

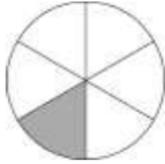
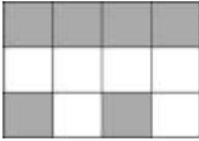
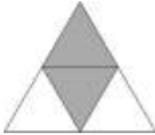
4 Fracciones

En este apartado encontrarás las soluciones de las actividades de todas las unidades del libro del alumno.

1. Escribe la fracción correspondiente a cada enunciado.

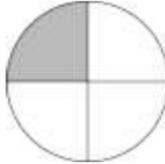
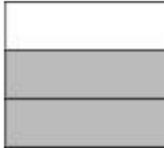
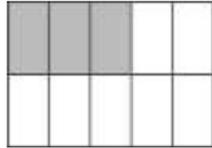
- a) Tres cuartos de hora
 - b) Medio litro de agua
 - c) Doce de los 25 alumnos de la clase
 - d) Dos quintas partes del camino
- a) $\frac{3}{4}$ de hora b) $\frac{1}{2}$ de 1L de agua c) $\frac{12}{25}$ alumnos d) $\frac{2}{5}$ del camino

2. Escribe en cada caso qué fracción corresponde a la parte coloreada.

- a) 
 - b) 
 - c) 
 - d) 
- a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{6}{12}$ c) $\frac{2}{4}$ d) $\frac{3}{6}$

3. Actividad resuelta

4. Representa en tu cuaderno gráficamente estas fracciones.

- a) $\frac{1}{4}$
 - b) $\frac{3}{8}$
 - c) $\frac{2}{3}$
 - d) $\frac{3}{10}$
- a) 
 - b) 
 - c) 
 - d) 

5. Estas fracciones representan cocientes de dos números. Indica a qué número entero corresponde cada una.

- a) $\frac{18}{3}$
 - b) $\frac{20}{10}$
 - c) $\frac{-45}{9}$
 - d) $\frac{-36}{4}$
- a) $18 : 3 = 6$ b) $20 : 10 = 2$ c) $-45 : 9 = -5$ d) $-36 : 4 = -9$

6. Copia y completa en tu cuaderno los números que faltan.

- a) $\frac{\bullet}{5} = 300$
 - b) $\frac{-270}{\bullet} = 90$
 - c) $\frac{\bullet}{-12} = -125$
 - d) $\frac{\bullet}{12} = -12$
- a) $\frac{1500}{5} = 300$ b) $\frac{-270}{-3} = 90$ c) $\frac{1500}{-12} = -125$ d) $\frac{-144}{12} = -12$

7. Calcula las siguientes cantidades.

- a) $\frac{7}{8}$ de 200 b) $-\frac{5}{12}$ de 3600 c) $\frac{3}{7}$ de -98 d) $\frac{17}{100}$ de 20000
- a) $7 \cdot 200 : 8 = 175$ c) $3 \cdot (-98) : 7 = -42$
- b) $-5 \cdot 3600 : 12 = 1500$ d) $17 \cdot 20\,000 : 100 = 3400$

8. Actividad resuelta

9. Copia en tu cuaderno y completa las siguientes igualdades.

- a) $\frac{5}{\bullet}$ de 512 = 320 b) $\frac{\bullet}{8}$ de 2000 = 750 c) $\frac{\bullet}{4}$ de 320 = -1360 d) $\frac{2}{3}$ de \bullet = 400
- a) $5 \cdot 512 = 2560$; $2560 : 320 = 8 \Rightarrow \frac{5}{8}$ de 512 = 320
- b) $2000 : 8 = 250$; $750 : 250 = 3 \Rightarrow \frac{3}{8}$ de 2000 = 750
- c) $320 : 4 = 80$; $-1360 : 80 = -17 \Rightarrow \frac{-17}{4}$ de 320 = -1360
- d) $400 \cdot 3 : 2 = 600 \Rightarrow \frac{2}{3}$ de 600 = 400

10. En una clase de 1º ESO hay 12 chicos y 15 chicas. ¿Qué fracción del total de alumnos son chicas? ¿Y chicos?

El total de alumnos es: $12 + 15 = 27$

Chicas: $\frac{15}{27} = \frac{5}{9}$. Chicos: $\frac{12}{27} = \frac{4}{9}$

11. En un pueblo de 1524 habitantes, $\frac{5}{12}$ de la población son menores de edad. ¿cuántos mayores de edad hay?

Habitantes menores de edad: $\frac{5}{12}$ de 1524 = $5 \cdot 1524 : 12 = 7620 : 12 = 635$

Habitantes mayores de edad: $1524 - 635 = 889$

12. Juan ha leído dos novenas partes de un libro.

- a) ¿Qué fracción le falta por leer?
- b) Si el libro tiene 459 páginas, ¿cuántas le quedan por leer?
- a) Ha leído $\frac{2}{9}$ del libro. Le falta por leer $\frac{7}{9}$ del libro.
- b) Le quedan por leer $\frac{7}{9}$ de 459 páginas = $7 \cdot 459 : 9 = 3213 : 9 = 357$ páginas.

13. Álex se da cuenta de que puede comparar todas las monedas con la de 1 €. Por ejemplo, para tener 1 € en monedas de 50 cent necesita 2 monedas, por lo que la moneda de 50 cent vale $\frac{1}{2}$ de la moneda de 1 €.

Calcula la fracción de 1 € que representan las monedas de 1, 2, 5, 10 y 20 cent.

Se necesitan 100 monedas de 1 CENT para tener 1 €: $\frac{1}{100}$

Se necesitan 50 monedas de 2 CENT para tener 1 €: $\frac{1}{50}$

Se necesitan 20 monedas de 5 CENT para tener 1 €: $\frac{1}{20}$

Se necesitan 10 monedas de 10 CENT para tener 1 €: $\frac{1}{10}$

Se necesitan 5 monedas de 20 CENT para tener 1 €: $\frac{1}{5}$

14. Comprueba si estas fracciones son equivalentes.

a) $\frac{5}{12}$ y $\frac{11}{24}$

b) $\frac{24}{36}$ y $\frac{60}{90}$

c) $\frac{21}{48}$ y $\frac{15}{42}$

a) $\frac{5}{12}$ y $\frac{11}{24}$ no son equivalentes porque $5 \cdot 24 \neq 11 \cdot 12$

b) $\frac{24}{36}$ y $\frac{60}{90}$ son equivalentes porque $24 \cdot 90 = 36 \cdot 60$

c) $\frac{21}{48}$ y $\frac{15}{42}$ no son equivalentes porque $21 \cdot 42 \neq 48 \cdot 15$

15. Actividad resuelta

16. Completa el término que falta para que las fracciones sean equivalentes.

a) $\frac{\bullet}{24}$ y $\frac{5}{15}$

b) $\frac{36}{16}$ y $\frac{\bullet}{4}$

c) $\frac{\bullet}{10}$ y $\frac{7}{70}$

a) $\frac{\bullet}{24} = \frac{5}{15} \Rightarrow \bullet \cdot 15 = 24 \cdot 5$; $\bullet = \frac{24 \cdot 5}{15} = 8$

b) $\frac{36}{16} = \frac{\bullet}{4} \Rightarrow 36 \cdot 4 = 16 \cdot \bullet$; $\bullet = \frac{36 \cdot 4}{16} = 9$

c) $\frac{\bullet}{10} = \frac{7}{70} \Rightarrow \bullet \cdot 70 = 10 \cdot 7$; $\bullet = \frac{10 \cdot 7}{70} = 1$

17. Escribe dos fracciones amplificadas de cada una.

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{5}{8}$

c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{12}{24}$

a) $\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$ y $\frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$

c) $\frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{2}{12}$ y $\frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{4}{24}$

b) $\frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{15}{24}$ y $\frac{5 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{25}{40}$

d) $\frac{12 \cdot 2}{24 \cdot 2} = \frac{24}{48}$ y $\frac{12 \cdot 3}{24 \cdot 3} = \frac{36}{72}$

18. Escribe dos fracciones simplificadas de cada una.

a) $\frac{30}{40}$

b) $\frac{56}{84}$

c) $\frac{12}{36}$

d) $\frac{42}{105}$

a) $\frac{30:2}{40:2} = \frac{15}{20}$ y $\frac{30:10}{40:10} = \frac{3}{4}$

c) $\frac{12:2}{36:2} = \frac{6}{18}$ y $\frac{12:12}{36:12} = \frac{1}{3}$

b) $\frac{56:2}{84:2} = \frac{28}{42}$ y $\frac{56:28}{84:28} = \frac{2}{3}$

d) $\frac{42:3}{105:3} = \frac{14}{35}$ y $\frac{42:21}{105:21} = \frac{2}{5}$

19. Halla la fracción irreducible equivalente a cada una.

a) $\frac{300}{400}$

b) $\frac{198}{264}$

c) $\frac{128}{256}$

d) $\frac{320000}{360000}$

a) $\frac{300:100}{400:100} = \frac{3}{4}$

c) $\frac{128:128}{256:128} = \frac{1}{2}$

b) m.c.d. (198, 264) = 66 $\Rightarrow \frac{198:66}{264:66} = \frac{3}{4}$

d) $\frac{320000:10000}{360000:10000} = \frac{32:4}{36:4} = \frac{8}{9}$

20. Escribe en cada caso una fracción con denominador 100 equivalente a cada una de estas.

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{7}{20}$

c) $\frac{12}{25}$

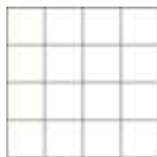
a) $\frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100}$

b) $\frac{7 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{35}{100}$

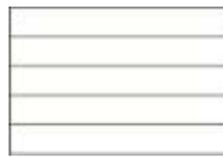
c) $\frac{12 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{48}{100}$

21. Copia los dibujos en tu cuaderno y colorea en cada caso la fracción correspondiente.

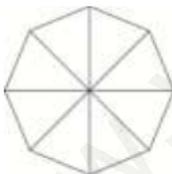
a) $\frac{24}{32}$



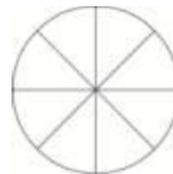
c) $\frac{6}{15}$



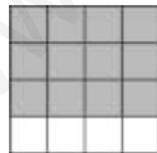
b) $\frac{15}{40}$



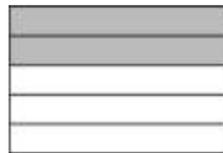
d) $\frac{75}{100}$



a) $\frac{24}{32} = \frac{12}{16}$



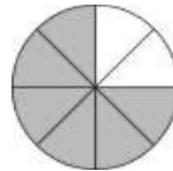
c) $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$



b) $\frac{15}{40} = \frac{3}{8}$



d) $\frac{75}{100} = \frac{6}{8}$



22. Busca las fracciones equivalentes, calculando la fracción irreducible correspondiente a cada una. .

$$\frac{56}{84}, \frac{28}{35}, \frac{32}{40}, \frac{34}{51}, \frac{102}{153}, \frac{92}{138}, \frac{1200}{1500}, \frac{32}{48}$$

$\frac{56}{84}, \frac{34}{51}, \frac{102}{153}, \frac{92}{138}, \frac{32}{48}$ son equivalentes entre sí porque todas ellas tienen como fracción irreducible $\frac{2}{3}$.

$\frac{28}{35}, \frac{32}{40}, \frac{1200}{1500}$ son equivalentes entre sí porque todas ellas tienen como fracción irreducible $\frac{4}{5}$.

23. Juan Alberto decide regalar $\frac{2}{5}$ de sus cromos. Si en total ha regalado 12 cromos, ¿cuántos tenía al principio?

Podemos resolver este problema a través de fracciones equivalentes: $\frac{2}{5} = \frac{12}{30}$. El total de cromos es 30..

24. Ordena las fracciones de menor a mayor.

a) $\frac{3}{50}, \frac{19}{50}, \frac{7}{50}$

b) $\frac{7}{9}, \frac{-4}{9}, \frac{8}{9}$

c) $\frac{3}{5}, \frac{3}{7}, \frac{3}{4}$

d) $\frac{23}{41}, \frac{23}{40}, \frac{23}{39}$

a) $\frac{3}{50} < \frac{7}{50} < \frac{19}{50}$

b) $\frac{-4}{9} < \frac{7}{9} < \frac{8}{9}$

c) $\frac{3}{7} < \frac{3}{5} < \frac{3}{4}$

d) $\frac{23}{39} < \frac{23}{40} < \frac{23}{41}$

25. Escribe una fracción mayor y una menor, cambiando solo los numeradores y, después cambiando solo los denominadores.

a) $\frac{5}{7}$

b) $\frac{12}{17}$

c) $\frac{3}{100}$

d) $\frac{13}{20}$

a) Cambiando los numeradores: $\frac{4}{7} < \frac{5}{7} < \frac{6}{7}$.

Cambiando los denominadores: $\frac{5}{8} < \frac{5}{7} < \frac{5}{6}$

b) Cambiando los numeradores: $\frac{11}{17} < \frac{12}{17} < \frac{13}{17}$.

Cambiando los denominadores: $\frac{12}{18} < \frac{12}{17} < \frac{12}{16}$

c) Cambiando los numeradores: $\frac{2}{100} < \frac{3}{100} < \frac{4}{100}$.

Cambiando los denominadores: $\frac{3}{101} < \frac{3}{100} < \frac{3}{99}$

d) Cambiando los numeradores: $\frac{12}{20} < \frac{13}{20} < \frac{14}{20}$.

Cambiando los denominadores: $\frac{13}{21} < \frac{13}{20} < \frac{13}{19}$

26. Indica cuál es la fracción mayor.

a) $\frac{7}{9}$ o $\frac{5}{6}$

b) $\frac{3}{8}$ o $\frac{5}{16}$

c) $\frac{7}{10}$ o $\frac{3}{35}$

a) $\frac{7}{9} = \frac{42}{54}$ y $\frac{5}{6} = \frac{45}{54}$; $\frac{42}{54} < \frac{45}{54} \Rightarrow \frac{7}{9} < \frac{5}{6}$

b) $\frac{3}{8} = \frac{48}{128}$ y $\frac{5}{16} = \frac{40}{128}$; $\frac{40}{128} < \frac{48}{128} \Rightarrow \frac{5}{16} < \frac{3}{8}$

c) $\frac{7}{10} = \frac{245}{350}$ y $\frac{3}{35} = \frac{30}{350}$; $\frac{30}{350} < \frac{245}{350} \Rightarrow \frac{3}{35} < \frac{7}{10}$

27. Actividad resuelta

28. Escribe dos fracciones comprendidas entre estas.

a) $\frac{6}{8}$ y $\frac{7}{8}$

b) $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{8}$

c) $\frac{17}{100}$ y $\frac{17}{36}$

a) $\frac{6}{8} = \frac{12}{16}$ y $\frac{7}{8} = \frac{14}{16} \Rightarrow \frac{13}{16}$ está entre las dos

b) m.c.m.(6, 8) = 24 $\Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{20}{24}$ y $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$

Tienen el mismo denominador, pero no hay ningún número entero entre los numeradores. Hay que amplificarlas: $\frac{5}{6} = \frac{20}{24} = \frac{20 \cdot 2}{24 \cdot 2} = \frac{40}{48}$ y $\frac{7}{8} = \frac{21}{24} = \frac{21 \cdot 2}{24 \cdot 2} = \frac{42}{48} \Rightarrow \frac{41}{48}$ está entre los dos

c) Como tienen el mismo numerador, basta encontrar una fracción con el mismo numerador y el denominador comprendido entre los dos denominadores, por ejemplo $\frac{17}{50}$.

29. Actividad resuelta

30. Reduce a común denominador.

a) $\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{6}$

b) $\frac{3}{10}$ y $\frac{3}{15}$

c) $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{12}$ y $\frac{7}{24}$

a) $3 \cdot 6 = 18 \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{12}{18}$ y $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$

b) $10 \cdot 15 = 150 \Rightarrow \frac{3}{10} = \frac{45}{150}$ y $\frac{3}{15} = \frac{30}{150}$

c) $6 \cdot 12 \cdot 24 = 1728 \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{288}{1728}$; $\frac{5}{12} = \frac{720}{1728}$ y $\frac{7}{24} = \frac{504}{1728}$

31. Reduce a mínimo común denominador y ordena las fracciones de menor a mayor.

a) $\frac{36}{100}$, $\frac{24}{40}$ y $\frac{200}{1000}$

b) $\frac{48}{96}$, $\frac{32}{128}$ y $\frac{117}{234}$

a) Simplificamos primero las fracciones hasta obtener la fracción irreducible correspondiente a cada una:

$$\frac{36}{100} = \frac{9}{25};$$

$$\frac{24}{40} = \frac{3}{5};$$

$$\frac{200}{1000} = \frac{1}{5};$$

$$\text{m.c.m.}(25, 5) = 25 \Rightarrow \frac{36}{100} = \frac{9}{25}; \frac{24}{40} = \frac{3}{5} = \frac{15}{25} \text{ y } \frac{200}{1000} = \frac{1}{5} = \frac{5}{25}$$

$$\frac{5}{25} < \frac{9}{25} < \frac{15}{25} \Rightarrow \frac{200}{1000} < \frac{36}{100} < \frac{24}{40}$$

b) Simplificamos primero las fracciones hasta obtener la fracción irreducible correspondiente a cada una:

$$\frac{48}{96} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{32}{128} = \frac{1}{4};$$

$$\frac{117}{234} = \frac{1}{2}$$

$$\text{m.c.m.}(2, 4) = 4 \Rightarrow \frac{48}{96} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4}; \frac{32}{128} = \frac{1}{4} \text{ y } \frac{117}{234} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{4} < \frac{2}{4} \Rightarrow \frac{32}{128} < \frac{48}{96} = \frac{117}{234}$$

32. Actividad interactiva

33. Calcula y simplifica el resultado cuando sea posible.

a) $\frac{7}{5} + \frac{6}{5}$

b) $\frac{12}{7} - \frac{1}{7}$

c) $\frac{8}{3} - \frac{2}{3} - \frac{4}{3}$

d) $\frac{5}{12} + \frac{5}{12} + \frac{5}{12}$

a) $\frac{7}{5} + \frac{6}{5} = \frac{13}{5}$

b) $\frac{12}{7} - \frac{1}{7} = \frac{11}{7}$

c) $\frac{8}{3} - \frac{2}{3} - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$

d) $\frac{5}{12} + \frac{5}{12} + \frac{5}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$

34. Reduce a común denominador y calcula el resultado.

a) $\frac{16}{15} + \frac{7}{30}$

b) $\frac{7}{8} + \frac{7}{5}$

c) $\frac{3}{12} - \frac{1}{3}$

d) $\frac{4}{30} - \frac{9}{42}$

a) $\frac{16}{15} + \frac{7}{30} = \frac{32}{30} + \frac{7}{30} = \frac{39}{30} = \frac{13}{10}$

c) $\frac{3}{12} - \frac{1}{3} = \frac{3}{12} - \frac{4}{12} = -\frac{1}{12}$

b) $\frac{7}{8} + \frac{7}{5} = \frac{35}{40} + \frac{56}{40} = \frac{91}{40}$

d) $\frac{4}{30} - \frac{9}{42} = \frac{28}{210} - \frac{45}{210} = -\frac{17}{210}$

35. Reduce a común denominador y calcula el resultado.

a) $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8}$

b) $\frac{27}{4} + \frac{31}{10} + \frac{3}{8}$

c) $\frac{7}{48} - \frac{5}{36} + \frac{9}{42}$

d) $\frac{48}{96} + \frac{27}{81} - \frac{40}{48}$

a) $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} = \frac{12}{8} + \frac{6}{8} + \frac{3}{8} = \frac{21}{8}$

c) $\frac{7}{48} - \frac{5}{36} + \frac{9}{42} = \frac{147}{1008} - \frac{140}{1008} + \frac{216}{1008} = \frac{223}{1008}$

b) $\frac{27}{4} + \frac{31}{10} + \frac{3}{8} = \frac{270}{40} + \frac{124}{40} + \frac{15}{40} = \frac{409}{40}$

d) $\frac{48}{96} + \frac{27}{81} - \frac{40}{48} = \frac{1296}{2592} + \frac{864}{2592} - \frac{2160}{2592} = \frac{0}{2592} = 0$

36. Efectúa las operaciones, simplificando los resultados.

a) $1 + \frac{3}{10} - \frac{1}{4}$

d) $\frac{12}{6} - \frac{15}{5} + \frac{35}{7} - \frac{32}{16}$

b) $3 - \frac{3}{5} + \frac{9}{4}$

e) $\frac{5}{6} - 2 - \frac{7}{4} + \frac{7}{20}$

c) $\frac{3}{20} - \frac{4}{5} + \frac{9}{10} - \frac{4}{80}$

f) $27 + \frac{2}{45} - \frac{20}{3} + \frac{13}{10}$

a) $1 + \frac{3}{10} - \frac{1}{4} = \frac{20}{20} + \frac{6}{20} - \frac{5}{20} = \frac{21}{20}$

d) $\frac{12}{6} - \frac{15}{5} + \frac{35}{7} - \frac{32}{16} = 2 - 3 + 5 - 2 = 2$

b) $3 - \frac{3}{5} + \frac{9}{4} = \frac{60}{20} - \frac{12}{20} + \frac{45}{20} = \frac{93}{20}$

e) $\frac{5}{6} - 2 - \frac{7}{4} + \frac{7}{20} = \frac{50}{60} - \frac{120}{60} - \frac{105}{60} + \frac{21}{60} = -\frac{154}{60} = -\frac{77}{30}$

c) $\frac{3}{20} - \frac{4}{5} + \frac{9}{10} - \frac{4}{80} = \frac{12}{80} - \frac{64}{80} + \frac{72}{80} - \frac{4}{80} = \frac{16}{80} = \frac{1}{5}$

f) $27 + \frac{2}{45} - \frac{20}{3} + \frac{13}{10} = \frac{2430}{90} + \frac{4}{90} - \frac{600}{90} + \frac{117}{90} = \frac{1951}{90}$

37. Copia y completa las igualdades:

a) $\frac{1}{2} + \bullet = \frac{7}{10}$

b) $\frac{3}{8} + \frac{\bullet}{4} = \frac{5}{8}$

c) $\frac{4}{\bullet} - \frac{2}{5} = \frac{6}{35}$

d) $\frac{\bullet}{6} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

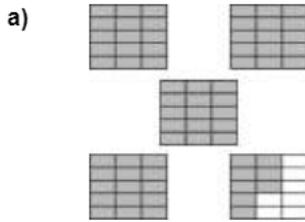
a) $\frac{1}{2} + \bullet = \frac{5}{10} + \frac{2 \cdot \bullet}{10} = \frac{7}{10} \Rightarrow 2 \cdot \bullet = 2 \Rightarrow \bullet = 1$

c) $\frac{4}{\bullet} - \frac{2}{5} = \frac{5 \cdot 4}{5 \cdot \bullet} - \frac{7 \cdot 2}{7 \cdot 5} = \frac{20}{35} - \frac{14}{35} = \frac{6}{35} \Rightarrow 5 \cdot \bullet = 35 \Rightarrow \bullet = 7$

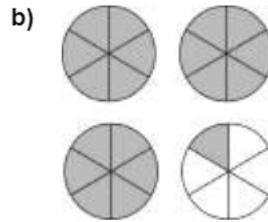
b) $\frac{3}{8} + \frac{\bullet}{4} = \frac{3}{8} + \frac{2 \cdot \bullet}{8} = \frac{5}{8} \Rightarrow 2 \cdot \bullet = 2 \Rightarrow \bullet = 1$

d) $\frac{\bullet}{6} - \frac{1}{3} = \frac{\bullet}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6} \Rightarrow \bullet = 3$

38. Escribe la fracción impropia correspondiente a cada figura y exprésala como la suma de un número entero y una fracción propia.



a) $\frac{68}{15} = 4 + \frac{8}{15}$



b) $\frac{19}{6} = 3 + \frac{1}{6}$

39. Expresa cada fracción como suma de un número entero más una fracción propia.

a) $\frac{25}{6}$

b) $\frac{13}{4}$

c) $\frac{39}{4}$

d) $\frac{140}{25}$

a) $\frac{25}{6} = 4 + \frac{1}{6}$

b) $\frac{13}{4} = 3 + \frac{1}{4}$

c) $\frac{39}{4} = 9 + \frac{3}{4}$

d) $\frac{140}{25} = 5 + \frac{15}{25}$

40. Gabriel dedica $\frac{1}{3}$ del día a dormir, $\frac{1}{4}$ a ir a clase y $\frac{1}{12}$ a hacer sus tareas. ¿Qué fracción del día tiene libre?

a) Elige la operación que resuelve el problema

A $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$

B. $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$

C $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$

b) Calcula el resultado, ¿cuántas horas son?

a) La operación que resuelve el problema es la B porque tiene ocupado $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$ y tiene libre

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \right) = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{12}$$

b) $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \right) = 1 - \left(\frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12} \right) = 1 - \frac{8}{12} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$, que equivalen a $\frac{1}{3}$ del día = $\frac{1}{3} \cdot 24$ horas = 8 horas.

41. Arturo se ha gastado la mitad de su paga el sábado y una quinta parte el domingo.

a) ¿Qué fracción ha gastado? ¿Qué fracción le queda?

b) Si su paga era de 30 €, ¿cuánto tiene todavía?

a) Se ha gastado $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{5}{10} + \frac{2}{10} = \frac{7}{10}$ de su paga. Le quedan $\frac{3}{10}$ de paga.

b) Le quedan $\frac{3}{10}$ de 30 € = $3 \cdot 30 : 10 = 9$ €

42. Las pizzas de La mia pizza cuestan 12 €. Julia se ha comido $1 + \frac{5}{6}$ de pizza. ¿Cuánto tendrá que pagar?

Se ha comido $1 + \frac{5}{6} = \frac{6+5}{6} = \frac{11}{6}$ de pizza, por tanto tendrá que pagar $\frac{11}{6}$ de 12 € = $11 \cdot 12 : 6 = 22$ €

43. Realiza estas multiplicaciones, expresando el resultado en forma de fracción irreducible.

a) $\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{9}$

c) $\frac{8}{27} \cdot \frac{81}{16}$

e) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{8}$

b) $\frac{3}{4} \cdot 7$

d) $8 \cdot \frac{5}{16}$

f) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}$

a) $\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{9} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 9} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 9} = \frac{10}{27}$

d) $8 \cdot \frac{5}{16} = \frac{8}{1} \cdot \frac{5}{16} = \frac{8 \cdot 5}{1 \cdot 16} = \frac{8 \cdot 5}{2 \cdot 8} = \frac{5}{2}$

b) $\frac{3}{4} \cdot 7 = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{1} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 1} = \frac{21}{4}$

e) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{8} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 1}{4 \cdot 6 \cdot 8} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 8} = \frac{5}{64}$

c) $\frac{8}{27} \cdot \frac{81}{16} = \frac{8 \cdot 81}{27 \cdot 16} = \frac{8 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 8} = \frac{3}{2}$

f) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{1}{5}$

44. Calcula.

a) Dos tercios de 600 metros

c) La mitad de la mitad de la mitad

b) La mitad de medio kilogramo

d) Las tres décimas partes de dos tercios

a) $\frac{2}{3} \cdot 600 \text{ m} = \frac{2 \cdot 600}{3} \text{ m} = 400 \text{ m}$

c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ kg} = \frac{1}{4} \text{ kg}$

d) $\frac{3}{10} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 2}{10 \cdot 3} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

45. Escribe la fracción inversa.

a) $\frac{3}{8}$

b) $\frac{6}{5}$

c) $\frac{1}{9}$

d) 12

a) $\frac{8}{3}$

b) $\frac{5}{6}$

c) 9

d) $\frac{1}{12}$

46. Realiza estas divisiones y expresa el resultado como fracción irreducible.

a) $\frac{8}{9} : \frac{4}{9}$

d) $\frac{5}{12} : 10$

b) $\frac{9}{7} : \frac{5}{2}$

e) $\frac{21}{5} : \frac{7}{10}$

c) $8 \div \frac{4}{5}$

f) $\frac{1}{4} : \frac{1}{12}$

a) $\frac{8}{9} : \frac{4}{9} = \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{4} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 9}{9 \cdot 4} = 2$

d) $\frac{5}{12} : 10 = \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{10} = \frac{5}{12 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{1}{24}$

b) $\frac{9}{7} : \frac{5}{2} = \frac{9}{7} \cdot \frac{2}{5} = \frac{18}{35}$

e) $\frac{21}{5} : \frac{7}{10} = \frac{21}{5} \cdot \frac{10}{7} = \frac{7 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2}{5 \cdot 7} = 6$

c) $8 : \frac{4}{5} = 8 \cdot \frac{5}{4} = \frac{8 \cdot 5}{4} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 5}{4} = 10$

f) $\frac{1}{4} : \frac{1}{12} = \frac{1}{4} \cdot 12 = \frac{4 \cdot 3}{4} = 3$

47. Calcula las siguientes potencias.

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^6$

c) $\left(\frac{3}{10}\right)^4$

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$

c) $\left(\frac{3}{10}\right)^4 = \frac{81}{10000}$

48. Completa los términos que faltan.

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{\bullet}{3} = 1$

b) $\frac{5}{8} = 1 : \frac{8}{\bullet}$

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{\bullet}{3} = \frac{3 \cdot \bullet}{4 \cdot 3} = 1 \Rightarrow \bullet = 4$

b) $\frac{5}{8} = 1 : \frac{8}{\bullet} = 1 \cdot \frac{\bullet}{8} = \frac{1 \cdot \bullet}{8} \Rightarrow \bullet = 8$

c) $\frac{2}{3} : \frac{2}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\bullet}{\bullet} = \frac{\bullet}{\bullet}$

d) $\frac{4}{3} : \frac{\bullet}{\bullet} = \frac{8}{27}$

c) $\frac{2}{3} : \frac{2}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\bullet}{\bullet} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 2} = \frac{5}{3}$

d) $\frac{4}{3} : \frac{\bullet}{\bullet} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\bullet}{\bullet} = \frac{4 \cdot \bullet}{3 \cdot \bullet} = \frac{8}{27}$

49. Actividad resuelta.

50. Opera y escribe el resultado como fracción irreducible simplificando antes las fracciones.

a) $\frac{24}{72} : \frac{125}{250}$

b) $\frac{30}{200} : \frac{12}{36}$

a) $\frac{24}{72} : \frac{125}{250} = \frac{1}{3} : \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{30}{200} : \frac{12}{36} = \frac{3}{20} : \frac{1}{3} = \frac{3}{20} \cdot \frac{3}{1} = \frac{9}{20}$

51. Actividad resuelta.

52. Calcula y expresa el resultado en forma de fracción irreducible.

a) $\frac{32}{25} \cdot \frac{100}{21}$

c) $\frac{125}{50} : \frac{35}{14}$

b) $\frac{100}{3} \cdot \frac{81}{75} \cdot \frac{35}{900}$

d) $\frac{45}{77} : \frac{90}{121}$

a) $\frac{32 \cdot 100}{25 \cdot 21} = \frac{32 \cdot \cancel{25} \cdot 4}{\cancel{25} \cdot 21} = \frac{32 \cdot 4}{21} = \frac{128}{21}$

b) $\frac{100}{3} \cdot \frac{81}{75} \cdot \frac{35}{900} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 7 \cdot \cancel{5}}{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 5 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}} = \frac{7}{5}$

c) $\frac{125}{50} : \frac{35}{14} = \frac{125}{50} \cdot \frac{14}{35} = \frac{\cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot 7 \cdot \cancel{2}}{\cancel{5} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{5}} = 1$

d) $\frac{45}{77} : \frac{90}{121} = \frac{45}{77} \cdot \frac{121}{90} = \frac{45 \cdot 121}{77 \cdot 90} = \frac{\cancel{9} \cdot \cancel{9} \cdot 11 \cdot 11}{7 \cdot \cancel{11} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{5}} = \frac{11}{14}$

53. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{5}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}$

c) $\frac{7}{4} - \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6}$

e) $\frac{5}{6} + \frac{1}{3} + \frac{2}{5}$

g) $\frac{7}{4} - \frac{3}{10} \div \frac{5}{6}$

b) $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{5}$

d) $\frac{13}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{11}{4}$

f) $\frac{5}{6} \div \frac{1}{3} + \frac{2}{5}$

h) $\frac{13}{2} - \frac{1}{2} + \frac{11}{4}$

a) $\frac{5}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{5}{6} + \frac{2}{15} = \frac{25}{30} + \frac{4}{30} = \frac{29}{30}$

b) $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{18} + \frac{2}{5} = \frac{25}{90} + \frac{36}{90} = \frac{61}{90}$

c) $\frac{7}{4} - \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6} = \frac{7}{4} - \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{5}}{2 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} = \frac{7}{4} - \frac{1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

d) $\frac{13}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{11}{4} = \frac{13}{2} - \frac{11}{8} = \frac{52}{8} - \frac{11}{8} = \frac{41}{8}$

e) $\frac{5}{6} + \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{6} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{6} + \frac{5}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

f) $\frac{5}{6} \div \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{1} + \frac{2}{5} = \frac{5 \cdot \cancel{3}}{2 \cdot \cancel{2}} + \frac{2}{5} = \frac{5}{2} + \frac{2}{5} = \frac{25}{10} + \frac{4}{10} = \frac{29}{10}$

g) $\frac{7}{4} - \frac{3}{10} \div \frac{5}{6} = \frac{7}{4} - \frac{3}{10} \cdot \frac{6}{5} = \frac{7}{4} - \frac{3 \cdot \cancel{2} \cdot 3}{\cancel{2} \cdot 5 \cdot 5} = \frac{7}{4} - \frac{9}{25} = \frac{175}{100} - \frac{36}{100} = \frac{139}{100}$

h) $\frac{13}{2} - \frac{1}{2} \div \frac{11}{4} = \frac{13}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{11} = \frac{13}{2} - \frac{\cancel{2} \cdot 2}{\cancel{2} \cdot 11} = \frac{13}{2} - \frac{2}{11} = \frac{143}{22} - \frac{4}{22} = \frac{139}{22}$

54. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{19}{6} + \frac{5}{3} \cdot 4$

c) $12 - \frac{3}{10} \cdot 6$

e) $9 + \frac{10}{3} \cdot \frac{5}{6}$

g) $\frac{11}{4} - \frac{3}{10} \div 6$

b) $7 \cdot \frac{1}{3} + \frac{3}{4}$

d) $\frac{23}{2} - \frac{1}{2} \cdot 11$

f) $10 \div \frac{7}{9} + \frac{4}{9}$

h) $\frac{121}{20} - 8 \div \frac{4}{3}$

a) $\frac{19}{6} + \frac{5}{3} \cdot 4 = \frac{19}{6} + \frac{20}{3} = \frac{19}{6} + \frac{40}{6} = \frac{59}{6}$

b) $7 \cdot \frac{1}{3} + \frac{3}{4} = \frac{7}{3} + \frac{3}{4} = \frac{28}{12} + \frac{9}{12} = \frac{37}{12}$

c) $12 - \frac{3}{10} \cdot 6 = 12 - \frac{3 \cdot \cancel{2} \cdot 3}{\cancel{2} \cdot 5} = 12 - \frac{9}{5} = \frac{60}{5} - \frac{9}{5} = \frac{51}{5}$

d) $\frac{23}{2} - \frac{1}{2} \cdot 11 = \frac{23}{2} - \frac{11}{2} = \frac{12}{2} = 6$

e) $9 + \frac{10}{3} \cdot \frac{5}{6} = 9 + \frac{10}{3} \cdot \frac{5}{6} = 9 + \frac{2 \cdot \cancel{5} \cdot 2 \cdot \cancel{5}}{\cancel{3} \cdot \cancel{3}} = 9 + 4 = 13$

f) $10 \div \frac{7}{9} + \frac{4}{9} = 10 \cdot \frac{9}{7} + \frac{4}{9} = \frac{90}{7} + \frac{4}{9} = \frac{810}{63} + \frac{28}{63} = \frac{838}{63}$

g) $\frac{11}{4} - \frac{3}{10} \div 6 = \frac{11}{4} - \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{6} = \frac{11}{4} - \frac{\cancel{3}}{10 \cdot 2 \cdot \cancel{3}} = \frac{11}{4} - \frac{1}{20} = \frac{55}{20} - \frac{1}{20} = \frac{54}{20} = \frac{27}{10}$

h) $\frac{121}{20} - 8 \div \frac{4}{3} = \frac{121}{20} - 8 \cdot \frac{3}{4} = \frac{121}{20} - \frac{2 \cdot \cancel{4} \cdot 3}{\cancel{4}} = \frac{121}{20} - 6 = \frac{121}{20} - \frac{120}{20} = \frac{1}{20}$

55. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} + \frac{3}{2}$

c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{2}$

e) $6 - \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{4} - \frac{1}{20}$

g) $2 \cdot \frac{8}{5} - \frac{16}{3} : 4$

b) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} + \frac{3}{2}$

d) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{2}$

f) $\frac{3}{4} : \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9}$

h) $\frac{1}{2} : 10 - 10 : \frac{1}{2}$

a) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} + \frac{3}{2} = \frac{5}{6} - \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot 5} + \frac{3}{2} = \frac{5}{6} - \frac{3}{10} + \frac{3}{2} = \frac{25}{30} - \frac{9}{30} + \frac{45}{30} = \frac{61}{30}$

b) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} + \frac{3}{2} = \frac{5}{6} - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = \frac{5}{6} - \frac{15}{8} + \frac{3}{2} = \frac{20}{24} - \frac{45}{24} + \frac{36}{24} = \frac{11}{24}$

c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{2} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}}{\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot 5} + \frac{3}{2} = \frac{2}{5} + \frac{3}{2} = \frac{4}{10} + \frac{15}{10} = \frac{19}{10}$

d) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} + \frac{3}{2} = \frac{\cancel{3} \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot \cancel{3}} + \frac{3}{2} = \frac{5}{8} + \frac{3}{2} = \frac{5}{8} + \frac{12}{8} = \frac{17}{8}$

e) $6 - \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{4} - \frac{1}{20} = 6 - \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{5} - \frac{1}{20} = 6 - \frac{3 \cdot \cancel{4}}{2 \cdot \cancel{4} \cdot 5} - \frac{1}{20} = 6 - \frac{3}{10} - \frac{1}{20} = \frac{120}{20} - \frac{6}{20} - \frac{1}{20} = \frac{113}{20}$

f) $\frac{3}{4} : \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} = \frac{15}{8} - \frac{4}{27} = \frac{405}{216} - \frac{32}{216} = \frac{373}{216}$

g) $2 \cdot \frac{8}{5} - \frac{16}{3} : 4 = 2 \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{16}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\cancel{2} \cdot 5}{\cancel{2} \cdot 4} \cdot \frac{4 \cdot \cancel{4}}{3 \cdot \cancel{4}} = \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{15}{12} - \frac{16}{12} = -\frac{1}{12}$

h) $\frac{1}{2} : 10 - 10 : \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} - 10 \cdot 2 = \frac{1}{20} - 20 = \frac{1}{20} - \frac{400}{20} = -\frac{399}{20}$

56. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{10}\right)$

c) $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}\right)$

e) $\left(\frac{8}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) : \frac{5}{4}$

b) $5 + \frac{7}{3} : \left(\frac{4}{3} + 2\right)$

d) $\frac{8}{3} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) : \frac{5}{4}$

f) $\frac{8}{3} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{5}{4}\right)$

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{10}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{6}{10} - \frac{1}{10}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{10} = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{6}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

b) $5 + \frac{7}{3} : \left(\frac{4}{3} + 2\right) = 5 + \frac{7}{3} : \left(\frac{4}{3} + \frac{6}{3}\right) = 5 + \frac{7}{3} : \frac{10}{3} = 5 + \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{10} = 5 + \frac{7 \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot 10} = 5 + \frac{7}{10} = \frac{50}{10} + \frac{7}{10} = \frac{57}{10}$

c) $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}\right) = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\cancel{2} \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 2}\right) = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{8} - \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3}{8} - \frac{2}{4} = \frac{3}{8} - \frac{4}{8} = -\frac{1}{8}$

d) $\frac{8}{3} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) : \frac{5}{4} = \frac{8}{3} - \left(\frac{2}{6} + \frac{3}{6}\right) : \frac{5}{4} = \frac{8}{3} - \frac{5}{6} : \frac{5}{4} = \frac{8}{3} - \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{3} - \frac{\cancel{5} \cdot 4}{\cancel{5} \cdot 3 \cdot \cancel{2}} = \frac{8}{3} - \frac{2}{3} = \frac{6}{3} = 2$

e) $\left(\frac{8}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) : \frac{5}{4} = \left(\frac{16}{6} - \frac{2}{6} + \frac{3}{6}\right) : \frac{5}{4} = \frac{17}{6} : \frac{5}{4} = \frac{17}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{17 \cdot \cancel{2} \cdot 2}{\cancel{2} \cdot 3 \cdot 5} = \frac{34}{15}$

f) $\frac{8}{3} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{5}{4}\right) = \frac{8}{3} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 5}\right) = \frac{8}{3} - \left(\frac{1}{3} + \frac{\cancel{2} \cdot 2}{\cancel{2} \cdot 5}\right) = \frac{8}{3} - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) = \frac{8}{3} - \left(\frac{5}{15} + \frac{6}{15}\right) = \frac{8}{3} - \frac{11}{15} = \frac{40}{15} - \frac{11}{15} = \frac{29}{15}$

57. Actividad resuelta.

58. Calcula y simplifica.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2$

b) $\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{4} : 2\right)^2$

d) $\left(3 - \frac{7}{2}\right)^3 + 2^3$

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{4}{9} - \frac{1}{4} = \frac{16}{36} - \frac{9}{36} = \frac{7}{36}$

b) $\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{4} : 2\right)^2 = \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{8}\right)^2 = \left(\frac{6}{8} - \frac{5}{8}\right)^2 = \left(\frac{1}{8}\right)^2 = \frac{1}{64}$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 2 \cdot \frac{4}{9} = \frac{8}{9}$

d) $\left(3 - \frac{7}{2}\right)^3 + 2^3 = \left(\frac{6}{2} - \frac{7}{2}\right)^3 + 8 = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 8 = -\frac{1}{8} + 8 = -\frac{1}{8} + \frac{64}{8} = \frac{63}{8}$

59. Calcula y simplifica.

a) $\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}\right)^3 : \frac{5}{8}$

c) $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{2}{3^2}$

b) $\left(1 - \frac{1}{3}\right)^3 - \left(1 + \frac{1}{3}\right)^3$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 - \left(3 - \frac{7}{3}\right)^3$

a) $\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}\right)^3 : \frac{5}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 : \frac{5}{8} = \frac{1}{8} : \frac{5}{8} = \frac{1}{8} \cdot \frac{8}{5} = \frac{1 \cdot 8}{8 \cdot 5} = \frac{\cancel{8}}{\cancel{8} \cdot 5} = \frac{1}{5}$

b) $\left(1 - \frac{1}{3}\right)^3 - \left(1 + \frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3}\right)^3 - \left(\frac{3}{3} + \frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 - \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{8}{27} - \frac{64}{27} = -\frac{56}{27}$

c) $\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{2}{3^2} = \left(\frac{2}{2} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{2}{9} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{2}{9} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} - \frac{2}{9} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 9} - \frac{2}{9} = \frac{\cancel{2} \cdot 2}{\cancel{2} \cdot 9} - \frac{2}{9} = \frac{2}{9} - \frac{2}{9} = 0$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 - \left(3 - \frac{7}{3}\right)^3 = \frac{1}{16} - \left(\frac{9}{3} - \frac{7}{3}\right)^3 = \frac{1}{16} - \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{1}{16} - \frac{8}{27} = \frac{27}{432} - \frac{128}{432} = -\frac{101}{432}$

60. Actividad resuelta.

61. Calcula y simplifica.

a) $\frac{5}{6} + \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5} : \frac{4}{11}\right)$

c) $\frac{5}{2} - \frac{7}{4} - \left(5 - \frac{1}{4} \cdot 30 : \frac{5}{6}\right)$

e) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{3}{8} - 2\right)\right] - \frac{6}{7} \cdot \frac{(5-4 \cdot 3)}{3}$

b) $\frac{1}{8} - \left[\frac{5}{6} : \frac{1}{5} \cdot \frac{9}{10} - \left(2 - \frac{7}{5}\right)\right]$

d) $2 - \frac{9}{25} : \left[\frac{3}{5} - \left(\frac{6}{7} - \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{7}{2}\right]^2$

a) $\frac{5}{6} + \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5} : \frac{4}{11}\right) = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{11}{20}\right) = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{15}{20} - \frac{11}{20}\right) = \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{20} = \frac{5}{6} + \frac{2}{60} = \frac{50}{60} + \frac{2}{60} = \frac{52}{60} = \frac{13}{15}$

b) $\frac{1}{8} - \left[\frac{5}{6} : \frac{1}{5} \cdot \frac{9}{10} - \left(2 - \frac{7}{5}\right)\right] = \frac{1}{8} - \left[\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} - \left(\frac{10}{5} - \frac{7}{5}\right)\right] = \frac{1}{8} - \left[\frac{15}{4} - \frac{3}{5}\right] = \frac{1}{8} - \left[\frac{75}{20} - \frac{12}{20}\right] = \frac{1}{8} - \frac{63}{20} = \frac{5}{40} - \frac{126}{40} = -\frac{121}{40}$

c) $\frac{5}{2} - \frac{7}{4} - \left(5 - \frac{1}{4} \cdot 30 : \frac{5}{6}\right) = \frac{10}{4} - \frac{7}{4} - \left(5 - \frac{1}{4} \cdot \frac{30}{1} \cdot \frac{6}{5}\right) = \frac{3}{4} - (5-9) = \frac{3}{4} + 4 = \frac{3}{4} + \frac{16}{4} = \frac{19}{4}$

d) $2 - \frac{9}{25} : \left[\frac{3}{5} - \left(\frac{6}{7} - \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{7}{2}\right]^2 = 2 - \frac{9}{25} : \left[\frac{3}{5} - \left(\frac{30}{35} - \frac{28}{35}\right) \cdot \frac{7}{2}\right]^2 = 2 - \frac{9}{25} : \left[\frac{3}{5} - \frac{2}{35} \cdot \frac{7}{2}\right]^2 = 2 - \frac{9}{25} : \left[\frac{3}{5} - \frac{1}{5}\right]^2 = 2 - \frac{9}{25} : \left[\frac{2}{5}\right]^2 = 2 - \frac{9}{25} : \frac{4}{25} = 2 - \frac{9}{25} \cdot \frac{25}{4} = 2 - \frac{9}{4} = \frac{8}{4} - \frac{9}{4} = -\frac{1}{4}$

e) $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{3}{8} - 2\right)\right] - \frac{6}{7} \cdot \frac{(5-4 \cdot 3)}{3} = \left[\frac{1}{8} : \left(\frac{3}{8} - \frac{16}{8}\right)\right] - \frac{6}{7} \cdot \frac{(5-12)}{3} = \left[\frac{1}{8} : \left(-\frac{13}{8}\right)\right] - \frac{6}{7} \cdot \left(-\frac{7}{3}\right) = \left[\frac{1}{8} \cdot \left(-\frac{8}{13}\right)\right] + 2 = -\frac{1}{13} + 2 = -\frac{1}{13} + \frac{26}{13} = \frac{25}{13}$

62. Actividad interactiva.

63. Un pueblo tiene 3600 habitantes. Las dos terceras partes de sus habitantes son españoles, $\frac{1}{9}$ son de otros países europeos, $\frac{1}{9}$ son de origen africano y el resto son americanos.

a) ¿Qué fracción del total representan los habitantes americanos?

b) ¿Cuántos habitantes hay de cada continente?

a) $1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}\right) = 1 - \left(\frac{6}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}\right) = 1 - \frac{8}{9} = \frac{9}{9} - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$; Los americanos representan $\frac{1}{9}$ de los habitantes.

b) Españoles: $\frac{2}{3}$ de 3600 = 2400; otros países europeos: $\frac{1}{9}$ de 3600 = 400; africanos: $\frac{1}{9}$ de 3600 = 400; americanos: $\frac{1}{9}$ de 3600 = 400

64. Lucía pasa 8 horas diarias durmiendo, 2 horas comiendo y 6 horas en el colegio. ¿Qué fracción del día dedica a cada tarea? ¿Qué fracción le queda?

Durmiendo: $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$; comiendo: $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$; colegio: $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$;

le queda: $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4}\right) = 1 - \left(\frac{4}{12} + \frac{1}{12} + \frac{3}{12}\right) = 1 - \frac{8}{12} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ de su tiempo

69. Roberto ha hecho un viaje en varias etapas. El primer día ha cubierto $\frac{3}{10}$ del recorrido; el segundo día ha hecho $\frac{1}{4}$ del camino; el tercer día, $\frac{1}{5}$ del camino, y todavía le faltan 100 kilómetros para llegar a su destino. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido al terminar?

Ha recorrido $\frac{3}{10} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{6}{20} + \frac{5}{20} + \frac{4}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ del camino. Le queda $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ del camino.

Como $\frac{1}{4}$ del camino son 100 km, el camino completo serán 400 km.

70. Pilar está leyendo un libro. El primer día leyó $\frac{2}{7}$ del libro; el segundo, la mitad de lo que le quedaba, y el tercero, $\frac{3}{5}$ del resto. Le faltan 70 páginas por leer. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

1^{er} día: leyó $\frac{2}{7}$ del libro; le queda $1 - \frac{2}{7} = \frac{7}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$ del libro.

2^o día: leyó $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{7} = \frac{5}{14}$ del libro; le queda $\frac{5}{7} - \frac{5}{14} = \frac{10}{14} - \frac{5}{14} = \frac{5}{14}$ del libro.

3^{er} día: leyó $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{14} = \frac{3}{14}$ del libro; le queda $\frac{5}{14} - \frac{3}{14} = \frac{2}{14}$ del libro.

Como $\frac{2}{14}$ del libro son 70 páginas, entonces el libro completo tiene 490 páginas.

71. Cuatro amigos han comprado tres pizzas para compartir. Cada uno ha ido anotando las fracciones de pizza que se ha comido, para saber al final cuánto tienen que pagar.

Jesús: $\frac{13}{16}$

Rosa: $\frac{3}{4}$

Javier: $\frac{9}{16}$

Andrea: $\frac{5}{8}$

- a) ¿Cuánta pizza han comido entre todos?
 b) Si todos hubieran comido lo mismo, ¿qué fracción hubiera consumido cada uno?
 c) Deciden pagar la pizza según las porciones que han comido. ¿Qué fracción debería pagar cada uno?

a) $\frac{13}{16} + \frac{3}{4} + \frac{9}{16} + \frac{5}{8} = \frac{13}{16} + \frac{12}{16} + \frac{9}{16} + \frac{10}{16} = \frac{44}{16} = \frac{11}{4} = 2 + \frac{3}{4}$

Entre los cuatro se han comido 2 pizzas y $\frac{3}{4}$ de la tercera.

b) $\frac{11}{4} \div 4 = \frac{11}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{11}{16}$; Si todos hubieran comido lo mismo, cada uno habría comido $\frac{11}{16}$ de pizza.

- c) Para pagar según las porciones que ha comido cada uno, deben dividir el precio en 44 partes iguales y Jesús tiene que pagar 13 de esas partes, Rosa 12, Javier 9 y Andrea 10.

72. Escribe en tu cuaderno la fracción correspondiente a cada enunciado.

- a) La botella contiene tres cuartos de litro.
 b) Ha trabajado dos horas y tres cuartos.
 c) Nueve de cada diez dentistas recomiendan este cepillo.
 d) Ha escrito cinco páginas de un trabajo de 30.

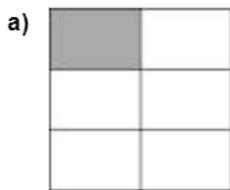
a) $\frac{3}{4}$ de litro

b) $2 + \frac{3}{4}$ de hora = $\frac{11}{4}$ de hora

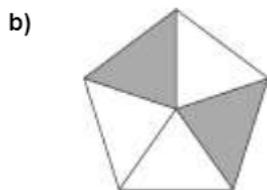
c) $\frac{9}{10}$

d) $\frac{5}{30}$

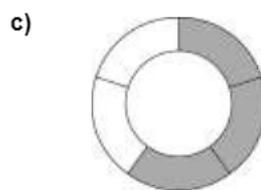
73. Escribe la fracción correspondiente a la parte coloreada.



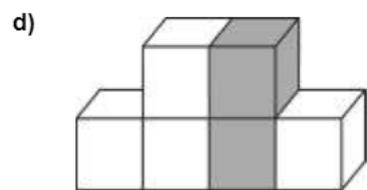
a) $\frac{1}{6}$



b) $\frac{2}{5}$



c) $\frac{3}{5}$



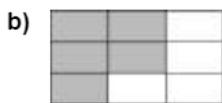
d) $\frac{2}{6}$

74. Representa gráficamente las fracciones.

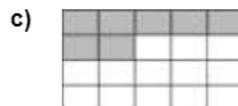
a) $\frac{4}{7}$



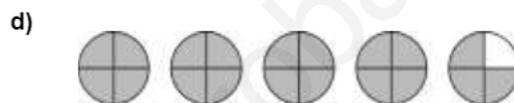
b) $\frac{5}{9}$



c) $\frac{7}{20}$



d) $\frac{19}{4}$



75. Actividad resuelta.

76. Comprueba si estas fracciones son equivalentes.

a) $\frac{7}{12}$ y $\frac{15}{11}$

b) $\frac{12}{30}$ y $\frac{30}{75}$

c) $\frac{24}{64}$ y $\frac{60}{160}$

d) $\frac{65}{32}$ y $\frac{194}{96}$

a) No son equivalentes porque sus productos cruzados no coinciden: $7 \cdot 11 = 77$ y $12 \cdot 15 = 180$

b) Son equivalentes porque sus productos cruzados coinciden: $12 \cdot 75 = 900$ y $30 \cdot 30 = 900$

c) Son equivalentes porque sus productos cruzados coinciden: $24 \cdot 160 = 3840$ y $64 \cdot 60 = 3840$

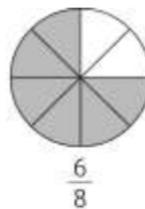
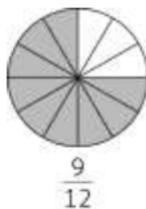
d) No son equivalentes porque sus productos cruzados no coinciden: $65 \cdot 96 = 6240$ y $32 \cdot 194 = 6208$

77. Representa las siguientes fracciones e indica si son equivalentes a partir de su gráfica.

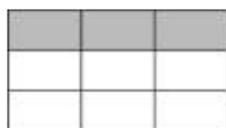
a) $\frac{9}{12}$ y $\frac{6}{8}$

b) $\frac{3}{9}$, $\frac{7}{18}$ y $\frac{9}{27}$

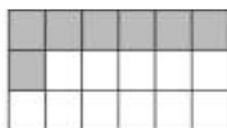
a) $\frac{9}{12}$ y $\frac{6}{8}$ son equivalentes porque representan la misma fracción del círculo.



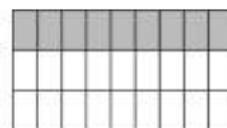
b) $\frac{3}{9}$ y $\frac{9}{27}$ son equivalentes porque representan la misma fracción del círculo, pero $\frac{7}{18}$ es un poco más grande.



$\frac{3}{9}$



$\frac{7}{18}$



$\frac{9}{27}$

78. Escribe tres fracciones equivalentes a cada una de las siguientes por amplificación.

a) $\frac{4}{5}$

b) $\frac{1}{9}$

c) $\frac{7}{3}$

d) $\frac{-6}{5}$

a) $\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{16}{20} = \dots$

c) $\frac{7}{3} = \frac{14}{6} = \frac{21}{9} = \frac{28}{12} = \dots$

b) $\frac{1}{9} = \frac{2}{18} = \frac{3}{27} = \frac{4}{36} = \dots$

d) $\frac{-6}{5} = \frac{-12}{10} = \frac{-18}{15} = \frac{-24}{20} = \dots$

79. Escribe tres fracciones equivalentes a cada una de las siguientes por simplificación.

a) $\frac{400}{500}$

b) $\frac{30}{42}$

c) $\frac{140}{42}$

d) $\frac{66}{99}$

a) $\frac{400}{500} = \frac{200}{250} = \frac{100}{125} = \frac{20}{25} = \dots$

b) $\frac{30}{42} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$; no se pueden encontrar más por simplificación

c) $\frac{140}{42} = \frac{70}{21} = \frac{10}{3}$; no se pueden encontrar más por simplificación.

d) $\frac{66}{99} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$; no se pueden encontrar más por simplificación.

80. Actividad resuelta.

81. Simplifica las siguientes fracciones hasta conseguir una fracción irreducible.

a) $\frac{80}{124}$

b) $\frac{88}{242}$

c) $-\frac{3600}{540}$

d) $\frac{162}{216}$

a) $\frac{80}{124} = \frac{10}{15.5}$

b) $\frac{88}{242} = \frac{4}{11}$

c) $-\frac{3600}{540} = -\frac{20}{3}$

d) $\frac{162}{216} = \frac{3}{4}$

82. Halla la fracción equivalente en cada caso, que cumpla la condición dada.

a) Equivalente a $\frac{3}{4}$, con denominador 80

c) Equivalente a $\frac{15}{90}$, con numerador 90

b) Equivalente a $\frac{16}{40}$, con denominador 60

d) Equivalente a $\frac{3}{4}$, con numerador 75

a) $\frac{3}{4} = \frac{60}{80}$

b) $\frac{16}{40} = \frac{24}{60}$

c) $\frac{15}{90} = \frac{90}{540}$

d) $\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$

83. Reduce al denominador común que se indica.

a) $\frac{1}{5}$ y $\frac{7}{30}$, con denominador 60

b) $\frac{23}{15}$ y $\frac{16}{30}$, con denominador 150

c) $\frac{40}{96}$ y $\frac{35}{16}$, con denominador 192

a) $\frac{1}{5} = \frac{12}{60}$; $\frac{7}{30} = \frac{14}{60}$

b) $\frac{23}{15} = \frac{230}{150}$; $\frac{16}{30} = \frac{80}{150}$

c) $\frac{40}{96} = \frac{80}{192}$; $\frac{35}{16} = \frac{420}{192}$

84. Reduce a mínimo común denominador los siguientes pares de fracciones.

- a) $\frac{5}{6}$ y $\frac{4}{5}$ b) $\frac{7}{9}$ y $\frac{2}{18}$ c) $\frac{11}{24}$ y $\frac{5}{36}$ d) $\frac{12}{25}$ y $\frac{-4}{15}$
- a) m.c.m.(6, 5) = 30 $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$ $\frac{4}{5} = \frac{24}{30}$
- b) m.c.m.(9, 18) = 18 $\frac{7}{9} = \frac{14}{18}$ $\frac{2}{18}$
- c) m.c.m.(24, 36) = 72 $\frac{11}{24} = \frac{33}{72}$ $\frac{5}{36} = \frac{10}{72}$
- d) m.c.m.(25, 15) = 75 $\frac{12}{25} = \frac{36}{75}$ $\frac{-4}{15} = \frac{-20}{75}$

85. Reduce a mínimo común denominador estas fracciones.

- a) $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{4}$ y $\frac{7}{8}$ c) $\frac{-33}{20}$, $\frac{23}{15}$ y $\frac{-13}{12}$
- b) $\frac{11}{8}$, $\frac{17}{6}$ y $\frac{13}{48}$ d) $\frac{19}{24}$, $\frac{61}{56}$ y $\frac{17}{18}$
- a) m.c.m.(2, 4, 8) = 8 $\frac{3}{2} = \frac{12}{8}$ $\frac{5}{4} = \frac{10}{8}$ $\frac{7}{8}$
- b) m.c.m.(6, 8, 48) = 48 $\frac{11}{8} = \frac{66}{48}$ $\frac{17}{6} = \frac{136}{48}$ $\frac{13}{48}$
- c) m.c.m.(20, 15, 12) = 60 $\frac{-33}{20} = \frac{-99}{60}$ $\frac{23}{15} = \frac{92}{60}$ $\frac{-13}{12} = \frac{-65}{60}$
- d) m.c.m.(24, 56, 18) = 504 $\frac{19}{24} = \frac{399}{504}$ $\frac{61}{56} = \frac{549}{504}$ $\frac{17}{18} = \frac{476}{504}$

86. Sin hacer operaciones, ordena las fracciones de menor a mayor.

- a) $\frac{3}{16}$ y $\frac{1}{16}$ b) $\frac{24}{35}$, $\frac{22}{35}$, $\frac{17}{36}$ y $\frac{29}{35}$ c) $\frac{12}{5}$ y $\frac{12}{7}$ d) $\frac{32}{9}$, $\frac{32}{29}$ y $\frac{32}{49}$
- a) $\frac{1}{16} < \frac{3}{16}$ b) $\frac{22}{35} < \frac{24}{35} < \frac{29}{35}$ c) $\frac{12}{7} < \frac{12}{5}$ d) $\frac{32}{49} < \frac{32}{29} < \frac{32}{9}$

87. Reduce a común denominador y ordena.

- a) $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$ y $\frac{1}{8}$ c) $\frac{32}{25}$, $\frac{16}{15}$ y $\frac{3}{4}$
- b) $\frac{7}{12}$, $\frac{12}{28}$ y $\frac{11}{20}$ d) $\frac{27}{48}$, $\frac{17}{36}$ y $\frac{47}{60}$
- a) m.c.m.(4, 5, 8) = 40 $\frac{1}{4} = \frac{10}{40}$ $\frac{2}{5} = \frac{16}{40}$ $\frac{1}{8} = \frac{5}{40}$ $\frac{5}{40} < \frac{10}{40} < \frac{16}{40} \Rightarrow \frac{1}{8} < \frac{1}{4} < \frac{2}{5}$
- b) m.c.m.(12, 28, 20) = 420 $\frac{7}{12} = \frac{245}{420}$ $\frac{12}{28} = \frac{180}{420}$ $\frac{11}{20} = \frac{231}{420}$ $\frac{180}{420} < \frac{231}{420} < \frac{245}{420} \Rightarrow \frac{12}{28} < \frac{11}{20} < \frac{7}{12}$
- c) m.c.m.(25, 15, 4) = 300 $\frac{32}{25} = \frac{384}{300}$ $\frac{16}{15} = \frac{320}{300}$ $\frac{3}{4} = \frac{225}{300}$ $\frac{225}{300} < \frac{320}{300} < \frac{384}{300} \Rightarrow \frac{3}{4} < \frac{16}{15} < \frac{32}{25}$
- d) m.c.m.(48, 36, 60) = 720 $\frac{27}{48} = \frac{405}{720}$ $\frac{17}{36} = \frac{340}{720}$ $\frac{47}{60} = \frac{564}{720}$ $\frac{340}{720} < \frac{405}{720} < \frac{564}{720} \Rightarrow \frac{17}{36} < \frac{27}{48} < \frac{47}{60}$

88. Completa en tu cuaderno para que se cumplan las desigualdades.

a) $\frac{5}{7} < \frac{\bullet}{3}$

b) $\frac{\bullet}{2} > \frac{3}{8}$

a) $\frac{5}{7} < \frac{\bullet}{3} \Rightarrow \frac{15}{21} < \frac{7 \cdot \bullet}{21} \Rightarrow 15 < 7 \cdot \bullet \Rightarrow \bullet \geq 3$

b) $\frac{\bullet}{2} > \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{4 \cdot \bullet}{8} > \frac{3}{8} \Rightarrow 4 \cdot \bullet > 3 \Rightarrow \bullet > 1$

89. Escribe dos fracciones comprendidas entre las siguientes.

a) $\frac{19}{12}$ y $\frac{23}{12}$

c) $\frac{11}{12}$ y $\frac{14}{15}$

e) $\frac{-20}{21}$ y $\frac{-3}{7}$

b) $\frac{4}{9}$ y $\frac{4}{7}$

d) $\frac{5}{12}$ y $\frac{1}{2}$

f) 4 y $4\frac{1}{9}$

a) Cualquier fracción con denominador 12 y numerador comprendido entre 19 y 23: $\frac{19}{12} < \frac{20}{12} < \frac{21}{12} < \frac{22}{12} < \frac{23}{12}$

b) Como tienen el mismo numerador: $\frac{4}{9} < \frac{4}{8} < \frac{4}{7}$

c) Reducimos a mínimo común denominador: m.c.m.(12, 15) = 60; $\frac{11}{12} = \frac{55}{60}$; $\frac{14}{15} = \frac{56}{60}$;
Como los numeradores son enteros correlativos, amplificamos: $\frac{11}{12} = \frac{55}{60} = \frac{110}{120}$; $\frac{14}{15} = \frac{56}{60} = \frac{112}{120}$

La fracción $\frac{111}{120}$ está comprendida entre las dos: $\frac{110}{120} < \frac{111}{120} < \frac{112}{120} \Rightarrow \frac{11}{12} < \frac{111}{120} < \frac{14}{15}$

d) Reducimos a mínimo común denominador: m.c.m.(12, 2) = 12; $\frac{5}{12}$; $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$;

Como los numeradores son enteros correlativos, amplificamos: $\frac{5}{12} = \frac{10}{24}$; $\frac{1}{2} = \frac{6}{12} = \frac{12}{24}$

La fracción $\frac{11}{24}$ está comprendida entre las dos: $\frac{10}{24} < \frac{11}{24} < \frac{12}{24} \Rightarrow \frac{5}{12} < \frac{11}{24} < \frac{1}{2}$

e) Reducimos a mínimo común denominador: m.c.m.(21, 7) = 21; $\frac{-20}{21}$; $\frac{-3}{7} = \frac{-9}{21}$

Cualquier fracción con denominador 21 y numerador comprendido entre -20 y -9:

$$\frac{-20}{21} < \frac{-19}{21} < \frac{-18}{21} < \dots < \frac{-9}{21} \Rightarrow \frac{-20}{21} < \frac{-19}{21} < \frac{-18}{21} < \dots < \frac{-3}{7}$$

f) Cualquier número mixto con fracción propia menor que $\frac{1}{9}$: $4\frac{1}{10}$; $4\frac{1}{11}$; $4\frac{1}{12}$; $4\frac{1}{13}$; ...

$$4 < \dots < 4\frac{1}{13} < 4\frac{1}{12} < 4\frac{1}{11} < 4\frac{1}{10} < 4\frac{1}{9}$$

90. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{3}{8} + \frac{7}{8} + \frac{15}{8}$

c) $\frac{13}{45} - \frac{7}{20}$

e) $\frac{25}{12} - \frac{5}{6} + \frac{17}{18}$

b) $\frac{32}{27} - \frac{4}{27} + \frac{1}{27} - \frac{11}{27}$

d) $\frac{13}{4} + \frac{5}{12} + \frac{7}{24}$

f) $\frac{37}{200} - \frac{29}{100} + \frac{49}{50}$

a) $\frac{3}{8} + \frac{7}{8} + \frac{15}{8} = \frac{25}{8}$

d) $\frac{13}{4} + \frac{5}{12} + \frac{7}{24} = \frac{78}{24} + \frac{10}{24} + \frac{7}{24} = \frac{95}{24}$

b) $\frac{32}{27} - \frac{4}{27} + \frac{1}{27} - \frac{11}{27} = \frac{18}{27} = \frac{2}{3}$

e) $\frac{25}{12} - \frac{5}{6} + \frac{17}{18} = \frac{75}{36} - \frac{30}{36} + \frac{34}{36} = \frac{79}{36}$

c) $\frac{13}{45} - \frac{7}{20} = \frac{52}{180} - \frac{63}{180} = -\frac{11}{180}$

f) $\frac{37}{200} - \frac{29}{100} + \frac{49}{50} = \frac{37}{200} - \frac{58}{200} + \frac{196}{200} = \frac{175}{200} = \frac{7}{8}$

91. Calcula.

a) $12 - \frac{27}{16} + \frac{43}{12}$

c) $5 - \frac{27}{8} + 4 + \frac{1}{6}$

b) $2 + \frac{1}{3} - 3 + \frac{3}{4} + 7 + \frac{5}{6}$

d) $\frac{19}{5} - \frac{33}{10} + 2 - 2 + \frac{1}{6}$

a) $12 - \frac{27}{16} + \frac{43}{12} = \frac{576}{48} - \frac{81}{48} + \frac{172}{48} = \frac{667}{48}$

b) $2 + \frac{1}{3} - 3 + \frac{3}{4} + 7 + \frac{5}{6} = \frac{24}{12} + \frac{4}{12} - \frac{36}{12} + \frac{9}{12} + \frac{84}{12} + \frac{10}{12} = \frac{95}{12}$

c) $5 - \frac{27}{8} + 4 + \frac{1}{6} = 5 - \frac{27}{8} + \frac{24}{6} + \frac{1}{6} = \frac{120}{24} - \frac{81}{24} + \frac{100}{24} = \frac{139}{24}$

d) $\frac{19}{5} - \frac{33}{10} + 2 - 2 + \frac{1}{6} = \frac{19}{5} - \frac{33}{10} + \frac{1}{6} = \frac{114}{30} - \frac{99}{30} + \frac{5}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

92. Resuelve.

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{27}$

c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{9}$

e) $\frac{23}{4} \cdot 30$

b) $\frac{5}{4} \cdot \frac{9}{4}$

d) $\frac{24}{35} \cdot \frac{50}{21} \cdot \frac{3}{16}$

f) $\frac{2}{5} \cdot \left(3 + \frac{3}{4}\right)$

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{27} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{4}}{\cancel{3} \cdot 9 \cdot \cancel{4}} = \frac{1}{9}$

d) $\frac{24}{35} \cdot \frac{50}{21} \cdot \frac{3}{16} = \frac{\cancel{24} \cdot \cancel{50} \cdot 3}{\cancel{7} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{3} \cdot 7 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}} = \frac{15}{49}$

b) $\frac{5}{4} \cdot \frac{9}{4} = \frac{45}{16}$

e) $\frac{23}{4} \cdot 30 = \frac{23}{4} \cdot \frac{30}{1} = \frac{23 \cdot 15 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{23 \cdot 15}{2} = \frac{345}{2}$

c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{9} = \frac{2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{7}}{9 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{7}} = \frac{2}{9}$

f) $\frac{2}{5} \cdot \left(3 + \frac{3}{4}\right) = \frac{2}{5} \cdot \frac{15}{4} = \frac{2 \cdot 15}{5 \cdot 4} = \frac{\cancel{2} \cdot 3 \cdot \cancel{5}}{\cancel{5} \cdot 2 \cdot \cancel{2}} = \frac{3}{2}$

93. Escribe la fracción inversa.

a) $\frac{22}{5}$

c) $\frac{1}{23}$

e) 1

b) $\frac{13}{16}$

d) 30

f) 0

a) $\frac{5}{22}$

c) 23

e) 1

b) $\frac{16}{13}$

d) $\frac{1}{30}$

f) No tiene inversa

94. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{8}{5} \div \frac{16}{5}$

b) $\frac{5}{4} \div \frac{5}{12}$

c) $\frac{15}{7} \div 30$

d) $12 \div \frac{4}{9}$

a) $\frac{8}{5} \div \frac{16}{5} = \frac{8}{5} \cdot \frac{5}{16} = \frac{8 \cdot 5}{5 \cdot 2 \cdot 8} = \frac{1}{2}$

c) $\frac{15}{7} \div 30 = \frac{15}{7} \cdot \frac{1}{30} = \frac{15 \cdot 1}{7 \cdot 15 \cdot 2} = \frac{1}{14}$

b) $\frac{5}{4} \div \frac{5}{12} = \frac{5}{4} \cdot \frac{12}{5} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{4 \cdot 5} = 3$

d) $12 \div \frac{4}{9} = 12 \cdot \frac{9}{4} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 9}{4} = 27$

95. Calcula las siguientes potencias.

a) $\left(\frac{3}{7}\right)^2$

c) $\left(\frac{1}{10}\right)^6$

b) $\left(\frac{1}{4}\right)^4$

d) $\left(\frac{3}{2}\right)^4$

a) $\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{3^2}{7^2} = \frac{9}{49}$

c) $\left(\frac{1}{10}\right)^6 = \frac{1}{10^6} = \frac{1}{1000000}$

b) $\left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{4^4} = \frac{1}{256}$

d) $\left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$

96. Realiza las siguientes operaciones combinadas.

a) $\frac{3}{8} - \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{5}$

d) $3 - \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{9} - 2 : \frac{3}{5}$

e) $\frac{25}{18} - \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \frac{12}{5}$

b) $\frac{5}{12} - \frac{7}{20} + \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{10}$

e) $\frac{25}{18} - \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \frac{12}{5}$

c) $\frac{12}{25} : \frac{6}{15} \cdot \frac{9}{2}$

f) $6 : \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{5} + \frac{9}{5}$

a) $\frac{3}{8} - \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{8} - \frac{4}{40} = \frac{15}{40} - \frac{4}{40} = \frac{11}{40}$

b) $\frac{5}{12} - \frac{7}{20} + \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{10} = \frac{5}{12} - \frac{7}{20} + \frac{5}{40} = \frac{50}{120} - \frac{42}{120} + \frac{15}{120} = \frac{23}{120}$

c) $\frac{12}{25} : \frac{6}{15} \cdot \frac{9}{2} = \frac{12}{25} \cdot \frac{15}{6} \cdot \frac{9}{2} = \frac{12 \cdot 15 \cdot 9}{25 \cdot 6 \cdot 2} = \frac{\cancel{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 9}{5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cancel{2}} = \frac{27}{5}$

d) $3 - \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{9} - 2 : \frac{3}{5} = 3 - \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} - 2 \cdot \frac{5}{3} = 3 - \frac{1}{6} - \frac{10}{3} = \frac{18}{6} - \frac{1}{6} - \frac{20}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$

e) $\frac{25}{18} - \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \frac{12}{5} = \frac{25}{18} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{1} \cdot \frac{12}{5} = \frac{25}{18} - \frac{1}{5} = \frac{125}{90} - \frac{18}{90} = \frac{107}{90}$

f) $6 : \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{5} + \frac{9}{5} = \frac{6}{1} \cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{5} + \frac{9}{5} = 8 - \frac{5}{24} + \frac{9}{5} = \frac{960}{120} - \frac{25}{120} + \frac{216}{120} = \frac{1151}{120}$

97. Actividad resuelta.

98. Realiza las siguientes operaciones.

$$a) \frac{5}{16} - \frac{1}{16} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4} \cdot 6 \right)$$

$$e) \frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} : \left(6 - \frac{7}{4} : 2 \right) - \frac{1}{41}$$

$$b) 3 + \frac{1}{4} : \left(3 + \frac{1}{4} : \frac{5}{8} \right)$$

$$f) 3 \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{7}{6} - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9} \right)$$

$$c) \frac{4}{3} - \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{6} \right)^2$$

$$g) \frac{35}{12} - \frac{7}{4} \cdot \left(6 - \frac{4}{3} : 32 \right) + \frac{12}{25}$$

$$d) \left(\frac{2}{5} \right)^2 - \frac{18}{5} \cdot \left(\frac{4}{3} + 7 \right)$$

$$h) 2 - \left(\frac{2}{5} \right)^3 \cdot \frac{50}{3} + 4 \cdot \left(\frac{7}{8} - 1 \right)$$

$$a) \frac{5}{16} - \frac{1}{16} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4} \cdot 6 \right) = \frac{5}{16} - \frac{1}{16} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{9}{2} \right) = \frac{5}{16} - \frac{1}{16} \cdot \left(\frac{8}{10} - \frac{45}{10} \right) = \frac{5}{16} - \frac{1}{16} \cdot \left(-\frac{37}{10} \right) = \frac{5}{16} + \frac{37}{160} = \frac{50}{160} + \frac{37}{160} = \frac{87}{160}$$

$$b) 3 + \frac{1}{4} : \left(3 + \frac{1}{4} : \frac{5}{8} \right) = 3 + \frac{1}{4} : \left(3 + \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{5} \right) = 3 + \frac{1}{4} : \left(3 + \frac{2}{5} \right) = 3 + \frac{1}{4} : \left(\frac{15}{5} + \frac{2}{5} \right) = 3 + \frac{1}{4} : \frac{17}{5} = 3 + \frac{5}{68} = \frac{204}{68} + \frac{5}{68} = \frac{209}{68}$$

$$c) \frac{4}{3} - \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{6} \right)^2 = \frac{4}{3} - \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{9}{12} - \frac{2}{12} \right)^2 = \frac{4}{3} - \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{7}{12} \right)^2 = \frac{4}{3} - \frac{1}{5} \cdot \frac{49}{144} = \frac{4}{3} - \frac{49}{720} = \frac{960}{720} - \frac{49}{720} = \frac{911}{720}$$

$$d) \left(\frac{2}{5} \right)^2 - \frac{18}{5} \cdot \left(\frac{4}{3} + 7 \right) = \frac{4}{25} - \frac{18}{5} \cdot \left(\frac{4}{3} + \frac{21}{3} \right) = \frac{4}{25} - \frac{18}{5} \cdot \frac{25}{3} = \frac{4}{25} - \frac{90}{5} = \frac{4}{25} - 30 = \frac{4}{25} - \frac{750}{25} = -\frac{746}{25}$$

$$e) \frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} : \left(6 - \frac{7}{4} : 2 \right) - \frac{1}{41} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} : \left(6 - \frac{7}{8} \right) - \frac{1}{41} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} : \left(\frac{48}{8} - \frac{7}{8} \right) - \frac{1}{41} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} : \frac{41}{8} - \frac{1}{41} = \frac{1}{2} + \frac{1}{41} - \frac{1}{41} = \frac{1}{2}$$

$$f) 3 \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{7}{6} - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9} \right) = 3 \cdot \left(\frac{12}{15} - \frac{5}{15} \right) - \left(\frac{7}{6} - \frac{5}{12} \right) = 3 \cdot \frac{7}{15} - \left(\frac{14}{12} - \frac{5}{12} \right) = \frac{7}{5} - \frac{9}{12} = \frac{84}{60} - \frac{45}{60} = \frac{39}{60} = \frac{13}{20}$$

$$g) \frac{35}{12} - \frac{7}{4} \cdot \left(6 - \frac{4}{3} : 32 \right) + \frac{12}{25} = \frac{35}{12} - \frac{7}{4} \cdot \left(6 - \frac{1}{24} \right) + \frac{12}{25} = \frac{35}{12} - \frac{7}{4} \cdot \frac{143}{24} + \frac{12}{25} = \frac{35}{12} - \frac{1001}{96} + \frac{12}{25} = \frac{7000}{2400} - \frac{25025}{2400} + \frac{1152}{2400} = -\frac{16873}{2400}$$

$$h) 2 - \left(\frac{2}{5} \right)^3 \cdot \frac{50}{3} + 4 \cdot \left(\frac{7}{8} - 1 \right) = 2 - \frac{8}{125} \cdot \frac{50}{3} + 4 \cdot \left(\frac{7}{8} - \frac{8}{8} \right) = 2 - \frac{16}{15} + 4 \cdot \left(-\frac{1}{8} \right) = 2 - \frac{16}{15} - \frac{1}{2} = \frac{60}{30} - \frac{32}{30} - \frac{15}{30} = \frac{13}{30}$$

99. Actividad resuelta.

100. Resuelve.

$$a) \frac{\frac{5}{8} - \frac{1}{8} \cdot \frac{6}{5}}{\frac{9}{10} - \frac{5}{8}}$$

$$b) \frac{3 - 2 \cdot \left(\frac{17}{12} - \frac{5}{16} \right)}{\frac{2}{3} : 16}$$

$$a) \frac{\frac{5}{8} - \frac{1}{8} \cdot \frac{6}{5}}{\frac{9}{10} - \frac{5}{8}} = \frac{\frac{5}{8} - \frac{3}{20}}{\frac{36}{40} - \frac{25}{40}} = \frac{\frac{25}{40} - \frac{6}{40}}{\frac{11}{40}} = \frac{\frac{19}{40}}{\frac{11}{40}} = \frac{19}{40} \cdot \frac{40}{11} = \frac{19}{11}$$

$$b) \frac{3 - 2 \cdot \left(\frac{17}{12} - \frac{5}{16} \right)}{\frac{2}{3} : 16} = \frac{3 - 2 \cdot \left(\frac{68}{48} - \frac{15}{48} \right)}{\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{16}} = \frac{3 - 2 \cdot \frac{53}{48}}{\frac{1}{24}} = \frac{3 - \frac{53}{24}}{\frac{1}{24}} = \frac{\frac{72}{24} - \frac{53}{24}}{\frac{1}{24}} = \frac{\frac{19}{24}}{\frac{1}{24}} = \frac{19}{24} \cdot \frac{24}{1} = 19$$

101. En un cuadrado mágico la suma por filas, por columnas o en diagonal da siempre el mismo resultado. Por ejemplo, en el siguiente cuadrado, cualquiera de esas sumas da 15.

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

Copia y completa en tu cuaderno los siguientes cuadrados mágicos.

a)

| | | |
|----------------|----------------|----------------|
| $\frac{5}{13}$ | $\frac{5}{13}$ | $\frac{8}{13}$ |
| • | $\frac{6}{13}$ | • |
| • | • | • |

b)

| | | |
|----------------|----------------|---------------|
| $\frac{6}{16}$ | • | • |
| • | $\frac{5}{16}$ | • |
| $\frac{8}{16}$ | • | $\frac{2}{8}$ |

a)

| | | |
|----------------|----------------|----------------|
| $\frac{5}{13}$ | $\frac{5}{13}$ | $\frac{8}{13}$ |
| $\frac{9}{13}$ | $\frac{6}{13}$ | $\frac{3}{13}$ |
| $\frac{4}{13}$ | $\frac{7}{13}$ | $\frac{7}{13}$ |

b)

| | | |
|----------------|----------------|----------------|
| $\frac{6}{16}$ | $\frac{7}{16}$ | $\frac{2}{16}$ |
| $\frac{1}{16}$ | $\frac{5}{16}$ | $\frac{9}{16}$ |
| $\frac{8}{16}$ | $\frac{3}{16}$ | $\frac{4}{16}$ |

102. Calcula la inversa de una fracción impropia. ¿Cómo es esa fracción? ¿Y de una fracción propia?

En una fracción impropia: numerador > denominador.

La inversa de una fracción impropia: numerador < denominador \Rightarrow es una fracción propia.

La inversa de una fracción propia: numerador > denominador \Rightarrow es una fracción impropia

103. Si se divide un número positivo entre una fracción propia positiva, ¿el resultado es mayor o menor que el número inicial? Pon algunos ejemplos.

El resultado es mayor que el número inicial: $4 \div \frac{1}{2} = 4 \cdot \frac{2}{1} = 8$; $3 \div \frac{5}{7} = 3 \cdot \frac{7}{5} = \frac{21}{5} = 4 + \frac{1}{5}$

104. Actividad resuelta.

105. Ordena de menor a mayor en tu cuaderno.

a) $\frac{3}{5}, \frac{7}{6}, \frac{13}{15}, 1$

b) $3, \frac{8}{15}, \frac{34}{9}, \frac{11}{3}, \frac{15}{224}, 1$

a) $\frac{7}{6} = 1 + \frac{1}{6}$; $\frac{13}{15} = 1 + \frac{2}{15}$; m.c.m.(6, 15)=30;

$\frac{1}{6} = \frac{5}{30}$; $\frac{2}{15} = \frac{4}{30}$; $\frac{3}{5} < 1 < \frac{13}{15} < \frac{7}{6}$

b) Fracciones impropias: $\frac{34}{9} = 3 + \frac{7}{9}$; $\frac{11}{3} = 3 + \frac{2}{3}$; m.c.m.(9, 3)=9;

$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

Fracciones propias: m.c.m.(15, 224)=3360;

$\frac{8}{15} = \frac{1792}{3360}$; $\frac{15}{224} = \frac{225}{3360}$; $\frac{15}{224} < \frac{8}{15} < 1 < 3 < \frac{11}{3} < \frac{34}{9}$

106. Actividad resuelta.

107. Realiza una encuesta en tu clase sobre la asignatura favorita de tus compañeros.

- Anota los datos en una tabla y represéntalos en un diagrama de barras
- ¿Qué fracción de alumnos prefiere cada asignatura?
- ¿Es posible calcular fracciones equivalentes a las dadas con denominador 100? En caso afirmativo, calcúlalas. ¿Cómo puedes interpretar estas fracciones?

Respuesta abierta

108. La parte de un iceberg que queda por debajo del agua y no es visible es $\frac{9}{10}$ de su volumen total.

Si en un iceberg la parte visible tiene un volumen de 220 km^3 , ¿cuál es su volumen total?

Como $\frac{1}{10}$ de su volumen es 220 km^3 , entonces el volumen del iceberg será $10 \cdot 220 = 2200 \text{ km}^3$.

109. Esther tiene que devolver un préstamo de 5000 €. Si ya ha devuelto 375 €, ¿qué fracción del préstamo le queda por devolver?

Ha devuelto $\frac{375}{5000}$, por lo que le queda por devolver $1 - \frac{375}{5000} = \frac{5000}{5000} - \frac{375}{5000} = \frac{4625}{5000} = \frac{37}{40}$ del préstamo.

110. La tienda El PC Feliz aplica en todos sus productos un descuento de $\frac{1}{10}$. El ordenador del escaparate, (que marca 900 €), se ha vendido por 820 €. ¿Se ha aplicado el descuento correctamente?

$$\frac{1}{10} \text{ de } 900 = \frac{1}{10} \cdot 900 = \frac{900}{10} = 90$$

Si le hubiera hecho bien el descuento, lo hubiera vendido por $900 - 90 = 810 \text{ €}$.

Sin embargo, lo ha vendido por 820 €. No ha aplicado bien el descuento.

111. Unas botellas de zumo tienen una capacidad de $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuántas harán falta para envasar 600 l? ¿Y para envasar $94 + \frac{1}{2}$ l?

$$600 \div \frac{3}{4} = 600 \cdot \frac{4}{3} = 800 \text{ Para envasar 600 litros se necesitan 800 botellas de } \frac{3}{4} \text{ de litro.}$$

$$94 + \frac{1}{2} = \frac{189}{2}; \quad \frac{189}{2} : \frac{3}{4} = \frac{189}{2} \cdot \frac{4}{3} = 126. \text{ Para envasar } 94 + \frac{1}{2} \text{ litros se necesitan 126 botellas de } \frac{3}{4} \text{ de litro.}$$

112. Un listón de madera mide $6 + \frac{1}{4}$ m. Si lo dividimos en ocho partes iguales, ¿cuál será la medida de cada una de esas partes?

$$\left(6 + \frac{1}{4}\right) : 8 = \frac{25}{4} : 8 = \frac{25}{4} \cdot \frac{1}{8} = \frac{25}{32}. \text{ Cada parte medirá } \frac{25}{32} \text{ de metro.}$$

113. Actividad resuelta.

114. En 1º de ESO A han aprobado $\frac{5}{8}$ de los alumnos, y en 1º de ESO B han aprobado $\frac{7}{11}$.

a) ¿En qué grupo la fracción que representa el número de aprobados ha sido mayor?

b) ¿Es posible que las dos clases tengan el mismo número de alumnos? ¿Por qué?

a) Para comparar las dos fracciones, reducimos a mínimo común denominador:

$$\frac{5}{8} = \frac{55}{88}; \quad \frac{7}{11} = \frac{56}{88} \quad \text{Es mayor la fracción de aprobados en 1º de ESO B.}$$

b) Como el número de aprobados en cada clase tiene que ser un número entero, el número de alumnos de la clase tendría que ser múltiplo de los dos denominadores, 8 y 11. El primer múltiplo común a los dos es 88. Para que las dos clases tuviesen los mismos alumnos, el total de alumnos tendría que ser 88 o cualquier múltiplo de 88, que es un tamaño excesivo para una clase de 1º de ESO.

115. El ancho de un campo de fútbol es $\frac{3}{4}$ de la medida del largo. Si un jugador ha dado 10 vueltas completas al campo, ¿qué distancia ha recorrido?

El largo mide 75 m, y el ancho es $\frac{3}{4}$ del largo, es decir, $\frac{3}{4} \cdot 75 = 56,25$ m. El perímetro del campo es $2 \cdot 75 + 2 \cdot 56,25 = 262,5$ m. Por tanto, 10 vueltas corresponden a $10 \cdot 262,5 = 2625$ m.

116. En una fiesta de disfraces, $\frac{1}{4}$ de los asistentes van disfrazados de vampiros, $\frac{2}{3}$ del resto se disfrazaron de zombis y los 3 que quedan, de orcos. ¿Cuántas personas asistieron a la fiesta, y cuántas llevaban cada disfraz?

Vampiros: $\frac{1}{4}$ de los asistentes \Rightarrow No vampiros: $\frac{3}{4}$ de los asistentes.

Zombis: $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$ de los asistentes.

No vampiros y no zombis: $1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) = 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4}\right) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ de los asistentes, y eso son 3 personas.

Si $\frac{1}{4}$ corresponden a 3 personas, entonces habrá 12 personas, de las cuales $\frac{1}{4} \cdot 12 = 3$ van de vampiros, $\frac{2}{3} \cdot 9 = 6$ van de zombis y 3 van de orcos.

117. En casa de Inés, el gasto en electricidad supone $\frac{1}{12}$ del presupuesto mensual. De ese gasto, $\frac{4}{5}$ corresponden al consumo de los electrodomésticos, y de este consumo, $\frac{3}{4}$ corresponden a los aparatos de la cocina. Si el gasto de los aparatos de la cocina fue de 80 € el mes pasado, ¿cuál era el presupuesto completo?

El gasto de los aparatos de cocina es $\frac{1}{12} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{20}$ del presupuesto mensual, y eso corresponde a 80 €.

Por tanto, el presupuesto mensual será de $20 \cdot 80 = 1600$ €.

118. Un jardinero cultiva rosas, geranios, amapolas y otras flores. En su terreno ha dedicado $\frac{3}{10}$ a las rosas, $\frac{3}{16}$ a los geranios y $\frac{1}{4}$ a las amapolas. Si entre geranios y amapolas ocupan 35 m^2 , calcula la superficie total de su terreno y el área dedicada a cada tipo de flor.

Entre geranios y amapolas: $\frac{3}{16} + \frac{1}{4} = \frac{3}{16} + \frac{4}{16} = \frac{7}{16}$ de la superficie total, y eso equivale a 35 m^2 .

Por tanto la superficie total es de 80 m^2 , de los cuales $\frac{3}{10} \text{ de } 80 = \frac{3}{10} \cdot 80 = 24 \text{ m}^2$ dedicados a rosas, $\frac{3}{16} \text{ de } 80 = \frac{3}{16} \cdot 80 = 15 \text{ m}^2$ a geranios y $\frac{1}{4} \text{ de } 80 = \frac{1}{4} \cdot 80 = 20 \text{ m}^2$ a amapolas.

119. En la figura que observas, los tres segmentos limitados por los puntos A y B tienen la misma longitud. ¿Qué número representa A?

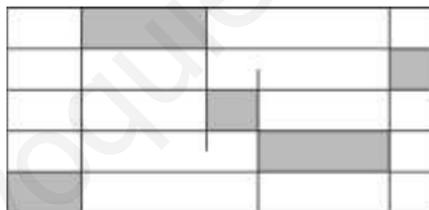


Calculamos la longitud del segmento total: $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$

Dividimos esta longitud entre 3 para calcular lo que mide cada segmento: $\frac{5}{12} : 3 = \frac{5}{36}$

Avanzamos esta longitud a partir de $\frac{1}{4} : A = \frac{1}{4} + \frac{5}{36} = \frac{7}{18}$ (respuesta B)

120. Si todas las verticales son paralelas y todas las horizontales están igualmente separadas, ¿qué fracción de la figura está sombreada?



Proyectando todas las zonas sombreadas sobre la primera banda horizontal, podemos ver que se cubre toda la banda. Por tanto la zona sombreada es $\frac{1}{5}$ (respuesta D)

121. En un teatro de 100 butacas hay más de 30 espectadores. $\frac{2}{3}$ de los asistentes son mujeres, $\frac{5}{8}$ de los espectadores son menores de edad, y los adultos son un número impar. ¿Cuánto suman las cifras del número total de espectadores que hay en la sala?

El número de espectadores tiene que cumplir las siguientes condiciones:

- Estar comprendido entre 30 y 100
- Ser múltiplo de 3 y de 8
- Que los $\frac{3}{8}$ de ese número sea un número impar (el número de adultos en la sala).

Los números que cumplen las dos primeras condiciones son: 48, 72 y 96. De estos tres, el único que cumple la tercera condición es el 72. La suma de sus cifras es 9 (respuesta A)

122. El resultado del producto de estos 2009 factores $\left(1-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(1-\frac{1}{4}\right) \dots \left(1-\frac{1}{2010}\right)$ es:

Calculamos los primeros factores para hacernos una idea $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$; $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$; $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$; $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$; ...

El producto sería $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \dots \frac{2008}{2009} \cdot \frac{2009}{2010} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \dots \frac{2008}{2009} \cdot \frac{2009}{2010} = \frac{1}{2010}$ (respuesta B)

123. La vinagreta se elabora mezclando zumo de limón, aceite y vinagre. Juan ha preparado una taza en la proporción 1:2:3 y su hermana otra taza igual en la proporción 3:4:5. Si juntan las dos tazas, ¿cuál es, ahora, la proporción de zumo de limón, aceite y vinagre en esta nueva vinagreta?

Vinagreta de Juan: $\frac{1}{6}$ de limón + $\frac{2}{6}$ de aceite + $\frac{3}{6}$ de vinagre.

Vinagreta de su hermana: $\frac{3}{12}$ de limón + $\frac{4}{12}$ de aceite + $\frac{5}{12}$ de vinagre.

Al juntar las dos vinagretas: $\frac{1}{6} + \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$ de limón; $\frac{2}{6} + \frac{4}{12} = \frac{8}{12}$ de aceite; $\frac{3}{6} + \frac{5}{12} = \frac{11}{12}$ de vinagre.

Luego la proporción de los tres ingredientes es de 5:8:11 (respuesta D)

124. En estas operaciones se ha cometido algún error... aunque, sorprendentemente, el resultado final es correcto. Encuentra los errores, escribe la operación correcta y comprueba que el resultado es el mismo.

a) $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{4} \right) = \frac{4}{4} \left(\frac{4}{4} \right) = 1$

b) $\frac{16}{64} = \frac{1\cancel{6}}{\cancel{6}4} = \frac{1}{4}$

c) $\left(\frac{6}{8} - \frac{6}{4} \right) \cdot \left(\frac{14}{4} - \frac{7}{2} \right) = \left(\frac{6-6}{8-4} \right) \cdot \left(\frac{14-7}{4-2} \right) = \frac{0}{4} \cdot \frac{7}{2} = \frac{0}{4} = 0$

d) $\frac{9}{12} + \frac{3}{4} = \frac{9+3}{12-4} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

a) Hay que multiplicar antes de sumar: $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cdot 1 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1$

b) No se pueden tachar cifras sueltas de factores: $\frac{16}{64} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 2}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$

c) Mal el procedimiento de resta: $\left(\frac{6}{8} - \frac{6}{4} \right) \cdot \left(\frac{14}{4} - \frac{7}{2} \right) = \left(\frac{6}{8} - \frac{12}{8} \right) \cdot \left(\frac{14}{4} - \frac{14}{4} \right) = -\frac{6}{8} \cdot 0 = 0$

d) Mal el procedimiento de suma: $\frac{9}{12} + \frac{3}{4} = \frac{9}{12} + \frac{9}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$

PONTE A PRUEBA

El bizcocho de chocolate. Actividad resuelta

El mejor jugador.

En el equipo de baloncesto del instituto hay tres jugadores estrella. En lo que va de torneo, Marta encegó 11 de 15 tiros libres, Juan 8 de 10 y Manuel, 5 de 6. La final está muy disputada y el entrenador debe elegir uno de los jugadores para lanzar un tiro libre.

1. Con estos datos, ¿qué jugador debe elegir?

Para poder comparar la estadística de cada uno, reducimos las fracciones a mínimo común denominador:

Marta: $\frac{11}{15} = \frac{22}{30}$; Juan: $\frac{8}{10} = \frac{24}{30}$; Manuel: $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$; por tanto, el que mejor estadística de tiros libres tiene es Manuel, luego Juan y luego Marta.

Al consultar los resultados de lo que va de partido el entrenador observa que Marta ha encegado 5 de 6 tiros, Juan 3 de 4 y Manuel 2 de 3.

2. ¿Cambia esto tu decisión inicial? Da argumentos a favor y en contra de cada jugador.

La estadística del partido es:

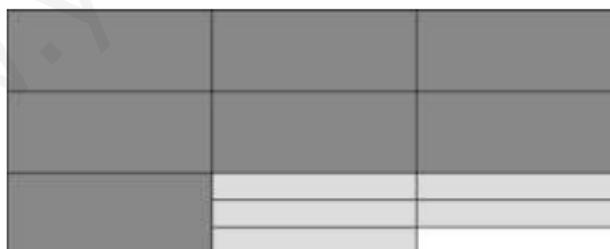
Marta: $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$; Juan: $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$; Manuel: $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$; por tanto, la tendencia se invierte, y la que mejor estadística de tiros libres tiene (sólo en este partido) es Marta, luego Juan y luego Manuel.

Esto puede cambiar la decisión del apartado anterior ya que Marta tiene la peor estadística general, pero la mejor del partido; Manuel, la mejor estadística general, pero la peor del partido; y Juan es el más regular.

La calefacción.

En la casa de María disponen de un depósito de 1080 l de gasoil para calefacción individual. En el periodo más frío, desde el 1 de noviembre hasta el 28 de febrero, han consumido los $\frac{7}{9}$ de depósito y $\frac{5}{6}$ de lo que quedaba los han consumido del 1 de marzo al 30 de abril.

1. Haz un dibujo del estado del depósito.



2. Si el litro de gasoil cuesta 1 €, ¿cuánto han gastado en calefacción desde el 1 de noviembre hasta el 28 de febrero?

$\frac{7}{9}$ de 1080 litros = 840 litros; por tanto se han gastado 840 €.

3. ¿Cuántos litros han consumido desde el 1 de marzo hasta el 30 de abril? ¿A qué fracción del depósito corresponde esa cantidad?

Desde el 1 de marzo hasta el 30 de abril han consumido 200 l. Esa cantidad corresponde a $\frac{10}{54}$ del depósito.

4. María quiere mostrar a sus padres sus avances en las clases de matemáticas y les dice que ella puede calcular la fracción del depósito consumida desde el 1 de marzo hasta el 30 de abril sin utilizar los litros de gasoil consumidos. ¿Cómo lo hace?

$$\frac{5}{6} \text{ de } \frac{2}{9} = \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{9} = \frac{10}{54}$$

5. ¿Cuánto les cuesta rellenar el depósito a partir del 30 de abril?

Les quedan 40 litros. Para rellenar el depósito tienen que pedir 1040 litros, es decir, que les cuesta 1040 €.

Los padres de María están muy preocupados por el ahorro energético y se han informado de que cambiando las ventanas podrían ahorrar hasta un quinto en calefacción. Han pedido presupuesto y el cambio de las ventanas costaría 3800 €. Si deciden cambiarlas y su gasto en calefacción es siempre el mismo:

6. ¿Cuánto dinero ahorrarían en calefacción al año?

Al año gastan 1040 € en calefacción, por tanto ahorrarían $\frac{1}{5} \cdot 1040 = 208$ € al año.

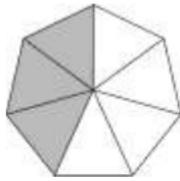
7. ¿En cuántos años aproximadamente recuperarían la inversión hecha en las ventanas?

Tardarán 19 años en recuperar la inversión.

AUTOEVALUACIÓN

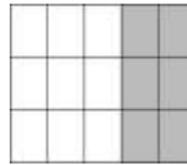
1. Indica la fracción correspondiente a la parte coloreada.

a)



a) $\frac{3}{7}$

b)



b) $\frac{6}{15}$

2. Halla la fracción irreducible equivalente.

a) $\frac{90}{324}$

b) $\frac{108}{234}$

c) $\frac{320}{540}$

a) $\frac{90}{324} = \frac{5}{18}$

b) $\frac{108}{234} = \frac{6}{13}$

c) $\frac{320}{540} = \frac{16}{27}$

3. Comprueba si son equivalentes.

a) $\frac{36}{15}$ y $\frac{96}{40}$

b) $\frac{28}{12}$ y $2 + \frac{5}{12}$

c) $\frac{35}{100}$ y $\frac{16}{40}$

a) Son equivalentes porque $36 \cdot 40 = 15 \cdot 96 = 1440$

b) No son equivalentes porque $2 + \frac{5}{12} = \frac{24}{12} + \frac{5}{12} = \frac{29}{12}$

c) No son equivalentes porque $35 \cdot 40 \neq 16 \cdot 100$

4. Ordena de menor a mayor. $\frac{6}{5}$; $\frac{12}{11}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{23}{20}$; 1

$$m.c.m.(1,3,5,11,20) = 660; \quad \frac{6}{5} = \frac{792}{660}; \quad \frac{12}{11} = \frac{720}{660}; \quad \frac{2}{3} = \frac{440}{660}; \quad \frac{23}{20} = \frac{759}{660}; \quad 1 = \frac{660}{660}$$

$$\text{Como } \frac{440}{660} < \frac{660}{660} < \frac{720}{660} < \frac{759}{660} < \frac{792}{660} \text{ entonces } \frac{2}{3} < 1 < \frac{12}{11} < \frac{23}{20} < \frac{6}{5}.$$

5. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{3}{4} + \frac{7}{8} + 2 + \frac{11}{6}$

c) $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{9} \cdot 8 \cdot \frac{6}{49}$

b) $\frac{16}{25} - \left(\frac{8}{5} - \frac{4}{15}\right)$

d) $\frac{16}{28} \cdot \frac{50}{3} \cdot \frac{100}{9}$

a) $\frac{3}{4} + \frac{7}{8} + 2 + \frac{11}{6} = \frac{18}{24} + \frac{21}{24} + \frac{48}{24} + \frac{44}{24} = \frac{131}{24}$

b) $\frac{16}{25} - \left(\frac{8}{5} - \frac{4}{15}\right) = \frac{16}{25} - \left(\frac{24}{15} - \frac{4}{15}\right) = \frac{16}{25} - \frac{20}{15} = \frac{16}{25} - \frac{4}{3} = \frac{48}{75} - \frac{100}{75} = -\frac{52}{75}$

c) $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{9} \cdot 8 \cdot \frac{6}{49} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{8}{1} \cdot \frac{6}{49} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{7} \cdot 7} = \frac{4}{7}$

d) $\frac{16}{28} \cdot \frac{50}{3} \cdot \frac{100}{9} = \frac{16}{28} \cdot \frac{3}{50} \cdot \frac{100}{9} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{50} \cdot 2}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 7 \cdot \cancel{50} \cdot \cancel{3} \cdot 3} = \frac{8}{21}$

6. Realiza las siguientes operaciones.

a) $\frac{9}{10} - \frac{7}{10} \cdot \left(\frac{4}{3} - 1 : \frac{6}{5}\right)$ b) $\left(\frac{5}{12} - \frac{3}{16}\right) \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^2 + \frac{5}{6} : 6$ c) $\frac{5}{4} + \frac{3}{4} : \left[\frac{2}{5} - \left(\frac{1}{3}\right)^2 : \frac{4}{27}\right]$

a) $\frac{9}{10} - \frac{7}{10} \cdot \left(\frac{4}{3} - 1 : \frac{6}{5}\right) = \frac{9}{10} - \frac{7}{10} \cdot \left(\frac{4}{3} - 1 \cdot \frac{5}{6}\right) = \frac{9}{10} - \frac{7}{10} \cdot \left(\frac{8}{6} - \frac{5}{6}\right) = \frac{9}{10} - \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{6} = \frac{9}{10} - \frac{7}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{10} - \frac{7}{20} = \frac{18}{20} - \frac{7}{20} = \frac{11}{20}$

b) $\left(\frac{5}{12} - \frac{3}{16}\right) \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^2 + \frac{5}{6} : 6 = \left(\frac{20}{48} - \frac{9}{48}\right) \cdot \frac{64}{9} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{11}{48} \cdot \frac{64}{9} + \frac{5}{36} = \frac{44}{27} + \frac{5}{36} = \frac{176}{108} + \frac{15}{108} = \frac{191}{108}$

c) $\frac{5}{4} + \frac{3}{4} : \left[\frac{2}{5} - \left(\frac{1}{3}\right)^2 : \frac{4}{27}\right] = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} : \left[\frac{2}{5} - \frac{1}{9} \cdot \frac{27}{4}\right] = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} : \left[\frac{2}{5} - \frac{3}{4}\right] = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} : \left[-\frac{7}{20}\right] = \frac{5}{4} + \frac{3}{4} \cdot \left[-\frac{20}{7}\right] = \frac{5}{4} - \frac{15}{7} = -\frac{25}{28}$

7. Un técnico ha cobrado 240 € por un trabajo al que ha dedicado $5 + \frac{1}{3}$ horas. ¿Cuánto cobra por cada hora de trabajo?

Calculamos la fracción que ha trabajado: $5 + \frac{1}{3}$ horas = $\frac{16}{3}$ horas

Dividimos la cantidad que ha cobrado entre las horas trabajadas: $240 : \frac{16}{3} = 240 \cdot \frac{3}{16} = 45$

Cobra 45 € la hora.

8. En un concesionario de coches hay modelos de varios colores. Los rojos suponen $\frac{1}{6}$ del total; los azules, $\frac{2}{9}$ del total, y los blancos, $\frac{4}{15}$ del total.

a) ¿Cuál de esos colores es el más frecuente?

b) Si hay 40 coches azules, ¿cuántos hay en total?

a) $m.c.m.(6,9,15) = 90$; $\frac{1}{6} = \frac{15}{90}$; $\frac{2}{9} = \frac{20}{90}$; $\frac{4}{15} = \frac{24}{90}$

Como $\frac{15}{90} < \frac{20}{90} < \frac{24}{90}$, entonces $\frac{1}{6} < \frac{2}{9} < \frac{4}{15}$. El más frecuente es el color blanco.

b) $\frac{2}{9} \cdot total = 40 \Rightarrow total = \frac{9}{2} \cdot 40 = 180$. Hay 180 coches en total.

9. Marcos se ha gastado la mitad de su dinero por la mañana, la mitad de la mitad por la tarde y la mitad de la mitad de la mitad por la noche.

a) ¿Qué fracción del dinero le queda?

b) Si le quedan 30 €, ¿cuánto dinero tenía?

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$; le queda $\frac{1}{8}$ de lo que tenía.

b) $\frac{1}{8} \cdot total = 30 \Rightarrow total = 8 \cdot 30 = 240$. Tenía 240 €