

EXAMEN
NÚMEROS REALES. RADICALES Y LOGARITMOS

1. Halla para qué valores de x se cumplen las siguientes relaciones, exprésalos en los casos en que sea posible como intervalos o unión de los mismos:

$$a) |x - 2| \leq 5 \qquad b) |x + 4| = \frac{5}{2} \qquad c) |x - 3| > 2 \qquad (1,5 \text{ puntos})$$

2. Expresa el entorno $E\left(\frac{-1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ como un intervalo y represéntalo gráficamente: (0,5 puntos)

3. Calcula, simplificando al máximo las siguientes expresiones con radicales y expresando en forma de una única raíz.

$$a) 2\sqrt{125a^3} - 3a\sqrt{245a} + a\sqrt{80a} - 4\sqrt{500a^3}$$

$$b) \frac{(a \cdot \sqrt[5]{a^3})^2 \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot \sqrt[5]{a}}}{(\sqrt[3]{a})^7} = \qquad (1,75 \text{ puntos})$$

4. Expresa en forma de una única potencia:

$$\left(\sqrt[4]{3\sqrt{4}} \cdot \sqrt{2\sqrt{2}}\right) : \left(\sqrt[4]{2}\right)^5 = \qquad (0,75 \text{ puntos})$$

5. Racionaliza, efectúa y simplifica el resultado:

$$a) \frac{6}{\sqrt[4]{27}} = \qquad b) \frac{5\sqrt{7}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{7}} = \qquad c) \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} + \frac{6}{5\sqrt{3}} =$$

(2 puntos)

6. Halla el valor de la siguiente expresión aplicando previamente la definición de logaritmo en cada sumando:

$$\log_3 \frac{1}{81} - \log_8 2 + \log_5 \frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{5}} =$$

(0,75 puntos)

7. Sabiendo que $\log A = 1,23$ y $\log B = 0,15$, calcula el valor de la siguiente expresión, aplicando las propiedades de los logaritmos:

$$\log \left(\frac{0,001 \cdot A^3}{\sqrt{10B}} \right) =$$

(1 punto)

8. Aplica las propiedades de los logaritmos para hallar el valor de C:

$$\log C = 1 + 2 \log 6 - \log 3$$

(0,75 puntos)

9. Calcula el valor de x en cada caso: (redondea el resultado a milésimas)

$$a) \log_x \frac{1}{8} = 3 \qquad b) \log x = -\frac{3}{2} \qquad c) 3^{5x+4} = 225 \qquad d) \log_7 265 = x \qquad (1 \text{ punto})$$

SOLUCIONES

1.- a) $|x-2| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq x-2 \leq 5 \Rightarrow -5+2 \leq x \leq 5+2 \Rightarrow -3 \leq x \leq 7$

$[-3, 7]$

b) $|x+4| = \frac{5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x+4 = 5/2 \Rightarrow x = -4 + \frac{5}{2} \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \\ x+4 = -5/2 \Rightarrow x = -4 - \frac{5}{2} \Rightarrow x = -\frac{13}{2} \end{cases}$

No es un intervalo. Son dos puntos aislados.

c) $|x-3| > 2 \Rightarrow \begin{cases} x-3 > 2 \Rightarrow x > 5 \\ x-3 < -2 \Rightarrow x < 1 \end{cases} \quad S' = (-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$

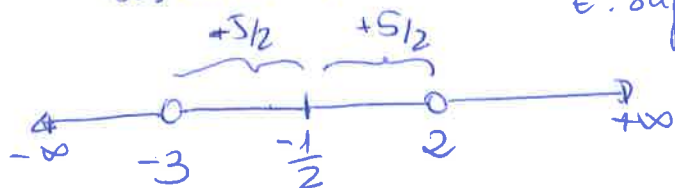
2.- $E(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2})$ = Entorno de centro $-\frac{1}{2}$ y radio $\frac{5}{2}$.

Sus extremos serán:

E. inferior: $-\frac{1}{2} - \frac{5}{2} = -3$

E. superior: $-\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 2$

$I = (-3, 2)$



3.- a) $2\sqrt{125a^3} - 3a\sqrt{245a} + a\sqrt{80a} - 4\sqrt{500a^3} =$
 $= 2\sqrt{5^3a^3} - 3a\sqrt{7^2 \cdot 5a} + a\sqrt{2^4 \cdot 5a} - 4\sqrt{5 \cdot 10^2a^3} =$
 $= 2 \cdot 5 \cdot a\sqrt{5a} - 3 \cdot a \cdot 7 \cdot \sqrt{5a} + 4 \cdot 2^2 a\sqrt{5a} - 4 \cdot 10a\sqrt{5a} =$
 $= 10a\sqrt{5a} - 21a\sqrt{5a} + 16a\sqrt{5a} - 40a\sqrt{5a} =$
 $= -47a\sqrt{5a}$

b) $\frac{(a^5\sqrt{a^3})^2 \cdot \sqrt[3]{25a}}{(\sqrt[3]{a})^7} = \frac{a^2 \sqrt[5]{a^6} \cdot \sqrt[3]{5a^{10}a}}{\sqrt[3]{a^7}} =$
 $= \frac{a^2 \sqrt[5]{a^6} \cdot \sqrt[15]{a^{11}}}{a^2 \sqrt[3]{a}} = \frac{\sqrt[15]{a^{18}} \cdot \sqrt[15]{a^{11}}}{\sqrt[15]{a^5}} = \sqrt[15]{a^{18+11-5}} = \sqrt[15]{a^{24}} = \sqrt[5]{a^8} = \sqrt[5]{a^3}$

4.- $(\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{2\sqrt{2}}) : (\sqrt{2})^5 = \left[(2^2)^{1/3} \right]^{1/4} \cdot 2^{1/2} \cdot 2^{1/4} : 2^{5/4} =$
 $= 2^{1/6} \cdot 2^{1/2} \cdot 2^{1/4} : 2^{5/4} = 2^{-1/12} = 2^{-1/3} = \frac{1}{2^{1/3}}$

$$5.- a) \frac{6}{\sqrt[4]{27}} = \frac{6}{\sqrt[4]{3^3}} \cdot \frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{3}} = \frac{6\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{6\sqrt[4]{3}}{3} = 2\sqrt[4]{3}$$

$$b) \frac{5\sqrt{7}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}(3\sqrt{2}+2\sqrt{7})}{(3\sqrt{2}-2\sqrt{7})(3\sqrt{2}+2\sqrt{7})} = \frac{15\sqrt{14}+10\cdot 7}{9\cdot 2-2^2\cdot 7} =$$

$$= \frac{15\sqrt{14}+70}{18-28} = \frac{15\sqrt{14}+70}{-10} = \frac{5(3\sqrt{14}+14)}{-5\cdot 2} = \boxed{\frac{-3\sqrt{14}+14}{2}}$$

$$c) \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} + \frac{6}{5\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})} - \frac{(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}$$

$$+ \frac{6\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{6+2+2\sqrt{12}}{6-2} - \frac{6+2-2\sqrt{12}}{6-2} + \frac{6\sqrt{3}}{15} =$$

$$= \frac{8+2\cdot\sqrt{2^2\cdot 3}}{4} - \frac{8-2\sqrt{2^2\cdot 3}}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{5} = \frac{8+4\sqrt{3}-8+4\sqrt{3}}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{5}$$

$$= 2\sqrt{3} + \frac{2}{5}\sqrt{3} = \frac{12\sqrt{3}}{5}$$

$$6.- \log_3 81 - \log_8 2 + \log_5 \frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{5}} = 4 - \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{24-2+1}{6} = \boxed{\frac{23}{6}}$$

$$(a) \log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$$

$$(b) \log_8 2 = x \Leftrightarrow 8^x = 2 \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$(c) \log_5 \frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{5}} = \log_5 5^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}} = \log_5 5^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{6}$$

$$7.- \log A = 1.23; \log B = 0.15$$

$$\log \left(\frac{0.001 \cdot A^3}{\sqrt{10B}} \right) = \log (0.001 \cdot A^3) - \log \sqrt{10B} =$$

$$= \log 0.001 + 3 \log A - \frac{1}{2} (\log 10 + \log B) =$$

$$= \log 10^{-3} + 3 \cdot 1.23 - \frac{1}{2} (1 + 0.15) = -3 + 3.69 - \frac{1}{2} - \frac{0.15}{2} = 0.115$$

$$8.- \log C = 1 + 2 \log 6 - \log 3 \Rightarrow \log C = \log \frac{10 \cdot 6^2}{3} \Rightarrow \boxed{C=120}$$

$$9.- a) \log x \cdot \frac{1}{8} = 3 \Rightarrow x^{\frac{1}{8}} = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \sqrt[8]{\frac{1}{8}} = \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$b) \log x = -3/2 \Rightarrow x = 10^{-3/2} = \sqrt{10^{-3}} = \underline{\underline{0.032}}$$

$$c) 3^{5x+4} = 225 \Rightarrow (5x+4) \log 3 = \log 225 \Rightarrow x = \frac{\log 225 - 4}{5} = \underline{\underline{0.186}}$$

$$d) \log_7 265 = \frac{\log 265}{\log 7} = \underline{\underline{2.867}}$$