

Examen de Matemáticas I – 1º de Bachillerato

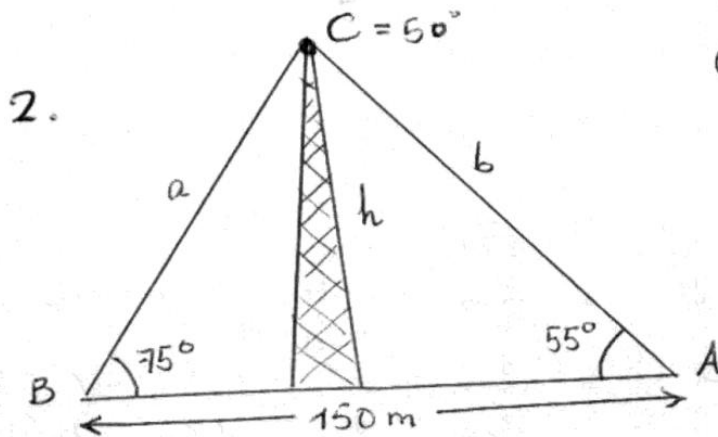
1. Sabiendo que $\cos \alpha = -\frac{5}{12}$, y que α es un ángulo desconocido del segundo cuadrante, hallar $\sin \alpha$ y $\operatorname{tg} \alpha$. **(2 puntos)**
2. Una antena reproductora de señales de radio es observada desde dos puntos del suelo separados entre sí 150 metros. Los ángulos que las visuales forman con la horizontal son 75° y 55° . Calcula las distancias de cada punto de observación a la parte superior de la antena. Determina la altura de la misma. **(2 puntos)**
3. Simplifica al máximo la expresión $\frac{\cos^2 \alpha \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)}{\operatorname{cotg} \alpha}$. **(1 punto)**
4. Comprueba que la igualdad $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{\operatorname{cotg} x + \operatorname{cotg} y} = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y$, es cierta. **(1 punto)**
5. Resuelve la ecuación trigonométrica $\sin 2x + \cos x = 0$. **(2 puntos)**
6. Resuelve el sistema de ecuaciones trigonométricas $\begin{cases} \cos x + \cos y = 1 \\ \cos(x + y) = 1 \end{cases}$. **(2 puntos)**

$$1. \operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \operatorname{sen}^2 \alpha + \left(-\frac{5}{12}\right)^2 = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}^2 \alpha + \frac{25}{144} = 1 \Rightarrow \operatorname{sen}^2 \alpha = 1 - \frac{25}{144} \Rightarrow \operatorname{sen}^2 \alpha = \frac{119}{144}$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \sqrt{\frac{119}{144}} = \frac{\sqrt{119}}{12} \approx 0'909$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{119}/12}{-5/12} = -\frac{\sqrt{119}}{5} \approx -2'182$$



$$C = 180 - 75 - 55 = 50^\circ$$

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = 150 \frac{\operatorname{sen} 55}{\operatorname{sen} 50} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a \approx 160'399 \text{ m.}$$

$$\frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} \Rightarrow b = 150 \frac{\operatorname{sen} 75}{\operatorname{sen} 50} \Rightarrow b \approx 189'139 \text{ m.}$$

$$\operatorname{sen} 55 = \frac{h}{b} \Rightarrow h = 189'139 \cdot \operatorname{sen} 55 \Rightarrow h \approx 154'93 \text{ m.}$$

$$3. \frac{\cos^2 \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)}{\operatorname{cotg} \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha \left(1 + \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}\right)}{\frac{\cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha}{\frac{\cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{\cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha}} = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} = \underline{\underline{\operatorname{tg} \alpha}}$$

$$4. \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{\operatorname{cotg} x + \operatorname{cotg} y} = \frac{\frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} + \frac{\operatorname{sen} y}{\cos y}}{\frac{\cos x}{\operatorname{sen} x} + \frac{\cos y}{\operatorname{sen} y}} = \frac{\frac{\operatorname{sen} x \cos y + \cos x \operatorname{sen} y}{\cos x \cos y}}{\frac{\cos x \operatorname{sen} y + \operatorname{sen} x \cos y}{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} y}}$$

$$= \frac{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} y (\operatorname{sen} x \cos y + \cos x \operatorname{sen} y)}{\cos x \cos y (\cos x \operatorname{sen} y + \operatorname{sen} x \cos y)} = \frac{\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{sen} y}{\cos x \cdot \cos y} = \underline{\underline{\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}}$$

03890

$$5. \operatorname{sen} 2x + \cos x = 0 \Rightarrow 2\operatorname{sen} x \cos x + \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \cos x (2\operatorname{sen} x + 1) = 0. \text{ Dos posibilidades:}$$

$$* \cos x = 0 \Rightarrow \underline{\underline{x = 90^\circ + 180^\circ k}}$$

$$* 2\operatorname{sen} x + 1 = 0 \Rightarrow \operatorname{sen} x = -\frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \begin{cases} 210^\circ + 360^\circ k \\ 330^\circ + 360^\circ k \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} \cos x + \cos y = 1 \\ \cos(x+y) = 1 \end{cases}$$

$$\text{Como } \cos(x+y) = 1 \Rightarrow x+y = 0^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -y. \text{ Sustituyendo en la primera ecuación: } \cos(-y) + \cos y = 1 \Rightarrow \cos y + \cos y = 1$$

$$\Rightarrow 2\cos y = 1 \Rightarrow \cos y = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \begin{cases} 60^\circ + 360^\circ k \\ 300^\circ + 360^\circ k \end{cases}$$

$$* \text{ Si } y = 60^\circ + 360^\circ k \Rightarrow x = -y \Rightarrow x = -60^\circ - 360^\circ k$$

$$\Rightarrow x = 300^\circ + 360^\circ k \quad \underline{\underline{(60^\circ, 300^\circ)}}$$

$$* \text{ Si } y = 300^\circ + 360^\circ k \Rightarrow x = -y \Rightarrow x = -300^\circ - 360^\circ k$$

$$\Rightarrow x = 60^\circ + 360^\circ k \quad \underline{\underline{(300^\circ, 60^\circ)}}$$