

EJERCICIOS RESUELTOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA

Ejercicio nº 1.-

Dado el segmento de extremos $P(4, -3)$ y $Q(2, -5)$, halla las coordenadas de su punto medio.

Solución:

Las coordenadas del punto medio, M , son la semisuma de las coordenadas de los extremos:

$$M = \left(\frac{4+2}{2}, \frac{-3+(-5)}{2} \right) = (3, -4)$$

Ejercicio nº 2.-

Dado el punto $A(6, -1)$, halla las coordenadas de su simétrico, A' , respecto del punto $P(3, 4)$.

Solución:

Llamamos (x', y') a las coordenadas de A' . El punto medio del segmento de extremos A y A' es P .

Por tanto:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{6+x'}{2} = 3 \\ \frac{-1+y'}{2} = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x' = 0 \\ y' = 9 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \frac{6+x'}{2} = 3 \\ \frac{-1+y'}{2} = 4 \end{array}} \right\} A'(0, 9)$$

Ejercicio nº 3.-

Halla la distancia entre los puntos $P(2, 9)$ y $Q(8, 1)$.

Solución:

$$\text{dist}(P, Q) = \sqrt{(8-2)^2 + (1-9)^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$$

Ejercicio nº 4.-

Di cuáles son el centro y el radio de la circunferencia de ecuación $\sqrt{(x-3)^2 + (y+5)^2} = 9$.

Solución:

El centro está en el punto $(3, -5)$, y el radio es 9.

Ejercicio nº 5.-

- a) Escribe la ecuación de la recta, r , que pasa por los puntos $(0, -2)$ y $(-1, -5)$.
- b) Obtén la ecuación de la recta, s , que pasa por $(4, 0)$ y tiene pendiente -2 .
- c) Halla el punto de intersección de las rectas r y s .

Solución:

a) Pendiente = $\frac{-5 - (-2)}{-1 - 0} = \frac{-5 + 2}{-1} = \frac{-3}{-1} = 3$

Ecuación: $y = -2 + 3(x - 0) \rightarrow y = -2 + 3x \rightarrow 3x - y - 2 = 0$

b) $y = 0 - 2(x - 4) \rightarrow y = -2x + 8$

- c) Es la solución del sistema siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} 3x - y - 2 = 0 \\ y = -2x + 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3x - (-2x + 8) - 2 = 0 \rightarrow 3x + 2x - 8 - 2 = 0 \rightarrow 5x = 10 \\ x = 2 \rightarrow y = 4 \end{array} \quad \text{Punto: } (2, 4)$$

Ejercicio nº 6.-

- a) Escribe la ecuación de la recta, r , que pasa por el punto $(3, -1)$ y es paralela a $y = 2x + 5$.
- b) Halla la ecuación de la recta perpendicular a $y = -3x + 1$ que pasa por el punto $(0, 0)$.

Solución:

- a) Si son paralelas, tienen la misma pendiente:

$y = 2x + 5 \rightarrow m = 2$

Ecuación de r : $y = -1 + 2(x - 3) \rightarrow y = -1 + 2x - 6 \rightarrow y = 2x - 7$

b) $y = -3x + 1 \rightarrow m = -3$

Pendiente de la perpendicular = $\frac{-1}{m} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$

Ecuación: $y = \frac{1}{3}x$