

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS EJERCICIOS RESUELTOS

a) $\cos 2x = \operatorname{sen} x$

utilizando la definición del coseno del ángulo doble

teniendo en cuenta la ecuación fundamental, y despejando $\cos^2 x \rightarrow (\cos^2 x = 1 - \operatorname{sen}^2 x)$

ordenando obtenemos una ecuación de 2º grado para el $\operatorname{sen} x$

$$\cos 2x = \operatorname{sen} x$$

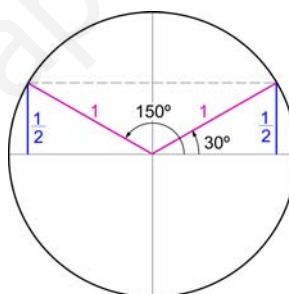
$$\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x = \operatorname{sen} x$$

$$(1 - \operatorname{sen}^2 x) - \operatorname{sen}^2 x = \operatorname{sen} x$$

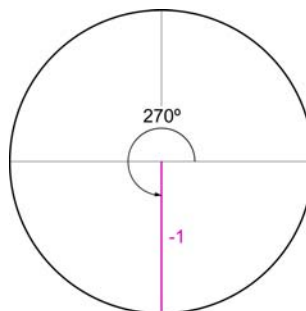
$$2\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen} x - 1 = 0$$

$$\operatorname{sen} x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)}}{2 \cdot 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{4} = \frac{-1 \pm 3}{4} = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ -1 \end{cases}$$

$$\rightarrow \text{Si } \operatorname{sen} x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + 360^\circ k \\ x = 150^\circ + 360^\circ k \end{cases}$$



$$\rightarrow \text{Si } \operatorname{sen} x = -1 \Rightarrow x = 270^\circ + 360^\circ k$$



b) $\operatorname{sen} x - \sqrt{3} \cos x = 0$

dividiendo a ambos lados entre $\cos x$

teniendo en cuenta la definición de tangente

$$\operatorname{sen} x - \sqrt{3} \cos x = 0$$

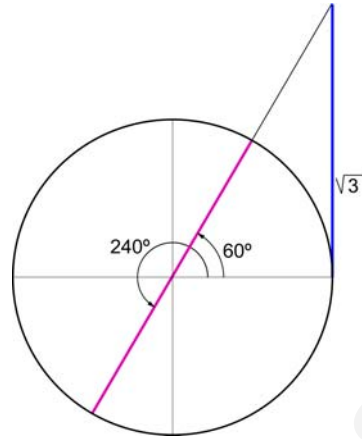
$$\operatorname{sen} x = \sqrt{3} \cos x$$

$$\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} = \sqrt{3} \frac{\cos x}{\cos x}$$

$$\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{tg} x = \sqrt{3} \rightarrow \begin{cases} x = 60^\circ + 360k \\ x = 240^\circ + 360k \end{cases}$$

Comprobando las soluciones en la ecuación inicial observamos que ambas son válidas.



c) $\operatorname{sen} 2x = -\sqrt{3} \cos x$

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} 2x &= -\sqrt{3} \cos x \\ 2 \operatorname{sen} x \cos x &= -\sqrt{3} \cos x \\ 2 \operatorname{sen} x \cos x + \sqrt{3} \cos x &= 0 \\ \cos x (2 \operatorname{sen} x + \sqrt{3}) &= 0 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x = \begin{cases} 90^\circ + 360k \\ 270^\circ + 360k \end{cases} \\ 2 \operatorname{sen} x + \sqrt{3} = 0 \rightarrow \operatorname{sen} x = \frac{-\sqrt{3}}{2} \rightarrow x = \begin{cases} 240^\circ + 360k \\ 300^\circ + 360k \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

Comprobando las soluciones en la ecuación inicial observamos que todas son válidas.

EJERCICIOS PROPUESTOS

d) $\sec x + \operatorname{tg} x = 2$

e) $6 \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) + \cos x + 1 = 0$

f) $\operatorname{cosec} x \cdot \sec x \cdot \cos^2 x + \operatorname{tg} x = \operatorname{cotg} x$

g) $\operatorname{sen} x - \cos x = 0$

h) $\operatorname{tg} x \cdot \sec x = \sqrt{2}$

i) $\cos(2x) = 2 \operatorname{sen}(2x)$

j) $\cos^2 x - 3 \operatorname{sen}^2 x = 0$

k) $2 \operatorname{sen}^2 x + 3 \cos x = 0$

l) $2 \cos^2 x + 3 \cos x = 2$

m) $\cos(2x) + 1 = \cos x$

n) $\operatorname{sen} x = \operatorname{tg} x$

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

$$\mathbf{d)} \begin{cases} x = 270^\circ + 360k : \text{No sirve} \\ x = 36,87^\circ + 360k \\ x = 143,13^\circ + 360^\circ k : \text{No sirve} \end{cases}$$

$$\mathbf{e)} x = 180^\circ + 360^\circ k$$

$$\mathbf{f)} x = 180^\circ k : \text{No sirve}$$

$$\mathbf{g)} \begin{cases} x = 45^\circ + 360k \\ x = 225^\circ + 360k \end{cases}$$

$$\mathbf{h)} \begin{cases} x = 45^\circ + 360k \\ x = 135^\circ + 360k \end{cases}$$

$$\mathbf{i)} \begin{cases} x = 13,28^\circ + 180k \\ x = 103,28^\circ + 180k \end{cases}$$

$$\mathbf{j)} \begin{cases} x = 30^\circ + 360k \\ x = 210^\circ + 360k \\ x = 150^\circ + 360^\circ k \\ x = 330^\circ + 360^\circ k \end{cases}$$

$$\mathbf{k)} \begin{cases} x = 120^\circ + 360k \\ x = 240^\circ + 360k \end{cases}$$

$$\mathbf{l)} \begin{cases} x = 60^\circ + 360k \\ x = 300^\circ + 360k \end{cases}$$

$$\mathbf{m)} \begin{cases} x = 60^\circ + 360k \\ x = 300^\circ + 360k \\ x = 90^\circ + 360k \\ x = 270^\circ + 360k \end{cases}$$

$$\mathbf{n)} \begin{cases} x = 0^\circ + 360k \\ x = 180^\circ + 360k \end{cases}$$