

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS

Una **progresión geométrica** es una sucesión en la que cada término, a excepción del primero, se obtiene multiplicando el anterior por un mismo número, r , que se denomina **razón de la progresión**. Su término general viene dado por la expresión:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

Y la suma de los n primeros términos se obtiene mediante la siguiente relación:

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$$

1. Determina el término general de las siguientes progresiones geométricas:

a) $a_n = 3, 9, 27, 81, \dots$

c) $c_n = 5, -15, 45, -135, \dots$

b) $b_n = 80, 40, 20, 10, 5, \dots$

d) $d_n = \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, \dots$

2. Indica si las siguientes progresiones son geométricas:

a) $a_n = 12, 9, 6, 3, \dots$

c) $c_n = 1, 4, 9, 16, \dots$

b) $b_n = 6, 18, 54, \dots$

d) $d_n = \frac{5}{3}, \frac{5}{12}, \frac{5}{48}, \dots$

3. Calcula el término 24 de la progresión geométrica 4, 12, 36, ...

4. En una progresión geométrica el sexto término es 27 y el tercero 1. Halla la razón.

5. En una progresión geométrica $a_1 = 8$ y $a_3 = 2$. Calcula a_6 y su término general.

6. En una progresión geométrica el primer término vale 6 y la razón 2. Determina el lugar que ocupa el término de valor 6 144.

7. Calcula la suma de los seis primeros términos de una progresión geométrica en la que $a_1 = 4$ y $r = 3$.

8. ¿Cuánto vale la suma de los cinco primeros términos de una progresión geométrica en la que $a_5 = 324$ y $r = 3$?

9. ¿Cuántos términos se han tomado en una progresión geométrica de primer término 7 si el último considerado vale 448 y la suma de ellos 889?

10. En una progresión geométrica $S_6 = 1\ 456$ y $r = 3$. Determina a_1 y a_4 .

PROGRESIONES GEOMÉTRICAS (Soluciones)

1. Determina el término general de las siguientes progresiones geométricas:

a) $a_n = 3, 9, 27, 81, \dots \Rightarrow a_n = 3^n$

b) $b_n = 80, 40, 20, 10, 5, \dots \Rightarrow b_n = 5 \cdot 2^{5-n}$

c) $c_n = 5, -15, 45, -135, \dots \Rightarrow c_n = (-1)^{n+1} \cdot 5 \cdot 3^{n-1}$

d) $d_n = \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, \dots \Rightarrow d_n = 3^{n-3}$

2. Indica si las siguientes progresiones son geométricas:

a) $a_n = 12, 9, 6, 3, \dots$ Sí

c) $c_n = 1, 4, 9, 16, \dots$ No

b) $b_n = 6, 18, 54, \dots$ Sí

d) $d_n = \frac{5}{3}, \frac{5}{12}, \frac{5}{48}, \dots$ Sí

3. Calcula el término 24 de la progresión geométrica 4, 12, 36, ...

Como en una progresión geométrica: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$, y en este caso $a_1 = 4$ y $r = 3$, sustituyendo:

$$a_{24} = 4 \cdot 3^{24-1} = 4 \cdot 3^{23}$$

4. En una progresión geométrica el sexto término es 27 y el tercero 1. Halla la razón.

Como en una progresión geométrica $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$, sustituyendo los datos del enunciado ($a_6 = 27$ y $a_3 = 1$), llegamos a:

$$\left. \begin{array}{l} 27 = a_1 \cdot r^5 \\ 1 = a_1 \cdot r^2 \end{array} \right\} \Rightarrow r = 3; a_1 = \frac{1}{9}$$

5. En una progresión geométrica $a_1 = 8$ y $a_3 = 2$. Calcula a_6 y su término general.

Como en una progresión geométrica $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$, sustituyendo los datos del enunciado obtenemos:

$$a_3 = a_1 \cdot r^2 \Rightarrow 2 = 8 \cdot r^2 \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

6. En una progresión geométrica el primer término vale 6 y la razón 2. Determina el lugar que ocupa el término de valor 6 144.

$$6\ 144 = 6 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow 1\ 024 = 2^n \cdot 2^{-1} \Rightarrow 2\ 048 = 2^n \Rightarrow 2^{11} = 2^n \Rightarrow n = 11$$

7. Calcula la suma de los seis primeros términos de una progresión geométrica en la que $a_1 = 4$ y $r = 3$.

En una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$$

que para $n = 6$, será:

$$S_6 = \frac{a_6 \cdot 3 - 4}{3 - 1}$$

y como $a_6 = a_1 \cdot r^5$, entonces $a_6 = 4 \cdot 3^5 = 972$, entonces:

$$S_6 = \frac{972 \cdot 3 - 4}{3 - 1} = \mathbf{1456}$$

8. ¿Cuánto vale la suma de los cinco primeros términos de una progresión geométrica en la que $a_5 = 324$ y $r = 3$?

Como $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$, entonces:

$$a_1 = \frac{a_n}{r^{n-1}}$$

que para $n = 5$, valdrá:

$$a_1 = \frac{a_5}{r^{5-1}} = \frac{324}{3^4} = 4$$

Y, por tanto:

$$S_5 = \frac{a_5 \cdot r - a_1}{r - 1} \Rightarrow S_5 = \frac{324 \cdot 3 - 4}{3 - 1} = 484$$

9. ¿Cuántos términos se han tomado en una progresión geométrica de primer término 7 si el último considerado vale 448 y la suma de ellos 889?

Según el enunciado:

$$a_1 = 7$$

$$a_n = 448$$

$$S_n = 889$$

Y por ser una progresión geométrica:

$$a_n = 7 \cdot r^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1} \Rightarrow 889 = \frac{448 \cdot r - 7}{r - 1} \Rightarrow r = 2$$

Luego, sustituyendo en a_n , llegamos a:

$$a_n = 7 \cdot r^{n-1} \Rightarrow 448 = 7 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow n = 7$$

Es decir, que se han tomado siete términos.

10. En una progresión geométrica $S_6 = 1456$ y $r = 3$. Determina a_1 y a_4 .

Como en una progresión geométrica:

$$S_n = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

Sustituyendo:

$$S_6 = \frac{a_6 \cdot r - a_1}{r - 1} \Rightarrow 1456 = \frac{a_1 \cdot 3^5 \cdot 3 - a_1}{3 - 1} \Rightarrow 1456 = \frac{a_1 \cdot 3^6 - a_1}{3 - 1} \Rightarrow a_1 = 8$$

Y, por tanto a_4 será:

$$a_4 = 8 \cdot 3^{4-1} = 216$$