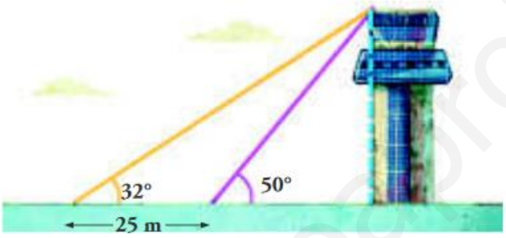
(1,5 puntos) 1. Sabiendo que $sen\alpha = -\frac{2}{3}$ y $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Halla (**sin utilizar la calculadora, utilizando las fórmulas trigonométricas que conoces y operando con fracciones y radicales**) las restantes razones trigonométricas de: a) α

b) $90^\circ - \alpha$.

(2 puntos) 2. Queremos medir la altura de una torre. Desde un punto situado a cierta distante de ella, el punto más alto de la misma forma un ángulo de 32º con la horizontal. Si me acerco 25 m caminando hacia la torre en la misma dirección, ahora el ángulo de elevación es de 50º. ¿Cuál es la altura de la torre? (**Aquí sí puedes y debes usar la calculadora**)



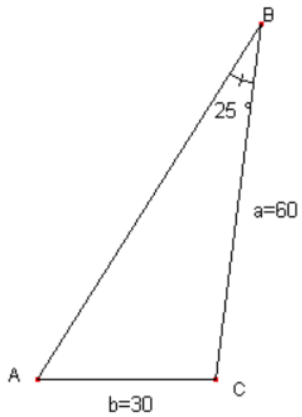
(1,5 puntos) 3. Reduce las siguientes expresiones utilizando las relaciones entre ángulos que conoces **(sin calculadora)**:

a) $sen(180^\circ - \alpha)\cdot \cos(90^\circ - \alpha) - \cos(360^\circ - \alpha)\cdot \cos(180^\circ + \alpha)$

b) $\cos\frac{14\pi}{3} + sen\frac{7\pi}{6}$

(1,5 puntos) 4. Resuelve el siguiente triángulo (**con calculadora**):

$a = 60\ m,\ b = 30\ m,\ B = 25^\circ$



(1 punto) 5. Demuestra la siguiente identidad trigonométrica: $\frac{sen\alpha - sen^3\alpha}{\cos\alpha - \cos^3\alpha} = \cot g\alpha$

(2 puntos) 6. Las diagonales de un paralelogramo miden 5 y 6 centímetros respectivamente. Ambas se cortan bajo un ángulo de 50º. Halla el perímetro del paralelogramo (**con calculadora**).

1) $\operatorname{sen}\alpha = -\frac{2}{3}$ y $180^\circ < \alpha < 270^\circ \rightarrow 3^{er}$ cuadrante

$\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \frac{4}{9} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{5}{9} \Rightarrow \cos\alpha = \pm\frac{\sqrt{5}}{3} \xrightarrow{3^{er}\text{cuad}}$

$\rightarrow \cos\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{-2/3}{-\sqrt{5}/3} = \frac{2}{\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

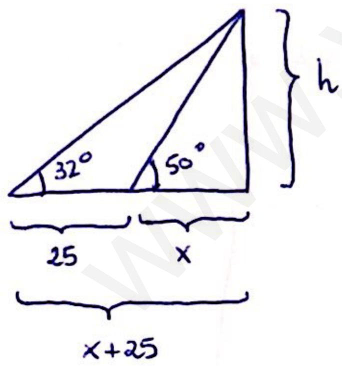
a)

$$\boxed{\begin{array}{lcl} \operatorname{sen}\alpha = -\frac{2}{3} & \longrightarrow & \operatorname{cosec}\alpha = -\frac{3}{2} \\ \cos\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3} & \longrightarrow & \sec\alpha = -\frac{3}{\sqrt{5}} = -\frac{3\sqrt{5}}{5} \\ \operatorname{tg}\alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5} & \longrightarrow & \operatorname{cotg}\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2} \end{array}}$$

b)

$$\boxed{\begin{array}{l} \operatorname{sen}(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3} \\ \cos(90^\circ - \alpha) = \operatorname{sen}\alpha = -\frac{2}{3} \\ \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{cotg}\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2} \end{array}}$$

2)



$\operatorname{tg} 50^\circ = \frac{h}{x} \longrightarrow h = x\cdot\operatorname{tg} 50^\circ$

$\operatorname{tg} 32^\circ = \frac{h}{x+25} \longrightarrow h = (x+25)\cdot\operatorname{tg} 32^\circ$

Igualo: $x\operatorname{tg} 50^\circ = (x+25)\operatorname{tg} 32^\circ$

$x\operatorname{tg} 50^\circ = x\operatorname{tg} 32^\circ + 25\cdot\operatorname{tg} 32^\circ$

$x(\operatorname{tg} 50^\circ - \operatorname{tg} 32^\circ) = 25\cdot\operatorname{tg} 32^\circ$

$x = \frac{25\cdot\operatorname{tg} 32^\circ}{\operatorname{tg} 50^\circ - \operatorname{tg} 32^\circ} = 27{,}56\text{ m}$

Calculamos la altura:

$h = x\cdot\operatorname{tg} 50^\circ = 27{,}56\cdot\operatorname{tg} 50^\circ = \boxed{32{,}84\text{ m}}$

③ a) $\operatorname{sen}(180^\circ-\alpha)\cdot\cos(90^\circ-\alpha) - \cos(360^\circ-\alpha)\cdot\cos(180^\circ+\alpha) =$

$= \operatorname{sen}\alpha\cdot\operatorname{sen}\alpha - \cos\alpha\cdot(-\cos\alpha) = \operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = \boxed{1}$

b) $\cos\frac{14\pi}{3} + \operatorname{sen}\frac{7\pi}{6} = \cos 840^\circ + \operatorname{sen} 210^\circ = \cos 120^\circ + \operatorname{sen} 210^\circ =$

$840^\circ \,|\, 360^\circ$; 120 ; 2

$= \cos(180^\circ - 60^\circ) + \operatorname{sen}(180^\circ + 30^\circ) =$

$= -\cos 60^\circ - \operatorname{sen} 30^\circ = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \boxed{-1}$

④ Teorema de los senos:

$$\frac{30}{\operatorname{sen}25^\circ} = \frac{60}{\operatorname{sen}A} \Rightarrow \operatorname{sen}A = \frac{60\cdot\operatorname{sen}25^\circ}{30} \Rightarrow A = \operatorname{arcsen}\left(\frac{60\cdot\operatorname{sen}25^\circ}{30}\right) =$$

$$= \begin{cases} A_1 = 57,7^\circ \\ A_2 = 180^\circ - 57,7^\circ = \\ = 122,3^\circ \end{cases}$$

• Si $A_1 = 57,7^\circ \Rightarrow C_1 = 180^\circ - 57,7^\circ - 25^\circ = 97,3^\circ$

Para calcular c_1 usamos el teorema del coseno:

$$c_1 = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos C_1} = \sqrt{60^2 + 30^2 - 2\cdot 60\cdot 30\cdot\cos 97,3^\circ} =$$

$= 70,4\ m$

• Si $A_2 = 122,3^\circ \Rightarrow C_1 = 180^\circ - 122,3^\circ - 25^\circ = 32,7^\circ$

$$c_2 = \sqrt{60^2 + 30^2 - 2\cdot 60\cdot 30\cdot\cos 32,7^\circ} = 38,35\ m$$

Las dos soluciones son:

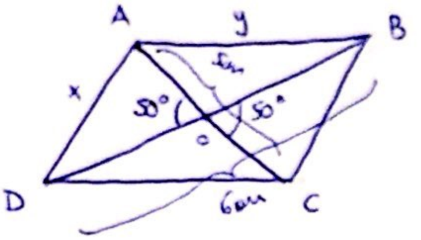
①	②
$a = 60\ m$	$a = 60\ m$
$b = 30\ m$	$b = 30\ m$
$c = 70,4\ m$	$c = 38,35\ m$
$A = 57,7^\circ$	$A = 122,3^\circ$
$B = 25^\circ$	$B = 25^\circ$
$C = 97,3^\circ$	$C = 32,7^\circ$

(5)

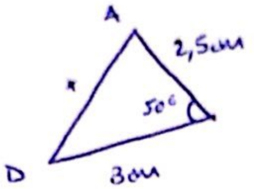
$$\frac{\operatorname{sen}\alpha - \operatorname{sen}^3\alpha}{\cos\alpha - \cos^3\alpha} = \operatorname{cotg}\alpha$$

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha - \operatorname{sen}^3\alpha}{\cos\alpha - \cos^3\alpha} = \frac{\operatorname{sen}\alpha\,(1-\operatorname{sen}^2\alpha)}{\cos\alpha\,(1-\cos^2\alpha)} = \frac{\cancel{\operatorname{sen}\alpha}\cdot\cos^2\alpha}{\cancel{\cos\alpha}\cdot\operatorname{sen}^2\alpha} = \frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha} = \operatorname{cotg}\alpha$$

(6)



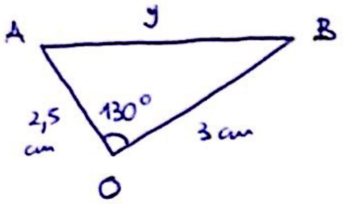
Tomamos el triángulo $\hat{ADO}$:



Aplico teorema del coseno.

$$x = \sqrt{3^2 + 2,5^2 - 2\cdot 3\cdot 2,5\cdot\cos 50^\circ} = 2,37\ \text{cm}$$

Tomamos el triángulo $\hat{AOB}$:



Volvemos a aplicar teorema del coseno:

$$y = \sqrt{2,5^2 + 3^2 - 2\cdot 2,5\cdot 3\cdot\cos 130^\circ} = 4,99\ \text{cm}$$

$$\text{Perímetro} = 2x + 2y = 2\cdot 2,37 + 2\cdot 4,99 = \boxed{14,72\ \text{cm}}$$