistema será una constante.
Sin embargo, si la carga penetrara en un campo magnético, esta se desviaría describiendo un MCU (o arco de), y la fuerza magnética (fuerza de Lorentz) sería siempre perpendicular a la velocidad (en todo el campo magnético). Al tratarse de una fuerza centrípeta, esta no modifica el valor del módulo de la velocidad, con lo que no se producirá modificación alguna en la energía cinética de la carga.

14. Dos hilos metálicos largos y paralelos, por los que circulan corrientes de 10 A, pasan por dos vértices opuestos de un cuadrado de 1 m de lado situado en un plano horizontal. Ambas corrientes discurren perpendicularmente a dicho plano y hacia arriba.
    a) Dibuje un esquema en el que figuren las interacciones mutuas y el campo magnético resultante en uno de los otros dos vértices del cuadrado.
    b) Calcule los valores numéricos del campo magnético en dicho vértice y de la fuerza por unidad de longitud ejercida sobre uno de los hilos.
    $\mu_o = 4\pi.10^{-7}$ N.A^{-2}



El campo magnético en un vértice será, tal y como muestra la figura:

$$\vec{B} = \vec{B}_A + \vec{B}_B = \frac{\mu_0 I_A}{2.\pi.L}(-\vec{j}) + \frac{\mu_0 I_B}{2.\pi.L}(\vec{i}) = \frac{4.\pi.10^{-7}.10}{2.\pi.1}(\vec{i}) - \frac{4.\pi.10^{-7}.10}{2.\pi.1}(\vec{j}) =$$

$$= 2.10^{-6}(\vec{i}) - 2.10^{-6}(\vec{j})$$

$$B = \sqrt{\left(2.10^{-6}\right)^2 + \left(2.10^{-6}\right)^2} = \sqrt{8.10^{-12}}\ T$$

En cuanto a la fuerza de interacción por unidad de longitud en uno de los hilos, recordar que, según indica el tercer principio de la dinámica, toda acción lleva aparejada una reacción, con ello queremos indicar que sólo será necesario calcular el valor de la fuerza (por unidad de longitud) sobre uno de los conductores como consecuencia del campo magnético creado por el otro. Así:

$$\vec{B}'_A = \frac{\mu_0 I_A}{2.\pi.L} = \frac{2.10^{-6}}{\sqrt{2}}(sen45\vec{i} + \cos 45\vec{j}) = 10^{-6}\vec{i} + 10^{-6}\vec{j}$$

Y puesto que:

$$\frac{\vec{F}_{A\,\text{sobre}\,B}}{L} = \vec{I}_B \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & I \\ 10^{-6} & 10^{-6} & 0 \end{vmatrix} = 10^{-6}.I.\vec{j} - 10^{-6}.I.\vec{i} = -10^{-5}\vec{i} + 10^{-5}.\vec{j}\ \ Nw$$

Por supuesto,

$$\frac{\vec{F}_{A\,\text{sobre}\,B}}{L} = 10^{-5}.\vec{i} - 10^{-5}.\vec{j}\ \ Nw$$

15. Dos partículas cargadas se mueven con la misma velocidad y al aplicarles un campo magnético perpendicular a dicha velocidad, se desvían en sentidos contrarios y describen trayectorias circulares de distintos radios.
    a) ¿Qué puede decirse de las características de estas partículas?
    b) Si en vez de aplicarles un campo magnético se les aplica un campo eléctrico paralelo a su trayectoria, indique razonadamente cómo se mueven las partículas.

a) La fuerza de Lorentz, cuando la trayectoria de la carga en el campo magnético es perpendicular a él, provoca una desviación de la trayectoria rectilínea inicial para modificarla en un arco de circunferencia. Tal fuerza, por lo tanto, se comporta como una fuerza de naturaleza centrípeta. Por lo tanto:

$$\left.\begin{cases} F = qvB \\ F = \dfrac{mv^2}{R} \end{cases}\right\} \rightarrow qvB = \frac{mv^2}{R} \rightarrow qB = \frac{mv}{R} \rightarrow R = \frac{mv}{qB} \rightarrow R = \left(\frac{m}{q}\right)\left(\frac{v}{B}\right)$$

En el segundo paréntesis se relaciona el módulo de la velocidad inicial con la que penetra la carga y el valor del campo magnético. Ninguna de las dos representa una magnitud específica (propia) de la carga, sino más bien impuestas por la experimentación.
Sin embargo, el primero de los paréntesis sí relaciona dos características intrínsecas de la partícula: su masa y su carga eléctrica.
Así, para dos partículas diferentes que penetran con la misma velocidad en el mismo campo magnético, con la condición de perpendicularidad:

$$\left.\begin{aligned} R_1 &= \left(\frac{m_1}{q_1}\right)\left(\frac{v}{B}\right) \\ R_2 &= \left(\frac{m_2}{q_2}\right)\left(\frac{v}{B}\right) \end{aligned}\right\} \rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{\left(\dfrac{m_1}{q_1}\right)}{\left(\dfrac{m_2}{q_2}\right)}$$

, por lo que si $R_1 > R_2$, entonces $\left(\dfrac{m_1}{q_1}\right) > \left(\dfrac{m_2}{q_2}\right)$

, es decir, la relación masa/carga de la primera partícula será mayor que la de la segunda, sin poder asegurar separadamente los valores relativos de masa o de carga.

b) El movimiento de una carga que se desplaza paralelamente a un campo uniforme será función del signo de la carga, y del sentido relativo entre la velocidad de desplazamiento y el del campo magnético.
Si la carga penetra siguiendo el mismo sentido que el del campo, la fuerza que sobre ella se generará será:

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Además, esta fuerza produce la aceleración de la carga:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Igualando ambas expresiones:

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

, por lo que si la carga es positiva la aceleración tendrá el mismo sentido que el del campo eléctrico,y, por el contrario, si es negativa, la aceleración será de sentido contrario al campo eléctrico.

Las ecuaciones cinemáticas (vectoriales) serían entonces:

$$\left.\begin{aligned} \vec{x} &= \vec{x}_0 + \vec{v}_0 . t + \frac{q\vec{E}}{2m} t^2 \\ \vec{v} &= \vec{v}_0 + \frac{q\vec{E}}{2m} t \end{aligned}\right\}$$

16. Conteste razonadamente a las siguientes cuestiones:
   a) ¿Puede moverse una carga bajo la acción de un campo magnético sin experimentar fuerza magnética?
   b) ¿Puede ser nulo el flujo magnético a través de una espira colocada en una región en la que existe un campo magnético?

a) Desde luego que sí. La condición es que $\vec{v}$ y $\vec{B}$ sean paralelos (es decir, tengan la misma dirección). De este modo el producto vectorial:

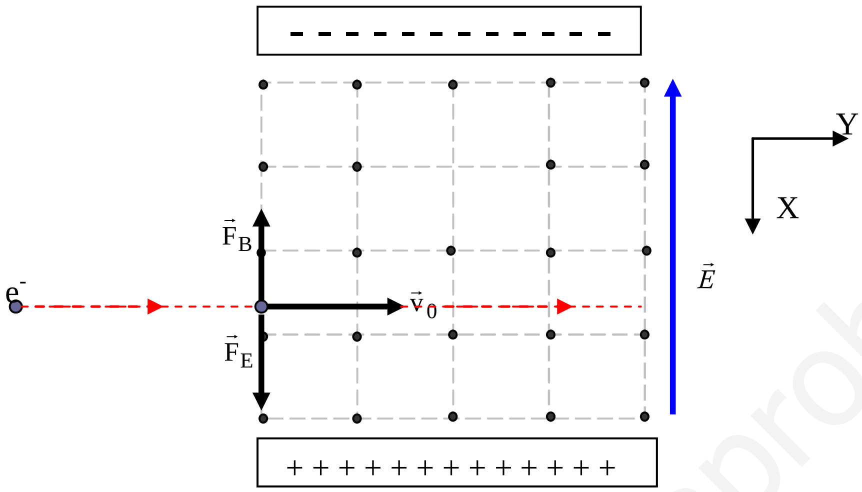
$$\vec{v} \times \vec{B} = 0 \rightarrow sen\theta = 0 \rightarrow \begin{cases} \theta = 0^{o} \\ \theta = 180^{o} \end{cases}$$

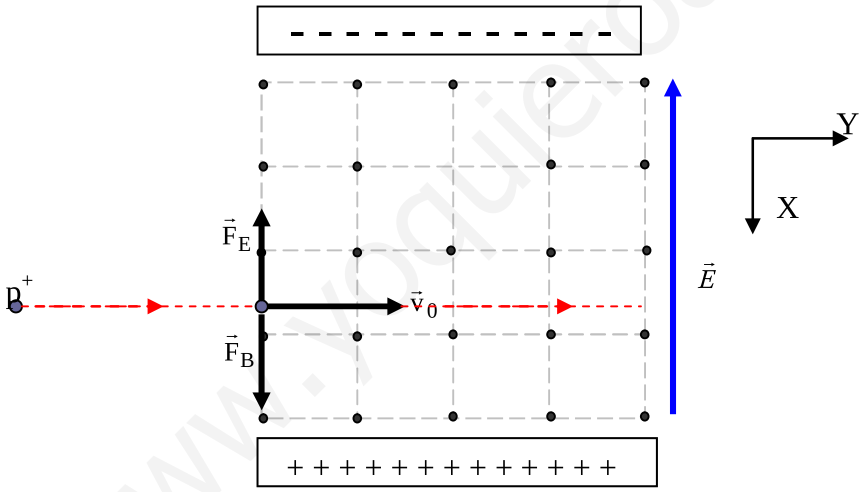
b) Igualmente, la respuesta es afirmativa. Se define flujo magnético a:

$$\phi_B = \vec{B}.\vec{S} = B.S.\cos\theta$$

Por lo tanto, el flujo será nulo cuando cosθ=0, o lo que es lo mismo, cuando θ=$\frac{\pi}{2}$. Es decir, cuando la espira esté colocada perpendicularmente a la dirección del campo magnético.

17. En una región del espacio en la que existen un campo eléctrico de 100 N.C^{-1} y un campo magnético de 10^{-3} T, perpendiculares entre sí, penetran un protón y un electrón con velocidades perpendiculares a ambos campos.
    a) Dibuje en un esquema los vectores velocidad, campo eléctrico y campo magnético en el caso de que las partículas no se desvíen.
    b) ¿Qué energía cinética deberían tener el protón y el electrón en esas condiciones?
    $m_P = 1'7.10^{-27}$ kg; $m_e = 9'1.10^{-31}$ kg





En tales condiciones, puesto que la fuerza ejercida por el campo magnético es contraria la del campo eléctrico,

$$qvB = qE \rightarrow v = \frac{E}{B} \rightarrow v = \frac{100}{10^{-3}} = 10^5\, ms^{-1}$$

En estas condiciones, la velocidad de la partícula se mantiene siempre constante, con lo que la velocidad de la partícula será también constante:

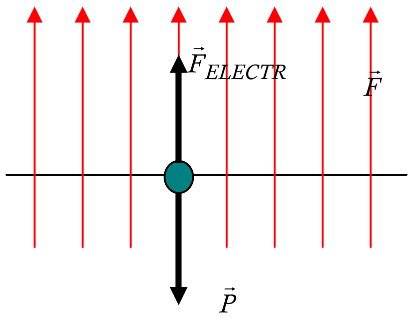
$$E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{10^{10}}{2}m = 5.10^8.m \text{ Julios}$$

Así, para el protón:

$$E_K^{(protón)} = \frac{10^{10}}{2}m = 5.10^8.m = 5.10^8.1'7.10^{-27}\,J = 8'5.10^{-19}\,J$$

$$E_K^{(electrón)} = \frac{10^{10}}{2}m = 5.10^8.m = 5.10^8.9'1.10^{-31}\,J = 8'5.10^{-19}\,J$$

18. En las proximidades de la superficie terrestre se aplica un campo eléctrico uniforme. Se observa que al soltar una partícula de 2 g cargada con 5.10^{-5} C permanece en reposo.
   a) Determine razonadamente las características del campo eléctrico (módulo, dirección y sentido)
   b) Explique qué ocurriría si la carga fuese de: i) 10.10^{-5} C; ii) -5.10^{-5} C



Se trata de un campo eléctrico vertical hacia arriba, uniforme expresado por:

$$\vec{E} = E.\vec{j}$$

Si la carga en el interior del campo eléctrico se halla en reposo:

$$\vec{F}_{ELECTR} + \vec{P} = 0$$

De este modo:

$$\vec{F}_{ELECTR} = -\vec{P}$$

$$q.\vec{E} = -mg\left(-\vec{j}\right) \rightarrow \vec{E} = \frac{mg}{q}(j) \rightarrow \vec{E} = \frac{2.10^{-3}.10}{5.10^{-5}}(\vec{j})$$

$$\vec{E} = 400\vec{j} \quad \text{Nw/Cul}$$

b) Si el campo eléctrico se mantuviera y se colocase en él una carga de 10.10^{-5}Cul, la fuerza eléctrica no estaría compensada con la fuerza peso, por lo que la partícula se desplazaría hacia arriba con un movimiento acelerado. Así:

$$\vec{F}_{ELECTR} + \vec{P} = m\vec{a} \rightarrow q.\vec{E} + \vec{P} = m\vec{a} \rightarrow 10.10^{-5}.(400\vec{j}) + 2.10^{-3}.10(-\vec{j}) = 2.10^{-3}.\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{10.10^{-5}.(400\vec{j}) + 2.10^{-3}.10(-\vec{j})}{2.10^{-3}} = \frac{4.10^{-2}(\vec{j}) - 2.10^{-2}(\vec{j})}{2.10^{-3}} = \frac{2.10^{-2}(\vec{j})}{2.10^{-3}} = 10\vec{j} \text{ m/sg}$$

c) Si la carga fuese de -5.10^{-5}Cul, la carga el campo eléctrico provocaría un movimiento sentido contrario al de éste; en este caso, hacia abajo. Si además de esta fuerza electrostática consideramos el peso de la carga:

$$\vec{F}_{ELECTR} + \vec{P} = m\vec{a} \rightarrow q.\vec{E} + \vec{P} = m\vec{a} \rightarrow -5.10^{-5}.(400\vec{j}) + 2.10^{-3}.10(-\vec{j}) = 2.10^{-3}.\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{-2.10^{-2}(\vec{j}) - 2.10^{-2}(\vec{j})}{2.10^{-3}} = \frac{-4.10^{-2}(\vec{j})}{2.10^{-3}} = 2.10\left(-\vec{j}\right)\text{m/sg}$$

19. a) Explique razonadamente la acción de un campo magnético sobre un conductor rectilíneo, perpendicular al campo, por el que circula una corriente eléctrica y dibuje en un esquema la dirección y sentido de todas las magnitudes vectoriales que intervienen.

b) Explique qué modificaciones se producirían, respecto del apartado anterior, en los casos siguientes: i) Si el conductor forma un ángulo de 45º con el campo; ii) Si el conductor es paralelo al campo.

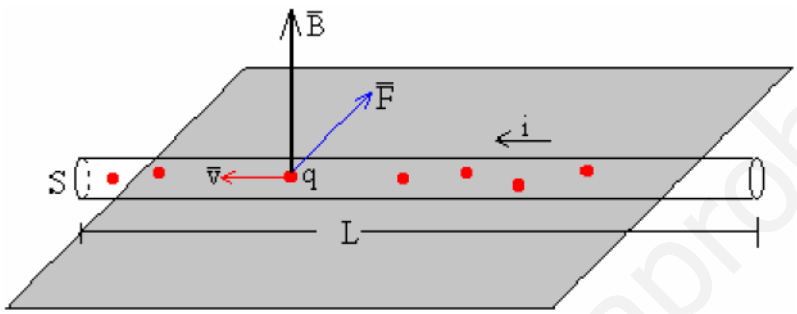
a) Fuerza sobre una corriente rectilínea: Ley de Laplace.

Cuando un conductor de longitud l que transporta una corriente de intensidad I se introduce en un campo magnético, este ejerce sobre él una fuerza, dada por:

$$\vec{F} = I.(\vec{L} \times \vec{B}) \rightarrow F = I.L.B.sen\theta$$

Si la corriente que circula por el conductor es perpendicular al campo magnético, el valor de la fuerza de Laplace sería:

$$F = ILB$$



Observar que la dirección y sentido de la fuerza es la del producto vectorial de los vectores $\vec{I}$ y $\vec{B}$. La regla de la mano izquierda proporciona la dirección de la fuerza sin más que cambiar el vector $\vec{v}$ por $\vec{L}$. La dirección y sentido de este último es la del sentido convencional de la corriente que circula por el conductor.

La expresión en su forma escalar nos permite establecer la unidad S.I de la inducción magnética $\vec{B}$. En efecto, despejando B tendremos:

$$B = \frac{F}{Il} = \frac{N}{A.m} = 1 \ Tesla(T) = 10^4 \ Gauss$$

b) Para responder a las cuestiones, bastará con utilizar la expresión correspondiente a la Ley de Laplace:

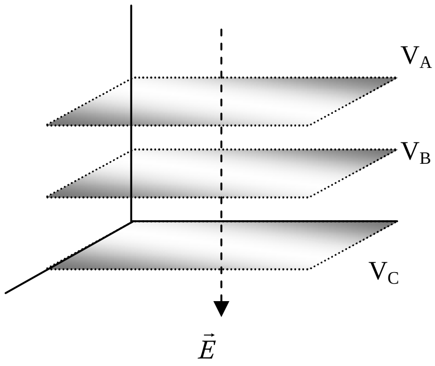
$$\vec{F} = I.(\vec{L} \times \vec{B}) \rightarrow F = I.L.B.sen\theta$$

Teniendo en cuenta la ecuación, si el ángulo es de 45º, el módulo de la fuerza será un factor cos45 menor que la fuerza correspondiente al caso de perpendicularidad (caso a)).

Del mismo modo, cuando el ángulo es de 0º, no existe fuerza alguna.

Se aprecia, pues, que a medida que el valor máximo de interacción se produce cuando la el conductor se coloca perpendicularmente al campo. A medida que ese ángulo se hace menor, lo mismo sucede con la fuerza eléctrica experimentada, hasta que, en el caso en el que las direcciones son paralelas, la fuerza a la que está sometido el hilo conductor será nula.

20. En una región del espacio el potencial electrostático aumenta en el sentido positivo del eje Z y no cambia en las direcciones de los otros dos ejes.
   a) Dibuje en un esquema las líneas del campo electrostático y las superficies equipotenciales.
   b) ¿En qué dirección y sentido se moverá un electrón, inicialmente en reposo?



$V_A > V_B > V_C$

El movimiento del electrón será, como el de cualquier carga negativa, hacia potenciales mayores. Por tanto, se dirigirá hacia las Z positivas (hacia arriba).

Se puede argumentar teniendo en cuenta que toda carga se moverá, en el seno de un campo eléctrico, hacia energías potenciales decrecientes si el movimiento es espontáneo (no forzado). Así:

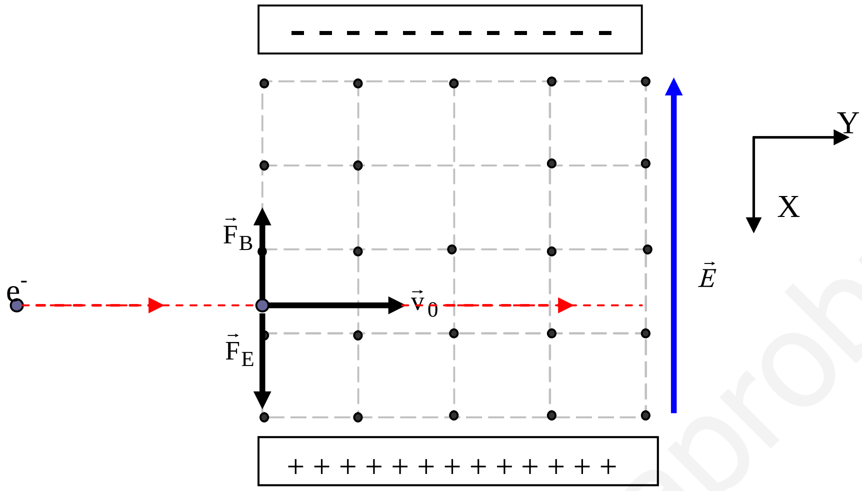
$$E_P = q.V \rightarrow \left\{ \begin{matrix} E_{PA} = q.V_A \\ E_{PB} = q.V_B \end{matrix} \right\} \rightarrow siendo\ V_A > V_B$$

y, puesto que la carga es negativa : $E_{PA} < E_{PB}$

, por lo que el electrón se dirigirá hacia la superficie A, es decir, hacia las Z(+)

21. Un protón penetra en un campo eléctrico uniforme de 200 $N.C^{-1}$; con una velocidad de 10^6 m/s perpendicular a dicho campo.
   a) Explique con ayuda de un esquema, las características del campo magnético que habría que aplicar, superpuesto al eléctrico, para que no se modifique la dirección y sentido de la velocidad inicial del protón.
   b) Calcule el valor de dicho campo magnético. ¿Se modificará el resultado si en vez de un protón penetrase, en las mismas condiciones, un electrón?

   $e = 1'6.10^{-19}$ C



Como vemos, la condición para que la partícula no sufra desviación de su trayectoria es que el campo magnético forme un triedro con la velocidad inicial de penetración de la carga, es decir, sea perpendicular a la velocidad de entrada al campo de la partícula y perpendicular al campo eléctrico.

De esta forma:

$$\vec{F}_B = -\vec{F}_E \rightarrow qvB = qE \rightarrow v = \frac{E}{B} \rightarrow 10^6 = \frac{200}{B} \rightarrow B = 2.10^{-4} T$$

Como perfectamente podemos apreciar, la formula no tiene para nada incluida la carga de la partícula; es independiente de ella.
Precisamente por ello, la velocidad es independiente de la masa y de la carga de la partícula

22. a) Fuerza magnética sobre una carga en movimiento. b) ¿En qué dirección se debe mover una carga en un campo magnético para que no se ejerza fuerza sobre ella?

a) Cuando una carga eléctrica +q penetra en un campo magnético de inducción $\vec{B}$ con velocidad $\vec{v}$, experimentalmente se comprueba que dicha carga queda sometida a una fuerza que viene dada por la expresión:

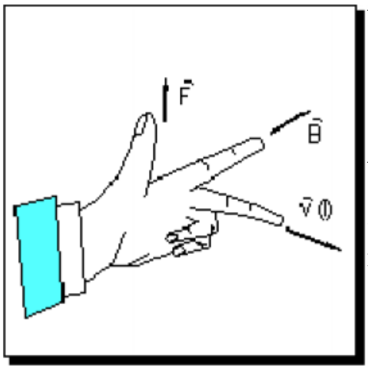


Fig 3.8

$$\bar{F}=q\,(\bar{v}\times\bar{B})$$

Observa que la dirección y sentido de la fuerza es la del producto vectorial de los vectores $\vec{v}$ y $\vec{B}$. La regla de la mano izquierda (Fig 3.8) proporciona la dirección de la fuerza. Si la carga es negativa, la fuerza invierte su sentido. En el caso que la carga se encuentre en reposo, la fuerza ejercida por el campo magnético sobre ella es nula, como se desprende de la fórmula.

Es importante señalar que al actuar la fuerza sobre la carga móvil, esta se desvía de su trayectoria. Mientras permanece en el interior del campo magnético, suponiendo que las direcciones de la velocidad y del campo son perpendiculares entre sí, el movimiento de la carga es circular uniforme. En efecto, si aplicamos la 2ª Ley de la Dinámica al movimiento de la misma tendremos:

$$\Sigma\bar{F}=m\bar{a}_c \quad ; \quad q.v.B=m\frac{v^2}{R} \quad \rightarrow \quad R=\frac{mv}{qB}$$

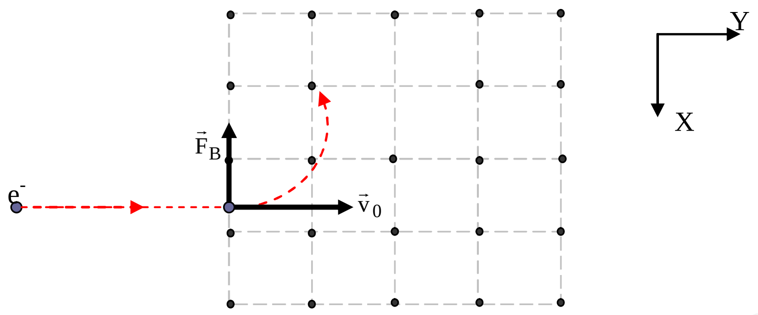
, donde R es el radio de curvatura de la trayectoria descrita por la carga. En la expresión anterior se han utilizado los módulos de las magnitudes vectoriales presentes en la fórmula.

b) Teniendo en cuenta la Ley de Lorentz,

$$\bar{F}=q\,(\bar{v}\times\bar{B})$$

Si el producto vectorial $\vec{v}\times\vec{B}$, entonces la fuerza será nula. Para que dicho producto sea nulo la partícula debe penetrar paralelamente a la dirección del campo.

23. Un electrón con 1 eV de energía cinética describe un movimiento circular uniforme en un plano perpendicular a un campo magnético B = 10^{-4} T. a) Explique con ayuda de esquemas, las posibles direcciones y sentidos de la fuerza, velocidad y campo magnético implicados. b) Calcule el radio de la trayectoria. c) Repita el apartado a) para otro electrón que siguiera una trayectoria rectilínea.
$m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg ; e = $1{,}6.10^{-19}$ C.



La energía cinética asociada al electrón será:

$$E_K = 1eV = 1'6.10^{-19}\,J = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2.1'6.10^{-19}}{9'1.10^{-31}}} = 5'93.10^5\,ms^{-1}$$

La fuerza de Lorentz curva la trayectoria lineal inicial del electrón en otra circular. Se trata de una fuerza centrípeta. Por lo tanto:

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \rightarrow R = \frac{mv}{qB} = \frac{9'1.10^{-31}.5'93.10^5}{1'6.10^{-19}.10^{-4}} = 3'37.10^{-2}\,m$$

La única posibilidad será aquella en la que la fuerza de Lorentz sea nula:

$$\vec{F} = q\left(\vec{v}\times\vec{B}\right) = 0 \rightarrow \left(\vec{v}\times\vec{B}\right) = 0$$

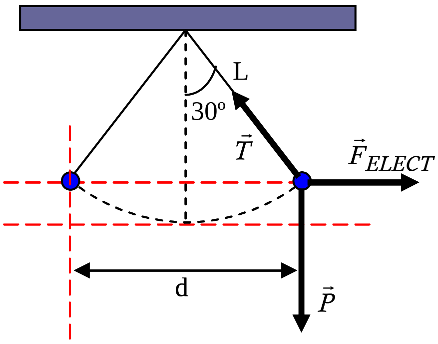
Por tanto, se desprende que $\vec{v}_0$ y $\vec{B}$, deben ser paralelos. Dicho de otro modo, el electrón deberá penetrar en dirección paralela al campo magnético para no percibir la acción del campo magnético.

24. Dos partículas de 10 g se encuentran suspendidas por dos hilos de 30 cm desde un mismo punto. Si se les suministra a ambas partículas la misma carga, se separan de modo que los hilos forman entre sí un ángulo de 60º.

a) Dibuje en un diagrama las fuerzas que actúan sobre las partículas y analice la energía del sistema en esa situación.

b) Calcule el valor de la carga que se suministra a cada partícula.

$K = 9.10^9\ N\ m^2\ C^{-2}$; $g = 10\ m\ s^{-2}$



$$sen30 = \frac{x}{L} \rightarrow x = L.sen30 = 0'3.sen30 = 0'15m$$

$$d = 0'15.2 = 0'3m$$

Del esquema vemos que:

$$\left.\begin{array}{l} T.sen30 = F_{ELECT} \\ T.cos30 = mg \end{array}\right\} \frac{T.sen30}{T.cos30} = \frac{F_{ELECT}}{mg} \rightarrow$$

$$\rightarrow tg\,30 = \frac{F_{ELECT}}{mg} \rightarrow tg\,30 = \frac{K.q^2/d^2}{mg} \rightarrow$$

$$\rightarrow tg\,30 = \frac{K.q^2}{mgd^2} \rightarrow q = \left[\frac{tg\,30.m.g.d^2}{K}\right]^{\frac{1}{2}} = 7'6.10^{-7}\ Cul$$

Por otro lado:

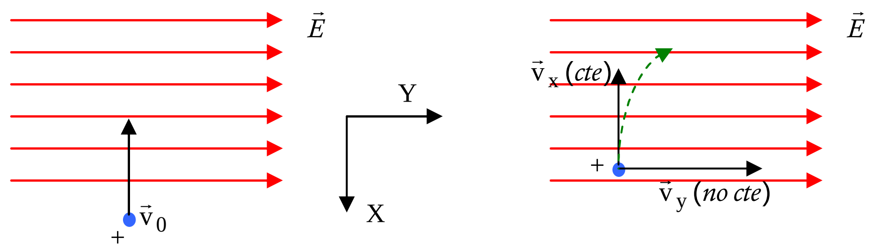
$$E_{ELECTROSTÁTICA} = \frac{k.q^2}{r} = \frac{9.10^9.(7'6.10^{-7})^2}{0'3} = 1'73.10^{-2}\ J$$

25. Una partícula cargada penetra en un campo eléctrico uniforme con una velocidad perpendicular al campo.

a) Describa la trayectoria seguida por la partícula y explique cómo cambia su energía.

b) Repita el apartado anterior si en vez de un campo eléctrico se tratara de un campo magnético.

a)



Cuando la partícula (que consideraremos positiva) penetra perpendicularmente al campo eléctrico, esta se ve sometida a una fuerza eléctrica en el sentido del campo. Esta fuerza produce una aceleración en dirección perpendicular a la velocidad inicial de la carga. El resultado es una trayectoria parabólica.
La descripción cinemática será:

$$\vec{r}\begin{cases} \vec{x} = (x_0 + v_x.t).(-\vec{i}) \\ \vec{y} = \frac{1}{2}a.t^2.\vec{j} = \frac{1}{2}q.E.t^2.\vec{j} \end{cases} \rightarrow \vec{r} = \left(-x_0 - v_0.t, \frac{1}{2}.q.E.t^2\right)$$

$$\vec{v}\begin{cases} \vec{v}_x = v_0.(-\vec{i}) \\ \vec{v}_y = at\vec{j} = q.E.t.\vec{j} \end{cases} \rightarrow \vec{v} = (-v_0, q.E.t)$$

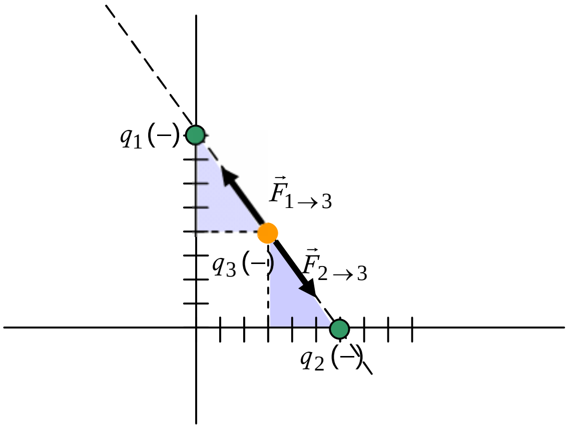
Puesto que el campo eléctrico acelera la partícula (cargada), su velocidad aumenta, haciéndolo entonces su energía cinética. Puesto que el campo eléctrico es conservativo, a medida que se incrementa la energía cinética, decrecerá en igual medida la energía potencial eléctrica.

b) En el caso en el que el campo en el que penetra la partícula es magnético y en las condiciones exigidas en el enunciado (velocidad perpendicular al campo), el campo magnético produce una fuerza sobre la partícula denominada FUERZA DE LORENTZ, perpendicular al campo y a la velocidad de la partícula. En nuestro caso, el campo magnético es uniforme, lo que se traduce en la trayectoria circular de la partícula, debido al carácter de fuerza centrípeta de tal fuerza de Lorentz.

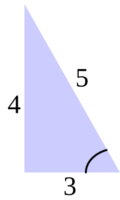
Energéticamente, el campo magnético, aunque no conservativo, no produce una modificación de la energía cinética, puesto que debido a su carácter central (en este caso la fuerza de Lorentz siempre va dirigida hacia un mismo punto, el centro de la trayectoria circular realizada por la carga), el módulo de la velocidad no cambia; tan sólo se modificará su dirección y sentido.

26. Dos cargas puntuales iguales de -1,2.10 $^{-6}$ C cada una, están situadas en los puntos A(0,8) m y B(6,0) m. Una tercera carga de -1,5.10 $^{-6}$ C, se sitúa en el punto P(3,4) m.
    a) Represente en un esquema las fuerzas que se ejercen entre las cargas y calcule la resultante sobre la tercera carga.
    b) Calcule la energía potencial de dicha carga.

K = 9.10^9 N m^2 C^{-2}



Vamos, en primer lugar, a determinar el ángulo que forman las fuerzas son la horizontal (que en los dos casos tiene el mismo valor). Si observamos uno de los triángulos coloreados,



$$\alpha = arctg\frac{4}{3} \rightarrow$$
$$\rightarrow \alpha = 53'13^{o}$$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{F}_{1\to 3} = \dfrac{K.q.q_3}{5^2}.\left[\cos 53'13^{o}\,(-\vec{i}) + sen 53'13^{o}\,(\vec{j})\right] \\ \vec{F}_{2\to 3} = \dfrac{K.q.q_3}{5^2}.\left[\cos 53'13^{o}\,(\vec{i}) + sen 53'13^{o}\,(-\vec{j})\right] \end{array}\right\} \rightarrow \vec{F} = \sum \vec{F}_i = 0$$

Respecto a la energía potencial de la carga q_3, será la suma escalar de las energías potenciales correspondientes a la interacción con cada una de las otras dos cargas. Es decir:

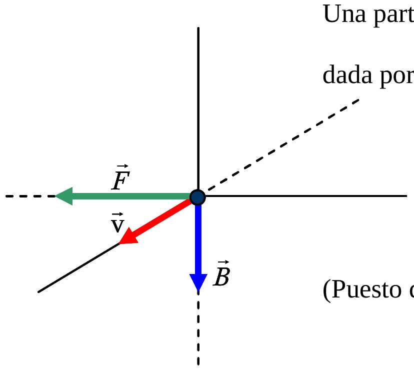
$$E_{P3} = E_{P13} + E_{P23} = \frac{K.q.q_3}{5} + \frac{K.q.q_3}{5} = \frac{2.K.q.q_3}{5} = \frac{2.9.10^9.(-1'2.10^{-6}).(-1'5.10^{-6})}{5} =$$
$$= 6'48.10^{-3}\,J$$

27. En una región del espacio existe un campo magnético uniforme en el sentido negativo del eje Z. Indique, con la ayuda de un esquema, la dirección y sentido de la fuerza magnética en los siguientes casos:

a) Una partícula β que se mueve en el sentido positivo del eje X

b) Una partícula α que se mueve en el sentido positivo del eje Z.

a)



Una partícula β es un electrón: e^-

La fuerza a la que estará sometida esta partícula viene dada por la LEY DE LORENTZ:

$$\vec{F} = q.\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

$$\vec{F} = q.\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B \end{vmatrix} = q.v.B.\vec{j}$$

(Puesto que la carga del electrón es negativa):

$$\vec{F} = -e.v.B.\vec{j} = e.v.B.\left(-\vec{j}\right)$$

Si no deseamos realizar el producto vectorial, determinaremos el vector de dirección y después calcularemos el módulo:

- Para el vector de dirección, aplicamos la regla del tornillo. Puesto que la carga es negativa, el sentido de la fuerza será $\vec{F} = F.(-\vec{j})$
- En cuanto al módulo:

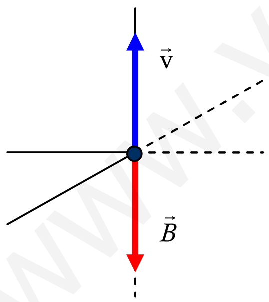
$$F = q.v.B.\mathrm{sen}\,\theta = q.v.B.\mathrm{sen}\,90 = qvB$$

(Ojo! Al tratarse del módulo, no incluiremos el signo negativo del electrón)

Ahora vemos que:

$$\vec{F} = qvB(-\vec{j}) = evB.(-\vec{j})$$

b)



Una partícula α es un núcleo de helio, es decir ${}^{4}_{2}He^{+2}$

$$\vec{F} = q.(\vec{v} \times \vec{B})$$

Puesto que la velocidad y el campo magnético son paralelos, la partícula α no está sometido a fuerza alguna.

$$\vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & v \\ 0 & 0 & -B \end{vmatrix} = (0,0,0)\ Nw$$

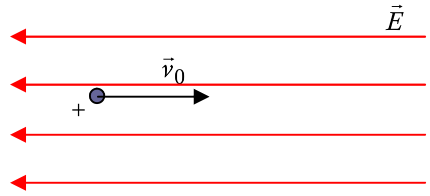
28. Justifique razonadamente, con la ayuda de un esquema, qué tipo de movimiento efectúan un protón y un neutrón, si penetran con una velocidad v_0 en:

a) una región en la que existe un campo eléctrico de la misma dirección y sentido contrario que la velocidad v_0.

b) una región en la que existe un campo magnético uniforme perpendicular a la velocidad v_0.

Tanto en uno como en otro caso, un neutrón no se verá afectado ni por la presencia de un campo magnético ni tampoco por la de un campo eléctrico, por tratarse de una partícula sin carga. Por lo tanto, el estudio se centrará en el caso del protón.

a)



La fuerza a la que estará sometido el protón será:

$$\vec{F} = q\vec{E} = qE(-\vec{i})$$

Su velocidad inicial:

$$\vec{v}_0 = v.\vec{i}$$

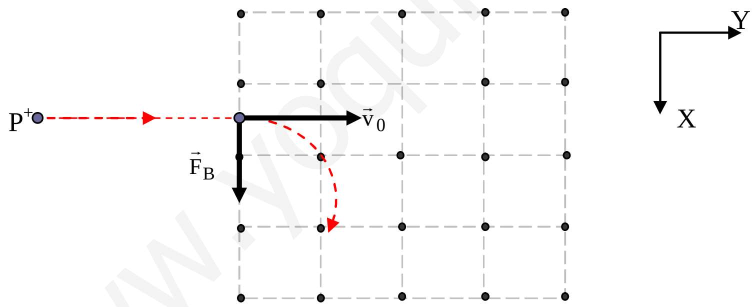
La fuerza provoca una deceleración de la partícula. El valor de esta aceleración vendrá dado por:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{F} = m\vec{a} \\ \vec{F} = qE(-\vec{i})\end{array}\right\} \rightarrow m\vec{a} = qE(-\vec{i}) \rightarrow \vec{a} = \frac{-qE\vec{i}}{m}$$

Las ecuaciones del movimiento del protón serán, entonces:

$$\begin{bmatrix} \vec{x} = x_0\vec{i} + v_0.t\vec{i} - \dfrac{qE}{2m}t^2\vec{i} \\ \vec{v} = v_0\vec{i} - \dfrac{qE}{m}t\vec{i} \end{bmatrix}$$

Si existe un campo magnético uniforme perpendicular a la velocidad,



El protón sufrirá una desviación de su trayectoria por la presencia de una fuerza denominada FUERZA DE LORENTZ, cuyo módulo, dirección y sentido vienen dados por:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Se trata de una fuerza de carácter central, que provoca una trayectoria circular de la partícula (mientras exista campo magnético)

29. Razone las respuestas a las siguientes preguntas:

a) ¿Cómo debe moverse una carga en un campo magnético uniforme para experimentar fuerza magnética?

b) ¿Cómo debe situarse un disco en un campo magnético para que el flujo magnético que lo atraviese sea cero?

a) La ley de Lorentz cuantifica el valor de la fuerza que el campo magnético realiza sobre una carga puntual en movimiento que penetra en él:

$$\vec{F} = q.(\vec{v} \times \vec{B})$$

Tal fuerza sólo podrá anularse cuando alguno de los factores sea nulo, o bien cuando lo sea el producto vectorial:

$$(\vec{v} \times \vec{B}) = 0 \rightarrow \text{VBsen}\theta = 0 \rightarrow \text{sen}\,\theta = 0 \rightarrow \begin{cases} \theta = 0 \quad rads \\ \theta = \pi \quad rads \end{cases}$$

Es decir, LA FUERZA DE LORENTZ QUE EXPERIMENTA UNA CARGA ELÉCTRICA QUE PENETRA EN UN CAMPO MAGNÉTICO SERÁ NULA CUANDO EL MOVIMIENTO DE LA CARGA SEA PARALELO A LA DIRECCIÓN DEL CAMPO MAGNÉTICO.

b) El flujo magnético es una magnitud escalar dada por el producto:

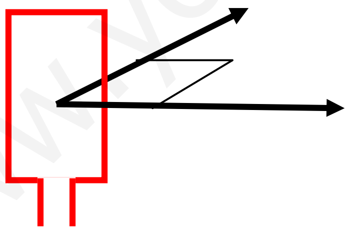
$$\Phi_B = \vec{B}.\vec{S} = B.S.\cos\theta$$

, donde B es el campo magnético

S es el vector característico o normal del plano de la espira

Para que el flujo sea nulo, $\cos\theta = 0 \rightarrow \begin{cases} \theta = \dfrac{\pi}{2} \\ \theta = \dfrac{3\pi}{2} \end{cases}$

Luego, EL FLUJO MAGNÉTICO QUE ATRAVIESA UNA ESPIRA SERÁ NULO CUANDO LA ESPIRA SE COLOQUE PERPENDICULAR AL CAMPO MAGNÉTICO.

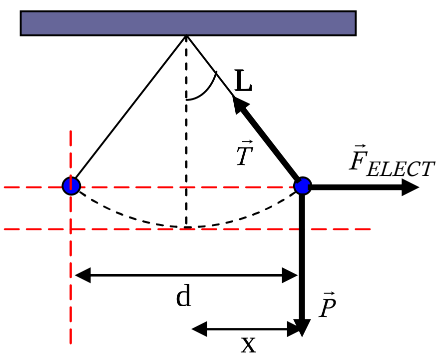


30. Dos pequeñas bolitas, de 20 g cada una, están sujetas por hilos de 2,0 m de longitud suspendidas de un punto común. Cuando ambas se cargan con la misma carga eléctrica, los hilos se separan hasta formar un ángulo de 15º. Suponga que se encuentran en el vacío, próximas a la superficie de la Tierra:

a) Calcule la carga eléctrica comunicada a cada bolita.

b) Se duplica la carga eléctrica de la bolita de la derecha. Dibuje en un esquema las dos situaciones (antes y después de duplicar la carga de una de las bolitas) e indique todas las fuerzas que actúan sobre ambas bolitas en la nueva situación de equilibrio.

$K = 9.10^{9}\ N\ m^2\ C^{-2}$; $g = 10\ m\ s^{-2}$



a)

$$\left.\begin{array}{l} T.sen7´5 = F_{ELECT} \\ T.\cos 7´5 = mg \end{array}\right\} \rightarrow \frac{T.sen7´5}{T.\cos 7´5} = \frac{F_{ELECT}}{mg} \rightarrow$$

$$\rightarrow tg7´5 = \frac{F_{ELECT}}{mg} \rightarrow tg7´5 = \frac{\left(\frac{K.q^2}{d^2}\right)}{mg}$$

Pero por otro lado necesitamo s conocer la distancia que separa las cargas. De nuevo a través de la trigonomet ría (ver figura) :

$$\text{sen}7´5 = \frac{\text{x}}{\text{L}} \rightarrow x = L.sen7´5 = 2.sen7´5 = 0´261m \rightarrow$$

$$\rightarrow d = 0´522m$$

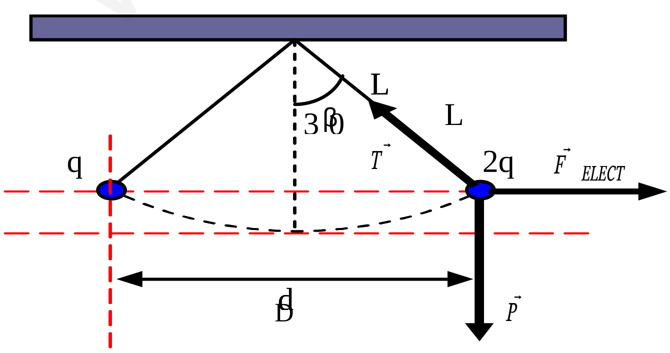
Si sustituimos en la ecuación de la tangente:

$$tg7´5 = \frac{\left(\frac{K.q^2}{d^2}\right)}{mg} \rightarrow tg7´5 = \frac{\left(\frac{9.10^9.q^2}{0´522^2}\right)}{20.10^{-3}.10} \rightarrow q = \left[\frac{tg7´5.20.10^{-3}.10.0´522^2}{9.10^9}\right]^{\frac{1}{2}} = 8´93.10^{-7}\,cul$$

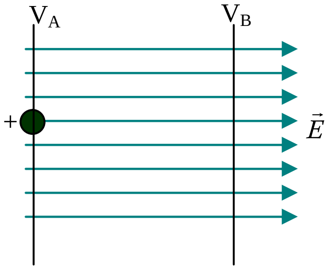
b) Si una de las cargas se duplica, la fuerza entre ellas será mayor, por lo que se separarán más. Para conocer la distancia entre ellas una vez alcanzado el equilibrio, la distancia entre ellas será mayor (D), y, consecuentemente, también lo será el ángulo que formará la cuerda que sostiene a cada carga con respecto a la horizontal.

Matemáticamente:

$$tg\beta = \frac{\left(\frac{K.q.(2q)}{D^2}\right)}{mg}$$



31. Una carga eléctrica positiva se mueve en un campo eléctrico uniforme. Razone cómo varía su energía potencial electrostática si la carga se mueve:
 a) En la misma dirección y sentido del campo eléctrico. ¿Y si se mueve en sentido contrario?
 b) En dirección perpendicular al campo eléctrico. ¿Y si la carga describe una circunferencia y vuelve al punto de partida?



Existe una relación que liga la intensidad del campo eléctrico con en un determinado punto con el potencial. Dicha relación, en el caso particular de un campo eléctrico uniforme, tiene la forma:

$$E = \frac{-\Delta V}{\Delta x}$$

Donde ΔV es la diferencia de potencial entre dos puntos, y Δx la distancia existente entre ambos puntos.

Al desplazarse la carga desde A hasta B, siguiendo la misma dirección y sentido que el campo, el la variación de potencial sería negativa, es decir, ΔV <0

Por lo tanto:
A1) Si la carga (positiva) se mueve hacia potenciales negativos, teniendo en cuenta que:

$$\Delta E_P = q.\Delta V$$

Entonces $\Delta E_P < 0$

si la partícula positiva se desplaza desde B hasta A , en contra de las líneas de campo, entonces, ΔV >0, y el proceso será forzado, es decir, será necesaria la presencia la participación de una fuerza externa.

$$\Delta E_P = q.\Delta V \rightarrow Si \begin{Bmatrix} \Delta V > 0 \\ q \equiv + \end{Bmatrix} \rightarrow \Delta E_P > 0 \rightarrow \text{La energía potencial de la partícula aumenta}$$

desde B hasta A, con lo que el proceso no es espontáneo , sino forzado

B1) En este caso, la carga se desplazaría a lo largo de un camino perpendicular al campo eléctrico; dicho de otro modo, se desplazaría a lo largo de una línea (superficie) equipotencial. Estas se caracterizan porque todos los puntos que la conforman tienen el mismo valor de potencial. Por lo tanto: $\Delta V = 0$
Así pues:

$$\Delta E_P = q.\Delta V = 0$$

Cuando una partícula se mueve a través de una superficie equipotencial, el trabajo realizado por el campo para producir tal desplazamiento es nulo.

B2) Puesto que el campo electrostático es conservativo, el trabajo realizado por el campo para trasladar una carga desde A hasta B podrá expresarse como diferencia de valores de una función de estado denominada energía potencial. Esta variación de energía potencial depende sólo de las posiciones inicial y final de la carga , independientemente de la trayectoria recorrida para llegar desde uno a otro punto.
Matemáticamente:

$$W_{CAMPO} = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r} = -\Delta E_P = -(E_{PB} - E_{PA})$$

Y, puesto que:

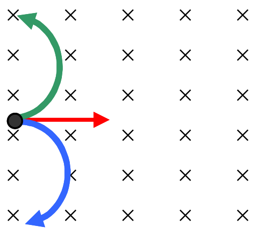
$$A \equiv B \rightarrow E_{PA} = E_{PB} \rightarrow \Delta E_P = 0$$

Y, como:

$$W_{CAMPO} = -\Delta E_P = 0J$$

32. Dos partículas con cargas eléctricas, del mismo valor absoluto y diferente signo, se mueven con la misma velocidad, dirigida hacia la derecha y en el plano del folio. Ambas partículas penetran en un campo magnético de dirección perpendicular al folio y dirigido hacia abajo.
   a) Analice con ayuda de un gráfico las trayectorias seguidas por las dos partículas.
   b) Si la masa de una de ellas es doble que la de la otra ($m_1 = 2m_2$) ¿Cuál gira más rápidamente?

$$q_A = q \qquad q_B = -q \qquad \vec{v}_A = \vec{v}_B$$



En rojo: la velocidad inicial de las partículas
En verde: la trayectoria de la carga +
En azul: la trayectoria de la carga −

La fuerza a la que está sometida una partícula en el interior de un campo magnético viene dada por la ecuación de Lorente:

$$\vec{F} = q.(\vec{v} \times \vec{B})$$

Que, para nuestro caso, en el que la velocidad inicial de las partículas y el campo magnético son perpendiculares:

$$F = qvB$$

Esta fuerza produce un MCU, por lo que en sí se trata de una fuerza central (centrípeta):

$$\left.\begin{array}{l} F = qvB \\ F = \dfrac{m.v^2}{R} \end{array}\right\} \to qvB = \frac{m.v^2}{R} \to qB = \frac{m.v}{R}$$

La acción del campo magnético no produce una modificación en el módulo de la velocidad; tan sólo crea un cambio en su dirección.
El radio descrito será:

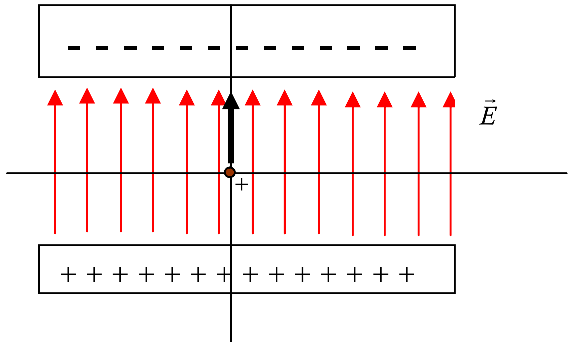
$$R = \frac{m.v}{qB} = \left(\frac{m}{q}\right).\left(\frac{v}{B}\right)$$

Teniendo en cuenta que tanto la velocidad como la intensidad del campo son magnitudes “ajenas” a la partícula (, y comunes a ambas), el radio de la trayectoria seguida dependerá de la relación $\frac{m}{q}$

b) Como ya se ha indicado, la masa de la partícula afectará al radio de la trayectoria, pero no al módulo de la velocidad, puesto que esta es una magnitud que no se verá, como ya se ha indicado, modificada. Tan sólo se producirá cambio en la dirección del movimiento

$\vec{B}$

34. Una partícula con carga 2.10^{-6} C se encuentra en reposo en el punto (0,0). Se aplica un campo eléctrico uniforme de 500 NC^{-1} en el sentido positivo del eje OY.
    a) Describa el movimiento seguido por la partícula y la transformación de energía que tiene lugar.
    b) Calcule la diferencia de potencial entre los puntos (0,0) y (0,2) m y el trabajo realizado para desplazar la partícula entre dichos puntos.



a) La partícula está sometida a una fuerza debido a la presencia del campo eléctrico: Esta fuerza originará una aceleración. El movimiento que seguirá la partícula será un MRUA. El valor de la fuerza será:

$$\vec{F} = q.\vec{E}$$
$$\vec{F} = 2.10^{-6}.500\vec{j} = 10^{-3}\vec{j} \quad Nw$$

Por otro lado, ya que el campo eléctrico es uniforme, podemos conocer la variación de potencial eléctrico que ha sufrido la carga a lo largo de su desplazamiento en el interior de dicho campo:

$$E = \frac{-\Delta V}{\Delta d} \rightarrow \Delta V = -E.\Delta d = -500.2 = -1000\, volts\,,$$

(a medida que la partícula cargada avanza, sufre una disminución de potencial)

Además, conocida la relación entre el potencial y la energía potencial:

$$\Delta E_p = q.\Delta V \rightarrow \Delta E_p = 2.10^{-6}.\left(-10^{-3}\right) = -2.10^{-9}\, J$$

Este resultado se corresponde con lo que cabría esperar teóricamente, pues la carga positiva es desplazada espontáneamente por el campo eléctrico, con lo que se mueve hacia posiciones de menor energía potencial (de ahí el incremento negativo de energía potencial)

Ya que la partícula se hallaba en reposo e inicia posteriormente un desplazamiento, se producirá una transformación energética, de manera que la disminución de energía potencial se ve “compensada” con un aumento de la energía cinética, de manera que la energía total del sistema es constante (el sistema es conservativo, al serlo la única fuerza que actúa, la fuerza electrostática). Por ello:

$$\Delta E_P + \Delta E_K = 0 \rightarrow \Delta E_K = -\Delta E_P \rightarrow \Delta E_K = 2.10^{-9}\, J$$

Además, $W_{CAMPO} = -\Delta E_P = 2.10^{-9}\, J$
, que es el trabajo que el campo debe invertir en forma de energía cinética