

3. Proporcionalidad directa e inversa

CUESTIONES PARA ACLARARSE

3.57 De las siguientes tablas, determina cuál o cuáles representan algún tipo de proporcionalidad (directa o inversa). Justifica tu respuesta.

a)

x	5	10	15	20	25
y	1	2	3	4	5

c)

x	1	4	5	10	20
y	20	5	4	2	1

b)

x	2	3	4	3	2
y	1	2	3	4	5

d)

x	18	15	13	10	9
y	20	15	14	2	1

a) Proporcionalidad directa.

Si hacemos para cada una de las columnas el cociente $\frac{x}{y}$, nos da siempre 5.

b) Ningún tipo de proporcionalidad.

No existe proporcionalidad directa. Si hacemos el cociente de la primera columna, tendremos como constante de proporcionalidad 2, pero dicha constante no se conserva al hacer el cociente de la segunda columna, ya que $\frac{3}{2} = 1,5$.

Tampoco existe proporcionalidad inversa, basta fijarnos también en las dos primeras columnas para ello. La primera columna nos daría como constante de proporcionalidad 2, mientras que la segunda nos daría que la constante es 6.

c) Proporcionalidad inversa.

Si hacemos para cada una de las columnas el producto $x \cdot y$, nos da siempre 20.

d) Ningún tipo de proporcionalidad.

Basta fijarnos en las dos primeras columnas para ver que no existe una constante de proporcionalidad, ni en el caso de proporcionalidad directa, donde tenemos $\frac{18}{20} = 0,9$ y $\frac{15}{15} = 1$. Ni en el caso de proporcionalidad inversa, donde tenemos $18 \cdot 20 = 360$ y $15 \cdot 15 = 225$.

3.58 Pon tres ejemplos de magnitudes proporcionales directas. ¿A qué se llama constante de proporcionalidad directa?

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- Dinero para comprar libros y libros que puedo comprar.
- Volumen de un material y su peso.
- Altura de un árbol y la cantidad de madera que proporciona.

Se llama constante de proporcionalidad directa al cociente entre las dos magnitudes a tener en cuenta.

3.59 Pon tres ejemplos de magnitudes proporcionales inversas. ¿A qué se llama constante de proporcionalidad inversa?

Respuesta abierta. Por ejemplo:

- Alumnos que recogen el aula y tiempo empleado en recogerla.
- Ejercicios hechos y hojas en blanco en la libreta.
- Presión de un gas y volumen que ocupa (a temperatura constante).

Se llama constante de proporcionalidad inversa al producto de las dos magnitudes que se están considerando.

3. Proporcionalidad directa e inversa

- 3.60 En el campeonato escolar el equipo de 3.º de ESO del colegio jugó 50 partidos de los que ganó 20, perdió el 40 % y empató los restantes.

¿Ganó o perdió la mayoría de los partidos?

Veamos cuál es el porcentaje de partidos que ganó.

$$\frac{50 \cdot x}{100} = 20 \Rightarrow x = 40. \text{ Así que el porcentaje de partidos ganados es del } 40\%.$$

Ganó y perdió el mismo número de partidos.

- 3.61 Una mercancía se encareció un 10 % y luego se abarató también en un 10 %. ¿Cuándo vale menos, antes de encarecerla o después de abaratarla?

Sea x el precio inicial de la mercancía. Veamos qué ocurre tras las dos variaciones en el precio:

$$\left(x \left(1 + \frac{10}{100}\right)\right) \left(1 - \frac{10}{100}\right) = x \left(1 - \left(\frac{10}{100}\right)^2\right) = x \left(1 - \frac{1}{100}\right)$$

Así que el precio después de abaratarla es de $x \left(1 - \frac{1}{100}\right)$. La mercancía vale menos después de abaratarla.

- 3.62 El salario de Rubén en los últimos 4 años ha tenido las siguientes subidas: 2 %, 2 %, 2 % y 2 %. ¿Gana ahora un 8 % más que hace 4 años?

La subida de sueldo de Rubén es el resultado de añadirle a su sueldo, x , un 2 % cuatro veces.

$$\text{Luego } x \left(1 + \frac{2}{100}\right)^4 = x \cdot 1,0824 = x \left(1 + \frac{8,24}{100}\right). \text{ Después de 4 años gana un } 8,24\% \text{ más.}$$

- 3.63 ¿Cómo se reparte un número N en partes directamente proporcionales a los números a , b y c ?
Reparte 360 en partes directamente proporcionales a los números 2, 6 y 18.

Primero hallamos la constante de proporcionalidad que cumple lo siguiente:

$$a \cdot k + b \cdot k + c \cdot k = N$$

Una vez hallada la constante de proporcionalidad, la parte correspondiente a cada número se calcula multiplicando el número por la constante de proporcionalidad.

$$a \cdot k, b \cdot k, c \cdot k$$

Veamos ahora el reparto de 360 en partes proporcionales a 2, 6 y 18. Seguimos los pasos antes indicados.

$$\text{Primero calculamos la constante de proporcionalidad: } 2k + 6k + 18k = 360 \Rightarrow 26k = 360.$$

$$k = \frac{360}{26} = 13,846$$

Ahora calculamos la parte correspondiente a cada número. La parte que corresponde a 2 es $2 \cdot 13,846 = 27,692$. La parte correspondiente a 6 es 83,076. Y la parte proporcional a 18 es 249,228.

3. Proporcionalidad directa e inversa

3.64 ¿Cómo se reparte un número N en partes inversamente proporcionales a los números a , b y c ?
Reparte 360 en partes inversamente proporcionales a los números 2, 6 y 18.

Primero hallamos la constante de proporcionalidad que cumple lo siguiente:

$$\frac{1}{a} \cdot k + \frac{1}{b} \cdot k + \frac{1}{c} \cdot k = N$$

Una vez hallada la constante de proporcionalidad, la parte correspondiente a cada número la calculamos haciendo el producto del número por la constante de proporcionalidad.

$$\frac{1}{a} \cdot k, \frac{1}{b} \cdot k, \frac{1}{c} \cdot k$$

Veamos ahora el reparto de 360 en partes proporcionales a 2, 6 y 18. Seguimos los pasos antes indicados.

Primero calculamos la constante de proporcionalidad:

$$\frac{1}{2}k + \frac{1}{6}k + \frac{1}{18}k = 360 \Rightarrow \frac{13k}{18} = 360 \Rightarrow k = \frac{360 \cdot 18}{13} = 498,461$$

Ahora calculamos la parte correspondiente a cada número.

$$\text{La parte que corresponde a 2 es } \frac{1}{2} \cdot 498,461 = 249,230$$

La parte correspondiente a 6 es 83,076. Y la parte proporcional a 18 es 27,692.

3.65 ¿Es lo mismo repartir una cantidad en partes directamente proporcionales a 10, 15 y 20, que en partes directamente proporcionales a 2, 3 y 4?

Si repartimos x en 10, 15 y 20 partes directamente proporcionales y K es la constante de proporcionalidad, tenemos que:

$$10K + 15K + 20K = x$$

Si repartimos x en 2, 3 y 4 partes inversamente proporcionales y k es la constante de proporcionalidad, tenemos que: $2k + 3k + 4k = x$.

$$10K + 15K + 20K = 2k + 3k + 4k \Rightarrow 45K = 9k \Rightarrow 5K = k$$

Si sustituimos en la segunda ecuación el valor de k con relación al valor de K :

$$2 \cdot 5K + 3 \cdot 5K + 4 \cdot 5K = x \Rightarrow 10K + 15K + 20K = x$$

Por tanto, sí es lo mismo.