

GEOMETRÍA ANALÍTICA: VECTORES Y RECTAS

1. Dados los puntos A(3,1) y B(1,2). Determinar la ecuación vectorial de la recta que pasa por esos dos puntos. Calcular también las ecuaciones paramétricas, continua y general.
2. Decidir si son paralelas o no los siguientes pares de rectas:
 - a) $r \equiv \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$ $s \equiv \frac{x-4}{2} = \frac{y+2}{-1}$
 - b) $r \equiv \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$ $s \equiv x + 2y - 3 = 0$
 - c) $r \equiv x + 3y - 1 = 0$ $s \equiv 2x + 6y + 5 = 0$
3. Hallar la intersección de los siguientes pares de rectas:
 - a) $r \equiv 3x - 4y - 5 = 0$ $s \equiv 5x + 3y - 18 = 0$
 - b) $r \equiv 3x - 6y + 1 = 0$ $s \equiv 2x - 4y + 1 = 0$
4. Hallar la ecuación de la recta paralela a $2x - 3y - 5 = 0$ que pasa por el punto $P(1, -2)$.
5. Sean A(1,0), B(4,-3) y C(5,2) los tres vértices de un triángulo. Hallar:
 - a) La ecuación de la recta que pasando por A es paralela a la que pasa por B y C.
 - b) La ecuación de la mediana que pasa por C.
6. Calcular la ecuación general de la recta que pasa por el punto A(-5,2) y cuya pendiente es $m = -\frac{4}{3}$.
7. Dada la recta de ecuación $3x - 2y + 5 = 0$, hallar un vector director, su pendiente, puntos de corte con los ejes y área del triángulo que forma con los ejes.
8. Dadas las rectas $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{a}$ y $s \equiv 2x - 3y + m = 0$
 - a) Hallad a para que sean paralelas.
 - b) Hallad m para que s pase por el punto A(2,1)
 - c) Hallad a para que r sea paralela al eje OX.
9. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto medio de A(2,3) y B(1,-2) y es paralela a la de ecuación $2x - y + 3 = 0$.
10. Determinar la ecuación de la recta que pasa por el origen y por el punto de intersección de las rectas $x - 2y + 3 = 0$ y $x + 2y - 9 = 0$
11. Hallar la ecuación de la recta que es paralela a $2x - 3y = 0$ y cuya ordenada en el origen es -2 .
12. Calcular la ecuación de una recta paralela al eje OY y que pasa por el punto P(2,6).

SOLUCIONES

1. $\overrightarrow{AB} = (-2, 1)$

$A(3, 1) \quad (x, y) = (3, 1) + t(-2, 1)$ Ecuación vectorial

$$\left. \begin{array}{l} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \end{array} \right\} \text{Ecuaciones paramétricas}$$

$$\frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{1} \text{ Ecuación continua}$$

$$x + 2y - 5 = 0 \text{ Ecuación general.}$$

2. a) $r \equiv \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \end{cases} \rightarrow \vec{v} = (2, -1) \quad s \equiv \frac{x-4}{2} = \frac{y+2}{-1} \rightarrow \vec{w} = (2, -1)$

Los dos vectores directores son el mismo. Luego las rectas son Paralelas o Coincidentes. Si tomamos el punto $P(3, 1)$ de la primera, no cumple la ecuación de la segunda, luego no son la misma recta, y por tanto, son **Paralelas**.

b) $r \equiv \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \end{cases} \rightarrow \vec{v} = (2, -1) \quad s \equiv x + 2y - 3 = 0 \rightarrow \vec{w} = (-2, 1)$

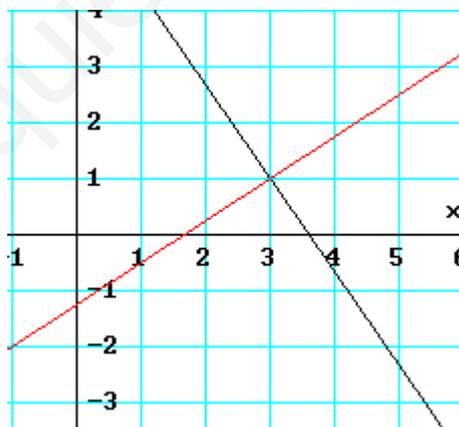
Los dos vectores tienen la misma dirección, las rectas son **Paralelas** (se comprueba que no son la misma recta, de la misma forma que en el apartado anterior).

c) $r \equiv x + 3y - 1 = 0 \quad s \equiv 2x + 6y + 5 = 0$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \neq \frac{-1}{5}$$

Las rectas son **Paralelas**.

3. a) Las rectas se cortan en el punto $P(3, 1)$. Dicho punto se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones formado con las ecuaciones de las dos rectas.

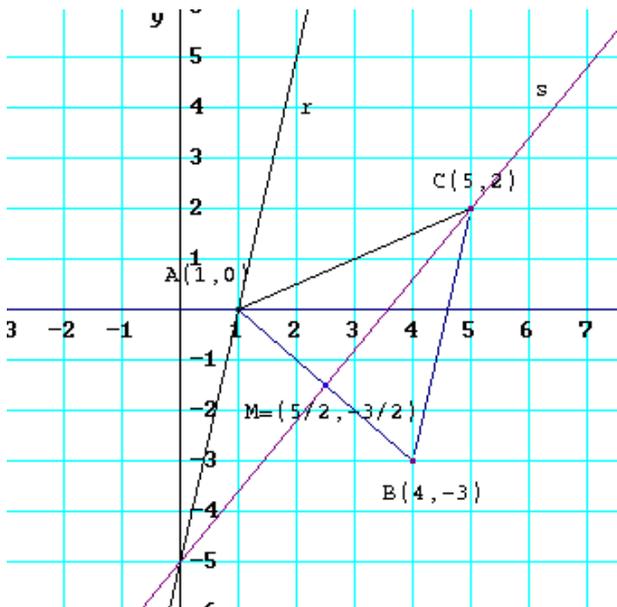


- b) Las rectas $r \equiv 3x - 6y + 1 = 0$ y $s \equiv 2x - 4y + 1 = 0$ son paralelas, luego no se cortan en ningún punto.

4. Si es paralela a $2x - 3y - 5 = 0$ podemos tomar como vector director el mismo, es decir, $\vec{v} = (3, 2)$. Como además sabemos que pasa por el punto $P(1, -2)$, su ecuación será:

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2}, \text{ o bien } 2x - 3y - 8 = 0 \text{ si la escribimos en forma general.}$$

5.



Recta r: Pasa por $A(1,0)$ y podemos usar como vector director el $\overrightarrow{CB} = (-1, -5)$, luego su ecuación será: $\frac{x-1}{-1} = \frac{y}{-5}$ o $5x - y - 5 = 0$ en forma general.

Recta s: Pasa por $C(5,2)$ y por el punto medio del lado opuesto que es $M = (5/2, -3/2)$, como vector director podemos usar el $\overrightarrow{MC} = \left(\frac{5}{2}, -\frac{7}{2}\right)$ o cualquiera que sea paralelo como por ejemplo el $\vec{v}(5,7)$ de modo que la ecuación de la recta será: $\frac{x-5}{5} = \frac{y-2}{7}$ o bien $7x - 5y - 25 = 0$ en forma general.

6. La ecuación será: $y - 2 = -\frac{4}{3}(x + 5)$ o bien $4x + 3y + 14 = 0$ en forma general.

7. Dada la recta $3x - 2y + 5 = 0$ un vector director será $\vec{v}(2,3)$, su pendiente $m = \frac{3}{2}$, los puntos de corte con los ejes $P = \left(0, \frac{5}{2}\right)$ y $Q = \left(-\frac{5}{3}, 0\right)$

El área del triángulo que forma con los ejes será: $A = \frac{\frac{5}{2} \cdot \frac{5}{3}}{2} = \frac{\frac{25}{6}}{2} = \frac{25}{12} u^2$

8. a) Para que sean paralelas las rectas $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{a}$ y $s \equiv 2x - 3y + m = 0$, sus vectores directores tienen que ser de la misma dirección. Sus vectores directores son, respectivamente, $\vec{v}(2, a)$ y $\vec{w}(3, 2)$. Para que sean de la misma dirección, debe cumplirse $\frac{3}{2} = \frac{2}{a}$, es decir, $a = \frac{4}{3}$

b) Para que la recta s pase por el punto $A(2,1)$, al sustituir las coordenadas del punto en la ecuación de la recta, la igualdad debe ser cierta. Es decir $2 \cdot 2 - 3 \cdot 1 + m = 0$ de donde se desprende que $m = -1$

c) Para que r sea paralela al eje OX, la segunda componente de su vector director debe ser 0, $a = 0$.

9. La recta que buscamos pasa por el punto medio de $A(2,3)$ y $B(1,-2)$ que es $M\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$ y es paralela a $2x - y + 3 = 0$, luego podemos tomar el $\vec{v} = (1, 2)$ como vector director. Su ecuación

será $\frac{x - \frac{3}{2}}{1} = \frac{y - \frac{1}{2}}{2}$ que en forma general queda $4x - 2y - 5 = 0$

- 10.** El punto de intersección de $x - 2y + 3 = 0$ y $x + 2y - 9 = 0$ es $P(3,3)$ (se obtiene resolviendo el sistema que se forma con las dos ecuaciones). Como la recta también pasa por el origen $O(0,0)$ podemos tomar como vector director el $\overrightarrow{OP} = (3,3)$, la ecuación será $\frac{x}{3} = \frac{y}{3}$, o bien $3x - 3y = 0$ que simplificada queda $x - y = 0$
- 11.** Si es paralela a $2x - 3y = 0$, tendrá la misma pendiente que es $m = \frac{2}{3}$, como sabemos además que su ordenada en el origen es -2 , la ecuación explícita de la recta será $y = \frac{2}{3}x - 2$ que, escrita en forma general, queda $2x - 3y - 6 = 0$
- 12.** Si es paralela al eje OY su ecuación será $x = a$, como pasa por el punto $P(2,6)$, entonces, la ecuación será $x = 2$.