Atención: *Los resultados serán válidos sólo cuando los razonamientos empleados se incluyan. Todos los problemas valen 2 puntos. Los resultados deben simplificarse.*

1) Resolver un triángulo del que se conocen: $b = 4\ m$, $c = 3\ m$ y $A = 105º$. *(2 puntos)*
2) Demostrar que $2\ \text{tg}\ x \cos^2 \dfrac{x}{2} - \text{sen}\ x = \text{tg}\ x$ *(2 puntos)*
3) Resolver la ecuación: $3\ \text{sen}^2 x + \cos^2 x + \cos x = 0$ *(2 puntos)*
4) Empleando las fórmulas que relacionan las distintas razones trigonométricas entre si, y sin usar calculadora, hallar las restantes razones de α, sabiendo que $\text{tg}\ \alpha = -5/3$, $90º \le \alpha \le 270º$. Después, decir el valor de α con ayuda de la calculadora. *(2 puntos)*
5) Resolver en C la ecuación $z^4 + 16 = 0$ *(2 puntos)*

SOLUCIONES

1) Resolver un triángulo del que se conocen: $b = 4\ m$, $c = 3\ m$ y $A = 105º$.

Por el T. del coseno: $\boxed{a} = \sqrt{b^2+c^2-2bc\cos A} = \sqrt{4^2+3^2-2\cdot 4\cdot 3\cos 105º} = \boxed{5{,}59\ m}$

Para hallar el ángulo B podemos emplear el T. de los senos, más fácil en cuanto a cálculos, teniendo en cuenta que, como ya tenemos un ángulo obtuso, de las dos soluciones posibles tomaremos únicamente la correspondiente a ángulo agudo:

$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} \quad \Rightarrow \quad \text{sen } B = \frac{b \text{ sen } A}{a} = \frac{4 \text{ sen } 105}{5{,}59} \quad \Rightarrow \quad \boxed{B = 43{,}76º}$$

Por tanto, $\boxed{C} = 180º - A - B = 180º - 105º - 43{,}76º = \boxed{31{,}24º}$

2) Demostrar que 2 tg x cos2 $\frac{x}{2}$ – sen x = tg x

$$2 \text{ tg } x \cos^2 \frac{x}{2} - \text{sen } x = 2 \text{ tg } x\, \frac{1+\cos x}{2} - \text{sen } x = \text{tg } x\,(1 + \cos x) - \text{sen } x =$$

$$= \text{tg } x + \frac{\text{sen } x}{\cos x}\cos x - \text{sen } x = \text{tg } x + \text{sen } x - \text{sen } x = \text{tg } x$$

3) Resolver la ecuación: $3 \text{ sen}^2 x + \cos^2 x + \cos x = 0$

$$3 \text{ sen}^2 x + \cos^2 x + \cos x = 0 \quad \Rightarrow \quad 3(1 - \cos^2 x) + \cos^2 x + \cos x = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 3 - 3\cos^2 x + \cos^2 x + \cos x = 0 \quad \Rightarrow \quad -2\cos^2 x + \cos x + 3 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 2\cos^2 x - \cos x - 3 = 0$$

Se trata de una ecuación de segundo grado cuya incógnita es $\cos x$:

$$\cos x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{4} = \frac{1\pm 5}{4} = \begin{cases} = \dfrac{1-5}{4} = \dfrac{-4}{4} = -1 \\[2mm] = \dfrac{1+5}{4} = \dfrac{6}{4} = \dfrac{3}{2}, \text{ imposible} \end{cases}$$

De donde las únicas soluciones son $\boxed{x = 180º + 360º k,\ \ k \in \mathbb{Z}}$

4) Empleando las fórmulas que relacionan las distintas razones trigonométricas entre si, y sin usar calculadora, hallar las restantes razones de α, sabiendo que tg α = –5/3, 90º ≤ α ≤ 270º. Después, decir el valor de α con ayuda de la calculadora.

Teniendo en cuenta el signo de la tangente, el ángulo debe ser del 2º cuadrante. Entonces:

$$1 + \text{tg}^2\,\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \frac{25}{9} = \frac{34}{9} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\cos\alpha} = -\sqrt{\frac{9}{34}} = -\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{34}} = \boxed{-\frac{3}{\sqrt{34}}}$$

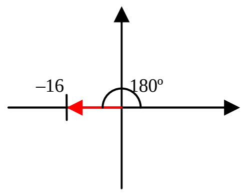
$$\text{Como tg } \alpha = \frac{\text{sen }\alpha}{\cos\alpha} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\text{sen }\alpha} = \text{tg }\alpha\cos\alpha = -\frac{5}{3}\left(-\frac{3}{\sqrt{34}}\right) = \boxed{\frac{5}{\sqrt{34}}}$$

Por tanto, $\boxed{\text{cotg }\alpha = -\frac{3}{5};\quad \sec\alpha = -\frac{\sqrt{34}}{3};\quad \text{cosec }\alpha = \frac{\sqrt{34}}{5}}$

Con la calculadora, hallamos que $\boxed{\alpha = 120{,}96º}$.

5) Resolver en C la ecuación $z^4 + 16 = 0$

Despejando: $z^4 = -16 \Rightarrow z = \sqrt[4]{-16} = \sqrt[4]{16_{180^\circ}}$, donde se ha escrito $-16 = -16 + 0i$, que estaba en binómica, en polares.



Por ello, hemos de hallar todas las raíces cuartas de dicho complejo.

Para empezar, el módulo de cada una de ellas será $\sqrt[4]{16} = 2$.

Y sus argumentos respectivos:

$$\alpha_1 = \frac{180^\circ}{4} + \frac{360^\circ}{4} \cdot 0 = 45^\circ$$

$$\alpha_2 = \frac{180^\circ}{4} + \frac{360^\circ}{4} \cdot 1 = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$$

$$\alpha_3 = \frac{180^\circ}{4} + \frac{360^\circ}{4} \cdot 2 = 45^\circ + 90^\circ \cdot 2 = 225^\circ$$

$$\alpha_4 = \frac{180^\circ}{4} + \frac{360^\circ}{4} \cdot 3 = 45^\circ + 90^\circ \cdot 3 = 315^\circ$$

Por lo que las cuatro soluciones son:

$$\boxed{z_1 = 2_{45^\circ}; \quad z_2 = 2_{135^\circ}; \quad z_3 = 2_{225^\circ}; \quad z_4 = 2_{315^\circ}}$$