

58 problemas de planteamiento de ecuaciones y sistemas

RECORDAR: A la hora de resolver un problema que requiera el planteamiento de una ecuación o un sistema se recomienda:

- **Leer** atentamente **el enunciado** en su totalidad.
- **Detectar qué nos piden** y llamarlo **x** (e **y**, si se trata de un sistema).
- **Plantear la ecuación** (o el sistema) que relaciona algebraicamente los datos del enunciado y la(s) incógnita(s); para ello, suele ser recomendable hacer una tabla –en los problemas de edades–, o un dibujo –en los de tipo geométrico–, o un diagrama –problemas de mezclas–, etc.
- **Resolverla**.
- Interpretar los resultados obtenidos y **comprobar** que verifican las condiciones del enunciado.

Planteamiento de una ecuación de 1^{er} grado:

1. Juan pierde los $\frac{3}{8}$ de las canicas que tenía, con lo cual le quedan 10. ¿Cuántas canicas tenía al principio?
(Sol: 16 canicas)
2. De un depósito se gasta primero la mitad del agua, y luego la cuarta parte **de lo que quedaba**. Al final, quedan 12 litros. Hallar la capacidad del depósito. (Sol: 32 l)
3. Comenzamos un viaje con el depósito del coche lleno hasta la mitad. Supongamos que al llegar hemos gastado $\frac{1}{3}$ del combustible que llevábamos. Si al final quedaron 20 l, ¿cuál es la capacidad del depósito?
(Sol: 60 l)
4. Dos tinajas tienen la misma cantidad de vino. Si se pasan 37 litros de una a otra, ésta contiene ahora el triple que la primera ¿Cuántos litros de vino había en cada tinaja al principio? (Sol: 74 l)
5. Juan gasta los $\frac{3}{5}$ del dinero que tenía y le sobran 30 euros. ¿Cuánto dinero gastó? (Sol: 45 €)
6. Tres hermanos se reparten un premio de 350 €. Si el mayor recibe la mitad de lo que recibe el mediano; y el mediano la mitad de lo que recibe el pequeño, ¿cuánto dinero tendrá cada hermano al final?
(Sol: 50 € el mayor, 100 € el mediano y 200 € el pequeño)
7. Lanzamos una pelota al aire y cuando cae rebota hasta los $\frac{2}{3}$ de la altura que ha caído; vuelve a rebotar y llega hasta los $\frac{3}{4}$ de la anterior altura. Si la primera vez llegó a 10 metros de altura, ¿qué altura alcanza la pelota en el segundo bote? ¿Desde qué altura se lanzó al principio? (Sol: 7,5 m; 15m)
8. Encontrar dos números consecutivos cuya suma sea 77 (Sol: 38 y 39)

9. Los alumnos de un curso van a visitar un museo durante el fin de semana, repartiéndose de la siguiente forma: el sábado acuden la cuarta parte, y el domingo van los $\frac{2}{3}$ **de los que quedaban**. ¿Qué fracción de alumnos se queda sin ver el museo? (Sol: $\frac{1}{4}$)
10. Hallar dos números sabiendo que su suma es 36 y que al dividir el mayor entre el menor el cociente es 2 y el resto 3. (Soluc: 11 y 25)
11. Carlos es 6 años mayor que Javier y éste tiene la mitad de años que Pablo. Hallar la edad de cada uno, sabiendo que suman 70 años. (Soluc: 16, 22 y 32 años)
12. Juan ha leído ya la quinta parte de un libro. Cuando lea 90 páginas más, todavía le quedará la mitad del libro. ¿Cuántas páginas tiene el libro? ¿Cuántas páginas lleva leídas? (Sol: 300 págs.; 60 págs.)
13. Paloma vendió los dos quintos de una colección de cómics que tenía y luego compró 100 más. Tras esto tenía el mismo número que si hubiese comprado desde el principio 40 cómics. ¿Cuántos cómics tenía Paloma al principio? (Sol: 150 cómics)
14. Un automovilista que se detiene a repostar observa que para llegar a su destino todavía le queda el triple de lo que ya ha recorrido. Además, se da cuenta de que, si recorre 10 km más, estará justo en la mitad del trayecto. ¿Cuántos km ha recorrido y cuál es la longitud del viaje? (Sol: 10 km; 40 km)
15. Un frutero vende en un día las dos quintas partes de una partida de naranjas. Además, se le estropean 8 kg, de forma que al final le quedan la mitad de naranjas que tenía al comenzar la jornada. ¿Cuántos kg tenía al principio? (Sol: 80 kg)
16. Un grupo de personas se encuentra en una sala de multicines. La mitad se dirige a la sala A, la tercera parte opta por la sala B y una pareja decide ir a la cafetería. ¿Cuántas personas componían el grupo? (Sol: 12 personas)
17. Un padre reparte entre sus tres hijos respectivamente un tercio, un cuarto y un quinto de lo que tenía, y aún le quedan 26 € ¿Cuánto dinero tenía al principio? (Sol: 120 €)
18. *Problema del bambú (texto indio del siglo IX)*: Un bambú que mide 30 codos y que se eleva sobre un terreno plano se rompe en un punto por la fuerza del viento, de forma que la punta se queda ahora colgando a 16 codos del suelo. ¿A qué altura se ha roto? (Sol: 23 codos)
19. Un profesor llevaba corregidos al mediodía la $\frac{1}{3}$ parte del total de exámenes de un grupo. Si corrige 6 más, habrá corregido la mitad ¿Cuántos exámenes son? ¿Cuántos llevaba corregidos al mediodía? (Sol: 36; 12)
20. Según una noticia publicada en la prensa, una determinada ciudad fue visitada en 2010 por dos millones de turistas, lo cual supuso un 20 % más que en 2008. ¿Cuál fue la afluencia de turistas en este último año? (Sol: 1,6 millones)

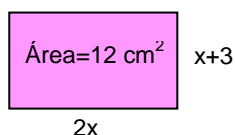
- 21.** Nada se sabe de la vida del matemático griego **Diofanto** (siglo III d.C.), excepto su edad al morir. Ésta se sabe por una cuestión planteada en una colección de problemas del siglo V o VI, que reza así: «La juventud de Diofanto duró $\frac{1}{6}$ de su vida... se dejó barba después de $\frac{1}{12}$ más. Después de $\frac{1}{7}$ de su vida se casó. Cinco años después tuvo un hijo. Éste vivió exactamente la mitad de tiempo que su padre, y Diofanto murió cuatro años después». Hallar la edad de Diofanto. (Sol: 84 años)

☞ Ejercicios libro: **pág. 84: 29 a 32** (planteamiento de una ecuación de 1^{er} grado)

Planteamiento de una ecuación de 2^o grado:

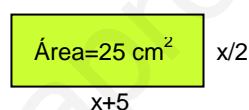
- 22.** Hallar dos números positivos consecutivos cuyo producto sea 380 (Sol: 19 y 20)
- 23.** Calcular un número positivo sabiendo que su triple más el doble de su cuadrado es 119 (Sol: 7)
- 24.** Hallar en cada caso el valor de x para que los rectángulos tengan el área que se indica:

a)



(Sol: $x \approx 1,37$ cm)

b)



(Sol: $x=5$ cm)

- 25.** En un texto matemático babilónico que se conserva en una tablilla en el Museo Británico de Londres se lee: «Restamos al área de un cuadrado su lado y obtenemos 870». Hallar el lado de dicho cuadrado. (Sol: 30)
- 26.** Uno de los lados de un rectángulo es doble que el otro y el área mide 50 m². Calcular las dimensiones del rectángulo. (Sol: 5x10 m)
- 27.** Hallar una fracción irreducible sabiendo que su denominador es igual al cuadrado del numerador menos 4, y ambos términos suman 86 (Soluc: 9/77)
- 28.** Uno de los lados de un rectángulo es 3 m más pequeño que el triple del otro. Si el perímetro y área coinciden numéricamente, hallar ambos lados. (Soluc: 3 y 6 m)
- 29.** Si el lado de un cuadrado aumenta 2 cm, su área aumenta 28 cm² ¿Cuáles son las dimensiones del cuadrado menor? (Sol: Se trata de un cuadrado de lado 6 cm)
- 30.** Preguntada una persona por su edad contestó: "Sumad 25 al producto del número de años que tenía hace 5 años por el de los que tendré dentro de 5 años y os resultará un número igual al cuadrado de la edad que tengo hoy". Hallar la edad de la persona en el momento actual. (Sol: se verifica para cualquier edad)
- 31.** Si multiplicamos la tercera parte de cierto número por sus tres quintas partes, obtenemos 405. ¿Cuál es ese número? (Sol: 45)
- 32.** Calcular dos números naturales impares consecutivos cuyo producto sea 195 (Sol: 13 y 15)

33. Un depósito de agua tiene forma de ortoedro cuya altura es 10 m y su capacidad 4000 m^3 . Hallar el lado de la base sabiendo que es cuadrada. (Sol: 20 m)

34. Se tiene un lote de baldosas cuadradas. Si se forma con ellas un cuadrado de x baldosas por lado sobran 27, y si se toman $x+1$ baldosas por lado faltan 40. Hallar las baldosas del lote. (Sol: 1116 baldosas)

 Ejercicios libro: **pág. 85: 33 a 38** (planteamiento de una ecuación de 2º grado)

Planteamiento de un sistema de ecuaciones de 1º grado:

35. En un corral hay conejos y gallinas, que hacen un total de 61 cabezas y 196 patas. Hallar el número de conejos y gallinas. (Sol: 37 conejos y 24 gallinas)

36. Un padre tiene el doble de edad que su hijo. Hace 17 años, tenía el triple. Hallar la edad de ambos. (Sol: 68 y 34 años)

37. Calcular las dimensiones de un rectángulo cuyo perímetro mide 80 m y la altura es $\frac{2}{3}$ de la base. (Sol: 16 m de alto y 24 m de ancho)

38. Un campo está plantado con un total de 250 árboles, entre olivos y almendros. Si el doble de almendros son 10 menos que el total de los olivos, ¿cuántos almendros habrá? ¿Y cuántos olivos? (Sol: 80 almendros y 170 olivos)

39. La edad actual de Luis es el doble que la de su hermano pequeño. Hace 7 años la suma de sus edades era igual a la edad actual de Luis. Hallar ambas edades. (Sol: 28 años Luis y 14 años su hermano)

40. Ana y Luisa tienen en total 40 €, pero Luisa tiene 10 € más que su amiga ¿Cuánto dinero tiene cada una? (Sol: Ana 15 € y Luisa 25 €)

41. El perímetro de un solar rectangular mide 40 m. Si su ancho es la tercera parte de su largo, ¿cuánto miden los lados del solar? (Sol: 15 m de largo y 5 m de ancho)

42. En una granja viven la mitad de gallinas que de conejos. Si en total podemos contar 110 patas, ¿cuántos conejos y gallinas pueblan la granja? (Sol: 11 gallinas y 22 conejos)

43. La edad de un padre es actualmente el quíntuple de la de su hijo. Hace 5 años, la edad del padre era nueve veces la de su hijo. Hallar la edad actual de ambos. (Sol: 50 y 10 años)

44. Un hotel tiene habitaciones dobles y sencillas. Tiene en total 50 habitaciones y 87 camas. ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo? (Sol: 13 sencillas y 37 dobles)

45. Javier tiene 27 años más que su hija Nuria. Dentro de ocho años, la edad de Javier doblará la de Nuria. ¿Cuántos años tiene cada uno? (Sol: Javier, 46 años, y Nuria, 19)

- 46.** Un librero vendió 84 libros a dos precios distintos: unos a 4,50 €, y otros a 3,60 €, obteniendo de la venta un total de 310,50 €. ¿Cuántos libros vendió de cada clase? (Sol: 9 y 75, respectivamente)
- 47.** Hace 10 años la edad de un abuelo era el cuádruple de la edad del nieto, mientras que dentro de 20 años sólo será el doble. Hallar sus edades. (Sol: 70 y 25 años, respectivamente)
- 48.** Se desea mezclar vino de 55 cént./litro con otro de 40 cént./litro, de modo que la mezcla resulte a 45 cént./litro. ¿Cuántos litros de cada clase deberán mezclarse para obtener 300 litros de la mezcla deseada? (Ayuda: plantear un sistema de ecuaciones de primer grado) (Sol: 100 litros del vino de 55 cént. y 200 litros del de 40 cént.)
- 49.** Un padre tiene 30 años más que su hijo. Dentro de 15 años duplicará su edad. Hallar la edad de ambos. (Sol: 45 y 15)
- 50.** Con dos tipos de barniz, de 3,50 €/kg y de 1,50 €/kg, queremos obtener un barniz de 2,22 €/kg. ¿Cuántos kilogramos tenemos que poner de cada clase para obtener 50 kg de la mezcla? (Ayuda: plantear un sistema de ecuaciones de primer grado) (Sol: 18 kg del barniz de 3,50 y 32 kg del de 1,50)
- 51.** Hace un año la edad de un padre era tres veces mayor que la del hijo, pero dentro de 13 años no tendrá más que el doble. Hallar las edades de ambos. (Sol: 43 y 15 años)
- 52.** En una clase el 70% son chicos. Además, se sabe que hay 12 chicas menos que chicos. ¿Cuántas chicas y chicos hay? (Sol: 21 chicos y 9 chicas)
- 53.** Hace 5 años la edad de una persona era el triple de la de otra, y dentro de 5 años será el duplo. Hallar la edad de ambos. (Sol: 35 y 15 años)
- 54.** Con dos clases de café, de 9 €/kg y 12 €/kg, se quiere obtener una mezcla de 10 €/kg. Hallar la cantidad que hay que mezclar de cada clase para obtener 30 kg de mezcla. (Sol: 20 kg y 10 kg respectivamente)
- 55.** Un padre tiene 49 años y su hijo 11. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será el triple de la edad del hijo? (Sol: Dentro de 8 años)
- 56.** Un padre, preocupado por motivar a su hijo en Matemáticas, se compromete a darle 1 € por problema bien hecho, mientras que, si está mal, el hijo le devolverá 0,5 €. Después de realizar 60 problemas, el hijo ganó 30 €. ¿Cuántos problemas resolvió correctamente? (Ayuda: Plantear un SS.EE. de 1^{er} grado) (Sol: 40 problemas)
- 57.** Entre Juan y Pedro tienen 40 €, pero si Juan le diera 5 € a Pedro entonces éste tendría el triple que su amigo ¿Cuánto dinero tiene cada uno? (Sol: Juan 15 € y Pedro 25 €)
- 58.** En un garaje hay 15 vehículos entre coches y motos. Si hay en total 50 ruedas, ¿cuántos vehículos hay de cada tipo? (Sol: 10 coches y 5 motos)