

1. En los siguientes apartados se da el valor de una razón trigonométrica de un ángulo  $\alpha$ . Calcula, utilizando las fórmulas fundamentales de la trigonometría, las dos restantes. Debes dar el valor exacto y, en su caso, racionalizado. No se admiten en los resultados aproximaciones decimales.

a)  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$  ; b)  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4}$  ; c)  $\operatorname{tg} \alpha = -3$  ; d)  $\cos \alpha = \frac{1}{5}$  ; e)  $\operatorname{sen} \alpha = -\frac{1}{3}$  ; f)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$  ;

g)  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$  ; h)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$  ; i)  $\operatorname{sen} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$  ; j)  $\operatorname{sen} \alpha = \frac{3}{8}$  ; k)  $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$  ; l)  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

2. Comprueba la corrección de los resultados obtenidos en el ejercicio anterior utilizando la calculadora. Para ello, obtén antes el ángulo  $\alpha$  y luego calcula sus razones trigonométricas. Los resultados decimales obtenidos con la calculadora son una aproximación decimal de los resultados obtenidos anteriormente.

3. Contesta a las siguientes cuestiones utilizando las fórmulas fundamentales de la trigonometría. Redondea el resultado a dos cifras decimales.

a) Sabiendo que el ángulo  $\alpha$  está en el segundo cuadrante y que  $\operatorname{sen} \alpha = 0,62$ , calcula  $\cos \alpha$  y  $\operatorname{tg} \alpha$ .

b) Sabiendo que el ángulo  $\alpha$  está en el tercer cuadrante y que  $\cos \alpha = -0,83$ , calcula  $\operatorname{sen} \alpha$  y  $\operatorname{tg} \alpha$ .

c) Sabiendo que el ángulo  $\alpha$  está en el cuarto cuadrante y que  $\operatorname{tg} \alpha = -0,92$ , calcula  $\operatorname{sen} \alpha$  y  $\cos \alpha$ .

4. Halla las razones trigonométricas de  $\alpha$  en los siguientes casos:

a)  $\operatorname{sen} \alpha = -\frac{4}{5}$ ,  $\alpha < 270^\circ$  ; b)  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha < 0$  ; c)  $\operatorname{tg} \alpha = -3$ ,  $\alpha < 180^\circ$

5. Halla las razones trigonométricas del ángulo  $2397^\circ$ :

a) Obteniendo la expresión del ángulo en el intervalo  $[0^\circ, 360^\circ)$ .

b) Obteniendo la expresión del ángulo en el intervalo  $(-180^\circ, 180^\circ]$ .

c) Directamente con la calculadora.

6. Pasa cada uno de los siguientes ángulos al intervalo  $[0^\circ, 360^\circ)$  y al intervalo  $(-180^\circ, 180^\circ]$ :

a)  $396^\circ$  ; b)  $492^\circ$  ; c)  $645^\circ$  ; d)  $3895^\circ$  ; e)  $7612^\circ$  ; f)  $1980^\circ$

7. Expresa con un ángulo del primer cuadrante:

a)  $\operatorname{sen} 150^\circ$  ; b)  $\cos 135^\circ$  ; c)  $\operatorname{tg} 210^\circ$  ; d)  $\cos 225^\circ$  ; e)  $\operatorname{sen} 315^\circ$  ; f)  $\operatorname{tg} 120^\circ$  ; g)  $\operatorname{tg} 340^\circ$  ; h)  $\cos 200^\circ$

8. Si  $\operatorname{sen} \alpha = 0,35$  y  $\alpha < 90^\circ$ , calcula:

a)  $\operatorname{sen}(180^\circ - \alpha)$  ; b)  $\operatorname{sen}(\alpha + 90^\circ)$  ; c)  $\operatorname{sen}(180^\circ + \alpha)$  ; d)  $\operatorname{sen}(360^\circ - \alpha)$  ; e)  $\operatorname{sen}(90^\circ - \alpha)$

9. Si  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$  y  $0 < \alpha < 90^\circ$ , halla:

a)  $\operatorname{sen} \alpha$  ; b)  $\cos \alpha$  ; c)  $\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha)$  ; d)  $\operatorname{sen}(180^\circ - \alpha)$  ; e)  $\cos(180^\circ + \alpha)$  ; f)  $\operatorname{tg}(360^\circ - \alpha)$

10. Expresa las razones trigonométricas de  $55^\circ$ ,  $125^\circ$ ,  $145^\circ$ ,  $215^\circ$ ,  $235^\circ$ ,  $305^\circ$  y  $325^\circ$  en función de las razones trigonométricas de  $35^\circ$ .

11. Expresa las razones trigonométricas de  $358^\circ$ ,  $156^\circ$  y  $342^\circ$  en función de ángulos del primer cuadrante.

12. Halla con la calculadora el ángulo  $\alpha$ :

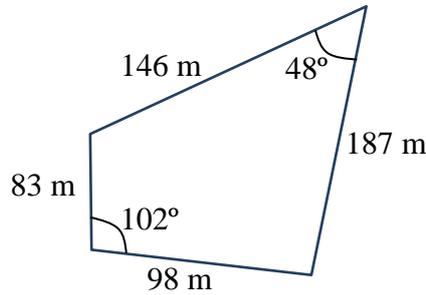
a)  $\operatorname{sen} \alpha = -0,75$ ,  $\alpha < 270^\circ$  ; b)  $\cos \alpha = -0,37$ ,  $\alpha > 180^\circ$  ; c)  $\operatorname{tg} \alpha = 1,38$ ,  $\operatorname{sen} \alpha < 0$

13. Resuelve los siguientes triángulos rectángulos ( $C = 90^\circ$ ) hallando la medida de todos los elementos desconocidos. Se supone que  $a$  y  $b$  son los catetos y  $c$  la hipotenusa.

a)  $a = 5 \text{ cm}$ ,  $b = 12 \text{ cm}$  ; b)  $a = 43 \text{ m}$ ,  $A = 37^\circ$  ; c)  $a = 7 \text{ m}$ ,  $B = 58^\circ$  ; d)  $c = 5,8 \text{ km}$  ;  $A = 71^\circ$

14. Para determinar la altura de un poste nos hemos alejado 7 metros de su base y hemos medido el ángulo que forma la visual obteniendo un valor de  $40^\circ$ . ¿Cuánto mide el poste?

15. Halla el área del siguiente cuadrilátero:

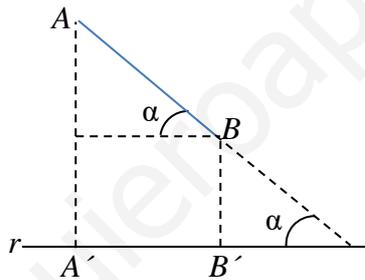


16. Si queremos que una cinta transportadora de 25 metros eleve la carga hasta una altura de 15 metros, ¿qué ángulo se deberá inclinar la cinta?

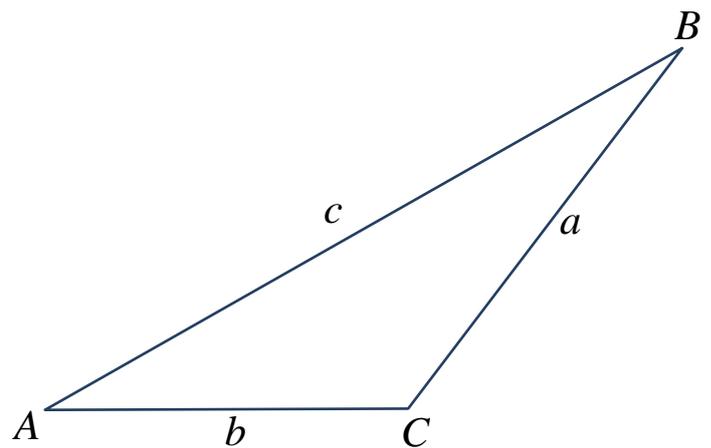
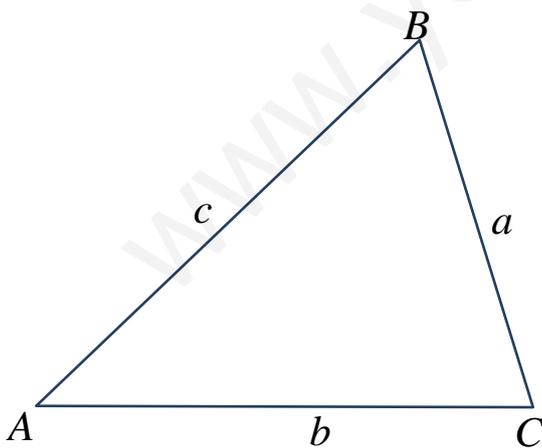
17. Una escalera de 2 metros está apoyada en una pared formando un ángulo de  $50^\circ$  con el suelo. Halla la altura a la que llega y la distancia que separa su base de la pared.

18. El lado de un rombo mide 8 cm y el ángulo menor es de  $38^\circ$ . ¿Cuánto miden las diagonales del rombo?

19. Calcula la proyección del segmento  $\overline{AB} = 15$  cm sobre la recta  $r$ , sabiendo que su inclinación es  $\alpha = 50^\circ$ .



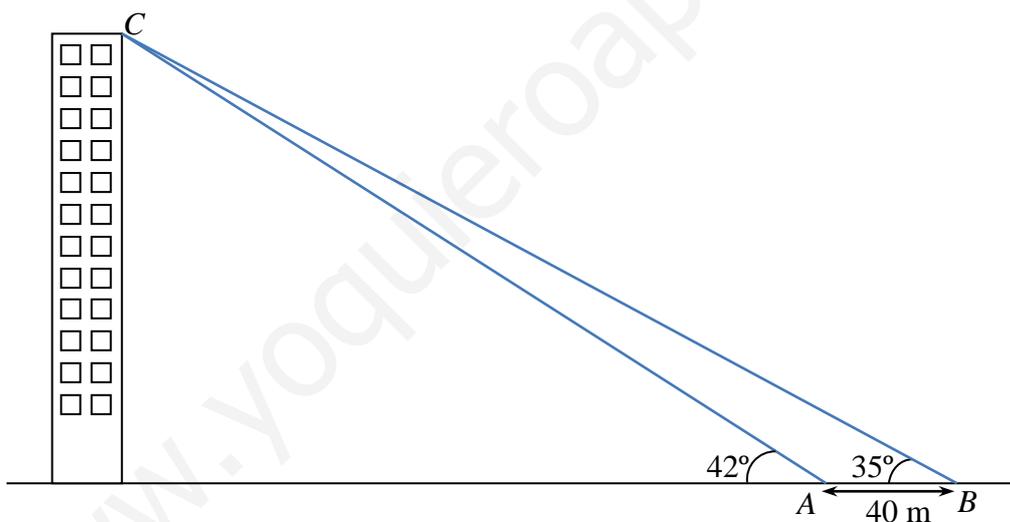
20. Supongamos que tenemos un triángulo  $ABC$  cuyos lados son  $a, b, c$  y cuyos ángulos son  $A, B, C$ , tal y como se muestra en la figura (observa que, según el caso, el triángulo puede ser acutángulo, como el de la izquierda, o bien obtusángulo, como el de la derecha).



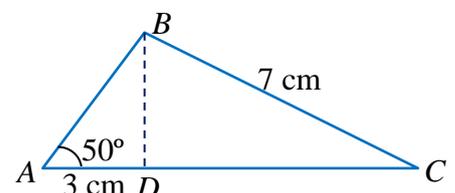
En los siguientes apartados se dan tres elementos del triángulo. Calcula los tres elementos restantes del triángulo y su área (la longitud de los lados está dada en todos los casos en centímetros). Dibuja, si es posible, el triángulo en cuestión ajustándolo a uno de los dos anteriores (por supuesto, las letras pueden cambiar de posición pero, eso sí, cada ángulo lleva asociado su lado en la parte opuesta al ángulo).

- a)  $a = 6, B = 45^\circ, C = 105^\circ$  ; b)  $a = 10, b = 7, C = 30^\circ$  ; c)  $a = 13, b = 14, c = 15$  ;
- d)  $a = 10, b = 7, C = 60^\circ$  ; e)  $a = 42, b = 32, B = 40^\circ 32'$  ; f)  $a = 10, b = 9, c = 7$  ;
- g)  $A = 30^\circ, B = 45^\circ, b = \sqrt{2}$  ; h)  $b = 3, c = 2, A = 60^\circ$  ; i)  $a = 8, B = 30^\circ, C = 105^\circ$

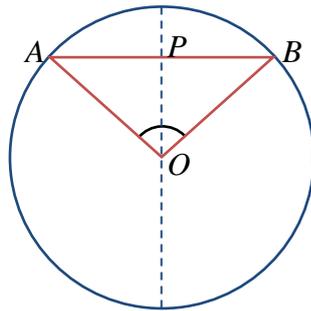
21. Resolver el triángulo  $ABC$  sabiendo que su perímetro es 24 cm, es rectángulo en  $A$  y  $\text{sen } B = \frac{3}{5}$ .
22. En un paralelogramo  $ABCD$  el lado  $AB$  mide 6 cm, el lado  $AD$  8 cm, y el ángulo  $A = 30^\circ$ . Realiza un dibujo de la situación y halla la longitud de las diagonales del paralelogramo.
23. Un grupo decide escalar una montaña de la que desconocen la altura. A la salida del pueblo han medido el ángulo de elevación, que resulta ser  $30^\circ$ . A continuación han avanzado 100 m hacia la base de la montaña y han vuelto a medir el ángulo de elevación, siendo ahora  $45^\circ$ . Calcular la altura de la montaña.
24. Rosa y Juan se encuentran a ambos lados de la orilla de un río, en los puntos  $A$  y  $B$  respectivamente. Rosa se aleja hasta un punto  $C$  distante 100 m del punto  $A$  desde la que dirige visuales a los puntos  $A$  y  $B$  que forman un ángulo de  $20^\circ$  y desde  $A$  ve los puntos  $C$  y  $B$  bajo un ángulo de  $120^\circ$ . ¿Cuál es la anchura del río?
25. Un globo aerostático está sujeto al suelo mediante dos cables de acero, en dos puntos que distan 60 m. El cable más corto mide 80 m y el ángulo que forma el otro cable con el suelo es de  $37^\circ$ . Hallar la altura del globo y la longitud del cable más extenso.
26. Desde un punto  $P$  exterior a una circunferencia de 10 cm de radio, se trazan las tangentes a dicha circunferencia que forman entre sí un ángulo de  $40^\circ$ . Calcula la distancia de  $P$  a cada uno de los puntos de tangencia.
27. Estamos en  $A$ , medimos el ángulo bajo el que se ve el edificio ( $42^\circ$ ), nos alejamos 40 m y volvemos a medir el ángulo ( $35^\circ$ ). ¿Cuál es la altura del edificio y a qué distancia nos encontramos de él? Observa la figura.



28. Las bases de un trapecio miden 17 cm y 10 cm, y uno de sus lados, 7 cm. El ángulo que forman las rectas sobre las que se encuentran los lados no paralelos es de  $32^\circ$ . Calcula lo que mide el otro lado y el área del trapecio.
29. Un barco  $B$  pide socorro y se reciben sus señales en dos estaciones de radio,  $A$  y  $C$ , que distan entre sí 50 km. Desde las estaciones se miden los siguientes ángulos:  $BAC = 46^\circ$  y  $BCA = 53^\circ$ . ¿A qué distancia de cada estación se encuentra el barco?
30. Una estatua de 2,5 m de alto está colocada sobre un pedestal. Desde un punto del suelo se ve el pedestal bajo un ángulo de  $15^\circ$  y la estatua, bajo un ángulo de  $40^\circ$ . Calcula la altura del pedestal.
31. Un avión vuela entre dos ciudades,  $C$  y  $D$ , que distan 80 km. Las visuales desde el avión a  $C$  y a  $D$  forman ángulos de  $29^\circ$  y  $43^\circ$  con la horizontal, respectivamente. ¿A qué altura está el avión?
32. Halla el lado del octógono inscrito y del octógono circunscrito en una circunferencia de radio 5 cm.
33. Calcula los lados y los ángulos del triángulo  $ABC$  (ver figura de la derecha).



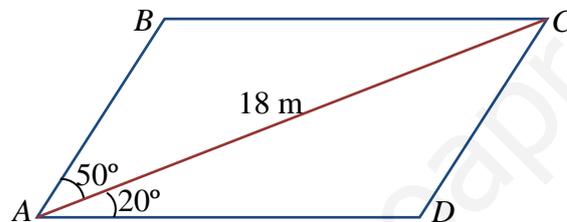
34. En una circunferencia de radio 6 cm trazamos una cuerda  $AB$  a 3 cm del centro. Halla el ángulo  $AOB$ .



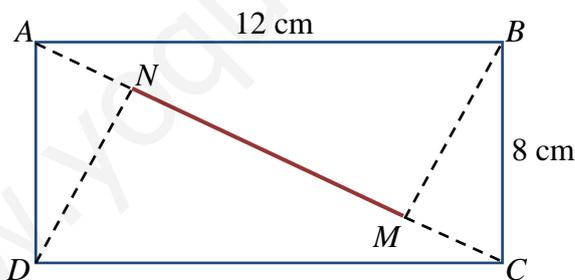
35. Para localizar una emisora clandestina, dos receptores  $A$  y  $B$ , que distan entre sí 10 km, orientan sus antenas hacia el punto donde está la emisora. Estas direcciones forman con  $AB$  ángulos de  $40^\circ$  y  $65^\circ$ . ¿A qué distancia de  $A$  y  $B$  se encuentra la emisora?

36. En un entrenamiento de fútbol se coloca el balón en un punto situado a 5 m y 8 m de cada uno de los postes de la portería, cuyo ancho es de 7 m. ¿Bajo qué ángulo se ve la portería desde ese punto?

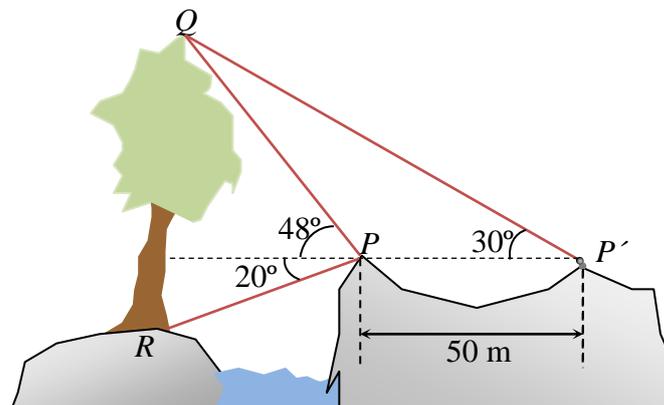
37. Calcula el área, las longitudes de los lados y de la otra diagonal en el siguiente paralelogramo:



38. En un rectángulo  $ABCD$  de lados 8 cm y 12 cm, se traza desde  $B$  una perpendicular a la diagonal  $AC$ , y desde  $D$ , otra perpendicular a la misma diagonal. Sean  $M$  y  $N$  los puntos donde estas perpendiculares cortan a la diagonal. Halla la longitud del segmento  $MN$  (ver figura).



39. Halla la altura del árbol  $QR$  de pie inaccesible y más bajo que el punto de observación, con los datos de la figura siguiente.



40. Dos vías de tren de 1,4 m de ancho se cruzan formando un rombo. Si un ángulo de corte es de  $40^\circ$ , ¿cuánto valdrá el lado del rombo?

## Soluciones

1. a)  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{4}{3}$  o bien  $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$  ; b)  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$  o bien  $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ ,  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  ; c)  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ,  $\sin \alpha = \frac{-3\sqrt{10}}{10}$  o bien  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ ,  $\sin \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$  ; d)  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{6}$  o bien  $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = -2\sqrt{6}$  ; e)  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{4}$  o bien  $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$  ; f)  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$  o bien  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ ,  $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$  ; g)  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$  o bien  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4}$  ; h)  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ ,  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$  o bien  $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{7}}{7}$ ,  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{7}$  ; i)  $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$  o bien  $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{3}$  ; j)  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{55}}{8}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3\sqrt{55}}{55}$  o bien  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{55}}{8}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3\sqrt{55}}{55}$  ; k)  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = -2\sqrt{2}$  o bien  $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = 2\sqrt{2}$  ; l)  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = 1$  o bien  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = -1$
2. En cada apartado daremos los dos ángulos correspondientes a las dos posibles soluciones dadas en el apartado anterior. Las comprobaciones con la calculadora quedan para el alumno.
- a)  $\alpha = 126,87^\circ$ ,  $\alpha = 233,13^\circ$  ; b)  $\alpha = 323,13^\circ$ ,  $\alpha = 143,13^\circ$  ; c)  $\alpha = 288,43^\circ$ ,  $\alpha = 108,43^\circ$  ;  
d)  $\alpha = 78,46^\circ$ ,  $\alpha = 281,54^\circ$  ; e)  $\alpha = 340,53^\circ$ ,  $\alpha = 199,47^\circ$  ; f)  $\alpha = 53,13^\circ$ ,  $\alpha = 233,13^\circ$  ;  
g)  $\alpha = 36,87^\circ$ ,  $\alpha = 323,13^\circ$  ; h)  $\alpha = 40,89^\circ$ ,  $\alpha = 220,89^\circ$  ; i)  $\alpha = 60^\circ$ ,  $\alpha = 120^\circ$  ;  
j)  $\alpha = 22,02^\circ$ ,  $\alpha = 157,98^\circ$  ; k)  $\alpha = 109,47^\circ$ ,  $\alpha = 250,53^\circ$  ; l)  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\alpha = 315^\circ$
3. a)  $\cos \alpha \cong -0,78$ ,  $\operatorname{tg} \alpha \cong -0,79$  ; b)  $\sin \alpha \cong -0,56$ ,  $\operatorname{tg} \alpha \cong 0,67$  ; c)  $\sin \alpha \cong -0,68$ ,  $\cos \alpha \cong 0,74$
4. a)  $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$  ; b)  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$  ; c)  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ ,  $\sin \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$
5. a)  $2397^\circ = 6 \cdot 360^\circ + 237^\circ$  ;  $\sin 2397^\circ = \sin 237^\circ \cong -0,84$  ;  $\cos 2397^\circ = \cos 237^\circ \cong -0,54$  ;  
 $\operatorname{tg} 2397^\circ = \operatorname{tg} 237^\circ \cong 1,54$   
b)  $2397^\circ = 7 \cdot 360^\circ - 123^\circ$  ;  $\sin 2397^\circ = \sin(-123^\circ) \cong -0,84$  ;  $\cos 2397^\circ = \cos(-123^\circ) \cong -0,54$  ;  
 $\operatorname{tg} 2397^\circ = \operatorname{tg}(-123^\circ) \cong 1,54$   
c) Basta comprobar con la calculadora que, efectivamente, el seno, el coseno y la tangente de  $2397^\circ$  coinciden con los valores dados anteriormente.
6. a)  $36^\circ \in [0^\circ, 360^\circ)$  y  $36^\circ \in (-180^\circ, 180^\circ]$  ; b)  $132^\circ \in [0^\circ, 360^\circ)$  y  $132^\circ \in (-180^\circ, 180^\circ]$  ;  
c)  $285^\circ \in [0^\circ, 360^\circ)$  y  $-75^\circ \in (-180^\circ, 180^\circ]$  ; d)  $295^\circ \in [0^\circ, 360^\circ)$  y  $-65^\circ \in (-180^\circ, 180^\circ]$  ;  
e)  $52^\circ \in [0^\circ, 360^\circ)$  y  $52^\circ \in (-180^\circ, 180^\circ]$  ; f)  $180^\circ \in [0^\circ, 360^\circ)$  y  $180^\circ \in (-180^\circ, 180^\circ]$
7. a)  $\sin 30^\circ$  ; b)  $-\cos 45^\circ$  ; c)  $\operatorname{tg} 30^\circ$  ; d)  $-\cos 45^\circ$  ; e)  $-\sin 45^\circ$  ; f)  $-\operatorname{tg} 60^\circ$  ; g)  $-\operatorname{tg} 20^\circ$  ; h)  $-\cos 20^\circ$
8. a)  $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha = 0,35$  ; b)  $\sin(\alpha + 90^\circ) = \cos \alpha = 0,94$  ; c)  $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha = -0,35$  ;

d)  $\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin \alpha = -0,35$  ; e)  $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha = 0,94$

9. a)  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{13}}{13}$  ; b)  $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{13}}{13}$  ; c)  $\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{3}{2}$  ; d)  $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha = \frac{2\sqrt{13}}{13}$  ;

e)  $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{3\sqrt{13}}{13}$  ; f)  $\operatorname{tg}(360^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha = -\frac{2}{3}$

10. a)  $\sin 55^\circ = \cos 35^\circ$ ,  $\cos 55^\circ = \sin 35^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 55^\circ = \frac{1}{\operatorname{tg} 35^\circ}$  ;

b)  $\sin 125^\circ = \cos 35^\circ$ ,  $\cos 125^\circ = -\sin 35^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 125^\circ = -\frac{1}{\operatorname{tg} 35^\circ}$  ;

c)  $\sin 145^\circ = \sin 35^\circ$ ,  $\cos 145^\circ = -\cos 35^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 145^\circ = -\operatorname{tg} 35^\circ$  ;

d)  $\sin 215^\circ = -\sin 35^\circ$ ,  $\cos 215^\circ = -\cos 35^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 215^\circ = \operatorname{tg} 35^\circ$  ;

e)  $\sin 235^\circ = -\cos 35^\circ$ ,  $\cos 235^\circ = -\sin 35^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 235^\circ = \frac{1}{\operatorname{tg} 35^\circ}$  ;

f)  $\sin 305^\circ = -\cos 35^\circ$ ,  $\cos 305^\circ = \sin 35^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 305^\circ = -\frac{1}{\operatorname{tg} 35^\circ}$  ;

g)  $\sin 325^\circ = -\sin 35^\circ$ ,  $\cos 325^\circ = \cos 35^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 325^\circ = -\operatorname{tg} 35^\circ$

11. a)  $\sin 358^\circ = -\sin 2^\circ$ ,  $\cos 358^\circ = \cos 2^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 358^\circ = -\operatorname{tg} 2^\circ$  ;

b)  $\sin 156^\circ = \sin 24^\circ$ ,  $\cos 156^\circ = -\cos 24^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 156^\circ = -\operatorname{tg} 24^\circ$ . También se puede hacer de esta otra forma:

$$\sin 156^\circ = \cos 66^\circ, \cos 156^\circ = -\sin 66^\circ, \operatorname{tg} 156^\circ = -\frac{1}{\operatorname{tg} 66^\circ}$$

c)  $\sin 342^\circ = -\sin 18^\circ$ ,  $\cos 342^\circ = \cos 18^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 342^\circ = -\operatorname{tg} 18^\circ$

12. a)  $228,59^\circ$  ; b)  $248,28^\circ$  ; c)  $234,07^\circ$

13. a)  $c = 13 \text{ cm}$ ,  $A = 22,62^\circ$ ,  $B = 67,38^\circ$  ; b)  $b = 57,06 \text{ m}$ ,  $c = 71,45 \text{ m}$ ,  $B = 53^\circ$  ;

c)  $b = 11,2 \text{ m}$ ,  $c = 13,21 \text{ m}$ ,  $A = 32^\circ$  ; d)  $a = 5,48 \text{ km}$ ,  $b = 1,89 \text{ km}$ ,  $B = 19^\circ$

14. El poste mide  $5,87 \text{ m}$ .

15. El área del cuadrilátero es  $14122,8 \text{ m}^2$ .

16. El ángulo que se deberá inclinar la cinta es  $36,87^\circ$ .

17. La altura a la que llega la escalera es  $1,53 \text{ m}$ , y la distancia que separa su base de la pared es  $1,29 \text{ m}$ .

18. La diagonal menor mide  $5,2 \text{ cm}$  y la diagonal mayor  $15,2 \text{ cm}$ .

19.  $\overline{A'B'} = 9,64 \text{ cm}$ .

20. a)  $A = 30^\circ$ ,  $b = 8,49$ ,  $c = 11,59$  ; b)  $c = 5,26$ ,  $A = 108,29^\circ$ ,  $B = 41,71^\circ$  ;

c)  $A = 48,3^\circ$ ,  $B = 78,57^\circ$ ,  $C = 53,13^\circ$  ; d)  $c = 16,44$ ,  $A = 31,79^\circ$ ,  $B = 118,21^\circ$  ;

e)  $c = 48,62$ ,  $A = 58,54^\circ$ ,  $C = 80,93^\circ$  ; f)  $A = 76,23^\circ$ ,  $B = 60,94^\circ$ ,  $C = 42,83^\circ$  ;

g)  $a = 1$ ,  $c = 1$ ,  $C = 105^\circ$  ; h)  $a = 2,65$ ,  $B = 78,64^\circ$ ,  $C = 41,36^\circ$  ; i)  $b = 5,66$ ,  $c = 10,93$ ,  $A = 45^\circ$

21.  $a = 10 \text{ cm}$ ,  $b = 6 \text{ cm}$ ,  $c = 8 \text{ cm}$ ,  $A = 90^\circ$ ,  $B = 36,87^\circ$ ,  $C = 53,13^\circ$

22. La diagonal menor mide  $4,11 \text{ cm}$  y la diagonal mayor mide  $13,53 \text{ cm}$ .

23. La altura de la montaña es, aproximadamente, 138,1 metros.
24. La anchura del río es, aproximadamente, 53,21 metros.
25. La longitud del cable más extenso es 119,3 metros. La altura del globo es de 71,8 metros.
26. La distancia de  $P$  a cada uno de los puntos de tangencia es de 27,47 centímetros.
27. La altura del edificio es, aproximadamente, 126,1 metros y la distancia a la que nos encontramos de él es de 140 metros al punto  $A$  y de 180 metros al punto  $B$ .
28. El otro lado del trapecio mide 11,87 centímetros. El área del trapecio es 84,93 cm<sup>2</sup>.
29. El barco se encuentra, de la estación  $A$ , a 40,4 kilómetros, y de la estación  $B$ , a 36,4 kilómetros.
30. La altura del pedestal es de 0,58 metros, es decir, de 58 centímetros.
31. El avión está a una altura de 27,8 kilómetros.
32. El lado del octógono inscrito mide 3,82 centímetros, y el lado del octógono circunscrito mide 4,14 centímetros.
33.  $\overline{AB} = 4,7$  cm,  $\overline{AC} = 9$  cm,  $B = 99,05^\circ$ ,  $C = 30,95^\circ$ .
34.  $AOB = 120^\circ$ .
35. La emisora se encuentra de  $A$  a 9,38 kilómetros, y de  $B$  a 6,65 kilómetros.
36. La portería se ve, desde ese punto, bajo un ángulo de  $60^\circ$ .
37.  $\overline{AB} = \overline{DC} = 6,6$  m.  $\overline{AD} = \overline{BC} = 14,7$  m. La otra diagonal  $\overline{BD}$  mide 13,9 m. El paralelogramo tiene un área de 91 m<sup>2</sup>.
38. La longitud del segmento  $MN$  es de 5,6 centímetros.
39. La altura del árbol es  $\overline{QR} = 79,82$  metros.
40. El lado del rombo mide 2,18 metros.