

Dada la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 3 & -4 & 2 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

calcula su inversa.

Utilizamos la fórmula: $A^{-1} = \frac{1}{|A|} [\text{Adj}(A)]^t$;

lo primero será calcular $|A|$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 3 & -4 & 2 \\ -3 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 8 - 72 = -64$$

Calculamos previamente la matriz Adjunta:

$$\text{Adj}(A) = \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} -4 & 2 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ -4 & 2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 0 & -12 \\ 0 & 16 & 0 \\ 24 & 16 & -4 \end{pmatrix}$$

Ahora calculamos su transpuesta: $[\text{Adj}(A)]^t = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 24 \\ 0 & 16 & 16 \\ -12 & 0 & -4 \end{pmatrix}$

$$\text{Luego } A^{-1} = \frac{1}{-64} \begin{pmatrix} 8 & 0 & 24 \\ 0 & 16 & 16 \\ -12 & 0 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{8} & 0 & -\frac{3}{8} \\ 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{3}{16} & 0 & \frac{1}{16} \end{pmatrix}$$

Alternativa de resolución: método de Gauss-Jordan:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 6 \\ 3 & -4 & 2 \\ -3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

1° y 2° $\begin{pmatrix} 1,2 \\ 1,3 \end{pmatrix}$
 3° $\begin{pmatrix} 2,3 \end{pmatrix}$
 4° $\begin{pmatrix} 2,1 \end{pmatrix}$
 5° y 6° $\begin{pmatrix} 3,2 \\ 3,1 \end{pmatrix}$

$$(A | I) \xrightarrow{\text{transformaciones elementales}} (I | A^{-1})$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -4 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow[\substack{F_2 - 3F_1 \\ F_3 + 3F_1}]{\substack{\text{Buscamos estos dos ceros}}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & -16 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 16 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 + F_3}$$

"suerte" $\rightarrow$ ahora buscamos este (el 5º cero).
 "suerte"

$$\xrightarrow{F_2 + F_3} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 6 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 16 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow[\substack{-6F_3}]{\substack{16F_1}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 16 & 0 & 96 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -96 & -18 & 0 & -6 \end{array} \right) \xrightarrow[\substack{-\frac{1}{6}F_3}]{\substack{F_1 + F_3}}$$

ahora buscamos el 6º cero
 (lo hacemos en dos pasos)

$$\xrightarrow[\substack{-\frac{1}{6}F_3}]{\substack{F_1 + F_3}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 16 & 0 & 0 & -2 & 0 & -6 \\ 0 & -4 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 16 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow[\substack{\frac{1}{16}F_3}]{\substack{\frac{1}{16}F_1 \\ -\frac{1}{4}F_2}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{8} & 0 & -\frac{3}{8} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{3}{16} & 0 & \frac{1}{16} \end{array} \right)$$

A^{-1}

la matriz inversa es $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1/8 & 0 & -3/8 \\ 0 & -1/4 & -1/4 \\ 3/16 & 0 & 1/16 \end{pmatrix}$