

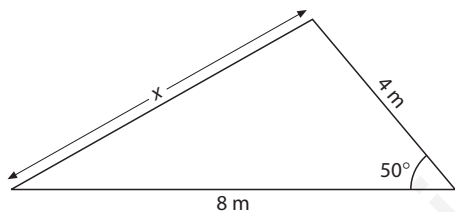
1 Si el ángulo α pertenece al segundo cuadrante y $\text{sen } \alpha = 1/3$:

- a) $\text{sen } 2\alpha = 2/3$
- b) $\text{sen } 2\alpha = -4\sqrt{2}/9$
- c) $\text{sen } 2\alpha = 4\sqrt{2}/9$

2 Sabiendo que $\text{tg } (\alpha + \beta) = 4$ y $\text{tg } \alpha = 2$:

- a) $\text{tg } \beta = 2/9$
- b) $\text{tg } \beta = 2$
- c) $\text{tg } \beta = 1/2$

3 En el triángulo de la figura, calcula x .

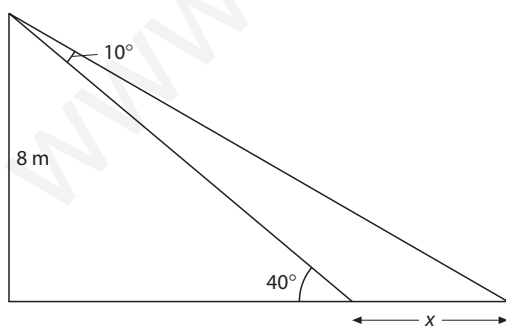


- a) $x = 4,77$ cm
- b) $x = 6,23$ cm
- c) $x = 11$ cm

4 En un triángulo $a = 8$, $c = 6$ y $C = 30^\circ$. Calcula A .

- a) $A \cong 41,81^\circ$
- b) $A \cong 41,81^\circ$ o $138,19^\circ$
- c) $A \cong 41,81^\circ$ o $48,19^\circ$

5 A partir de la figura, calcula x .



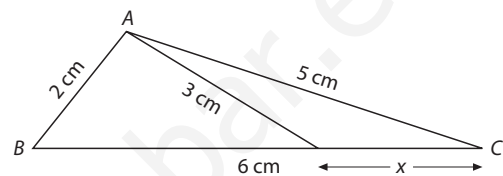
- a) $x \cong 1,79$ m
- b) $x \cong 6,71$ m
- c) $x \cong 4,32$ m

6 Al simplificar la expresión siguiente, se obtiene:

$$\frac{\text{sen } (\pi + \alpha) \cdot \cos 2\alpha}{\cos (3\pi/2 + \alpha) \cdot (1 - \cot^2 \alpha)}$$

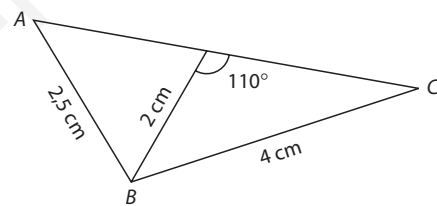
- a) $\text{sen}^2 \alpha$
- b) $\cos \alpha$
- c) $\text{tg } 2\alpha$

7 En el triángulo de la figura, calcula el valor de x en centímetros.



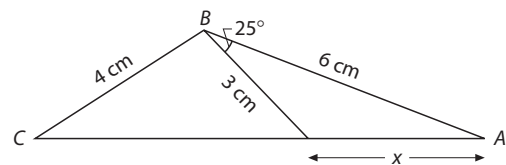
- a) $x \cong 1,7$ cm
- b) $x \cong 2,2$ cm
- c) $x \cong 1,5$ cm

8 En el triángulo de la figura, calcula el valor de AC en centímetros.



- a) $AC \cong 5,4$ cm
- b) $AC \cong 5,18$ cm
- c) $AC \cong 7,3$ cm

9 En el triángulo de la figura, calcula el valor de x en centímetros.



- a) $x = 3,52$ cm
- b) $x = 8,96$ cm
- c) $x = 2,23$ cm

10 Halla el valor de la siguiente diferencia de cosenos: $\cos 165^\circ - \cos 75^\circ$.

- a) $-\frac{\sqrt{6}}{2}$
- b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- c) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Solución

(Se indican con ► las respuestas correctas)

- 1** Si el ángulo α pertenece al segundo cuadrante y $\text{sen } \alpha = 1/3$:

a) $\text{sen } 2\alpha = 2/3$

► **b)** $\text{sen } 2\alpha = -4\sqrt{2}/9$

c) $\text{sen } 2\alpha = 4\sqrt{2}/9$

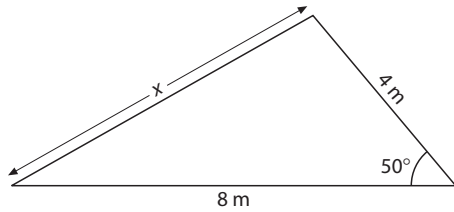
- 2** Sabiendo que $\text{tg } (\alpha + \beta) = 4$ y $\text{tg } \alpha = 2$:

► **a)** $\text{tg } \beta = 2/9$

b) $\text{tg } \beta = 2$

c) $\text{tg } \beta = 1/2$

- 3** En el triángulo de la figura, calcula x .



a) $x \cong 4,77$ cm ► **b)** $x \cong 6,23$ cm **c)** $x = 11$ cm

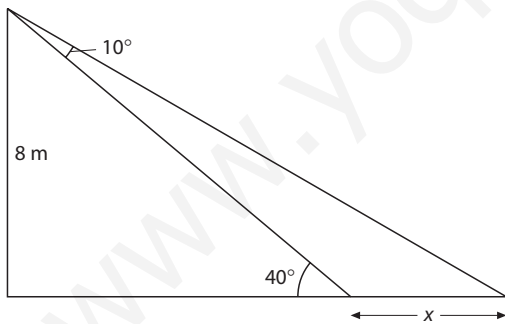
- 4** En un triángulo $a = 8$, $c = 6$ y $C = 30^\circ$. Calcula A .

a) $A \cong 41,81^\circ$

► **b)** $A \cong 41,81^\circ$ o $138,19^\circ$

c) $A \cong 41,81^\circ$ o $48,19^\circ$

- 5** A partir de la figura, calcula x .



a) $x \cong 1,79$ m **b)** $x \cong 6,71$ m ► **c)** $x \cong 4,32$ m

- 6** Al simplificar la expresión siguiente, se obtiene:

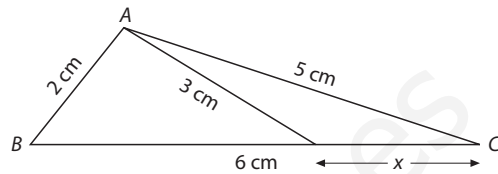
$$\frac{\text{sen } (\pi + \alpha) \cdot \cos 2\alpha}{\cos (3\pi/2 + \alpha) \cdot (1 - \cotg^2 \alpha)}$$

► **a)** $\text{sen}^2 \alpha$

b) $\cos \alpha$

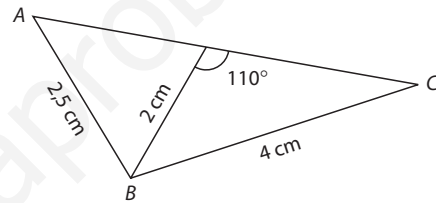
c) $\text{tg } 2\alpha$

- 7** En el triángulo de la figura, calcula el valor de x en centímetros.



a) $x \cong 1,7$ cm ► **b)** $x \cong 2,2$ cm **c)** $x \cong 1,5$ cm

- 8** En el triángulo de la figura, calcula el valor de AC en centímetros.

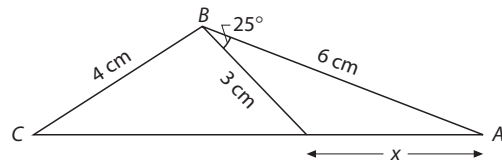


a) $AC \cong 5,4$ cm

► **b)** $AC \cong 5,18$ cm

c) $AC \cong 7,3$ cm

- 9** En el triángulo de la figura, calcula el valor de x en centímetros.



► **a)** $x = 3,52$ cm **b)** $x = 8,96$ cm **c)** $x = 2,23$ cm

- 10** Halla el valor de la siguiente diferencia de cosenos:
 $\cos 165^\circ - \cos 75^\circ$.

► **a)** $-\frac{\sqrt{6}}{2}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Resolución de triángulos

1 Escribe las expresiones para las razones trigonométricas de la suma de ángulos:

$$\text{sen } (\alpha + \beta) =$$

$$\text{cos } (\alpha + \beta) =$$

$$\text{tg } (\alpha + \beta) =$$

2 Escribe las expresiones para las razones trigonométricas del ángulo doble de un ángulo α

$$\text{sen } 2\alpha =$$

$$\text{cos } 2\alpha =$$

$$\text{tg } 2\alpha =$$

3 Deduce a partir de estas las expresiones para las razones trigonométricas del ángulo mitad de un ángulo α

$$\text{sen } \left(\frac{\alpha}{2}\right) =$$

$$\text{cos } \left(\frac{\alpha}{2}\right) =$$

$$\text{tg } \left(\frac{\alpha}{2}\right) =$$

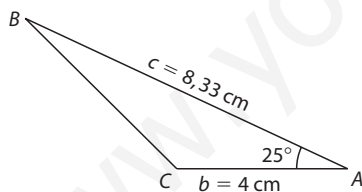
4 Si un ángulo α pertenece al tercer cuadrante, ¿cuál será el signo de las razones trigonométricas de su ángulo mitad? ¿Y si pertenece al segundo? ¿Y si pertenece al cuarto?

5 Enuncia el teorema del seno

6 Enuncia el teorema del coseno

Actividades complementarias

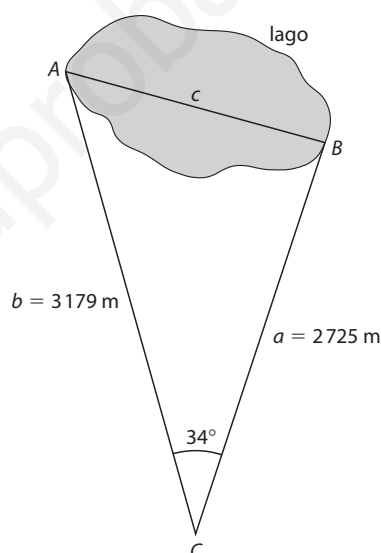
- 1 En el momento de marcar Brasil el último gol a Alemania, en la final de la Copa del Mundo de Corea-Japón, Ronaldo estaba situado a 15 m del poste izquierdo y a 14 m del derecho y veía la portería bajo un ángulo de 30° . Calcula la distancia del jugador a la línea de gol.
- 2 Calcula el perímetro de un pentágono regular inscrito en una circunferencia de 7,5 cm de radio.
- 3 Calcula los ángulos de un rombo sabiendo que sus diagonales miden 20 cm y 40 cm.
- 4 Si el ángulo central de una circunferencia es de $33^\circ 48'$ y su radio de 5 m, calcula la longitud de la cuerda y del arco de circunferencia que determina.
- 5 Dos coches salen del mismo punto en el mismo instante por dos carreteras que forman 45° . Si la velocidad de los coches es de 80 km/h, calcula qué distancia los separa al cabo de una hora y media.
- 6 Desde dos puntos A y B separados 500 metros se dirigen dos visuales a un avión. El observador situado en A ve el avión bajo un ángulo de 47° y el observador situado en B bajo un ángulo de 50° . ¿A qué altura vuela el avión? (A, B y el avión están en el mismo plano vertical).
- 7 En la figura siguiente, ¿cuánto vale BC?



- 8 Simplifica la siguiente expresión:

$$\frac{1 + \sec 2\alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha} - \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{\operatorname{sen}(\alpha - \beta)}$$

- 9 La resultante de dos fuerzas de 56 N y 23 N es 65 N.
 - a) ¿Qué ángulo forman las fuerzas?
 - b) ¿Qué ángulo crees que deberían formar para tener una resultante de 79 N?
- 10 Para calcular la anchura, AB, de un lago, se dirigen sendas visuales desde el punto C a A y a B. Sabiendo que las visuales forman un ángulo de 34° y observando los datos del dibujo, calcula la anchura del lago.



SOLUCIONES

1. Trigonometría II

- 1 Escribe las expresiones para las razones trigonométricas de la suma de ángulos.

$$\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta$$

$$\operatorname{cos}(\alpha + \beta) = \operatorname{cos} \alpha \cdot \cos \beta - \operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

- 2 Escribe las expresiones para las razones trigonométricas del ángulo doble de un ángulo α .

$$\operatorname{sen} 2\alpha = 2 \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\operatorname{cos} 2\alpha = \operatorname{cos}^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

- 3 Deduce a partir de estas, las expresiones para las razones trigonométricas del ángulo mitad de un ángulo α .

$$\operatorname{sen} \left(\frac{\alpha}{2} \right) = \sqrt{\frac{1 - \operatorname{cos} \alpha}{2}}$$

$$\operatorname{cos} \left(\frac{\alpha}{2} \right) = \sqrt{\frac{1 + \operatorname{cos} \alpha}{2}}$$

$$\operatorname{tg} \left(\frac{\alpha}{2} \right) = \sqrt{\frac{1 - \operatorname{cos} \alpha}{1 + \operatorname{cos} \alpha}}$$

- 4 Si un ángulo α pertenece al tercer cuadrante, ¿cuál será el signo de las razones trigonométricas de su ángulo mitad? ¿Y si pertenece al segundo? ¿Y si pertenece al cuarto? Si α pertenece al tercer cuadrante, $\alpha/2$ pertenece al segundo, por lo que el seno será positivo y el coseno y la tangente negativos. De manera análoga si α pertenece al segundo cuadrante, $\alpha/2$ pertenece al primero, por tanto, todas las razones son positivas. Si el ángulo α es del cuarto cuadrante, las razones trigonométricas de $\alpha/2$ serán negativas el seno y la tangente y positivo el coseno.

- 5 Enuncia el teorema del seno: en un triángulo cualquiera, las longitudes de los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} A} = \frac{b}{\operatorname{sen} B} = \frac{c}{\operatorname{sen} C}$$

- 6 Enuncia el teorema del coseno: en un triángulo cualquiera, un lado elevado al cuadrado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos menos el doble de su producto por el coseno del ángulo que forman.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \operatorname{cos} A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \operatorname{cos} B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \operatorname{cos} C$$

2. Actividades complementarias

- 1 $d \cong 13,9$ m
- 2 $P \cong 44,1$ cm
- 3 $\alpha \cong 126,87^\circ$ y $\beta \cong 53,13^\circ$
- 4 $l_{\text{cuerda}} \cong 2,91$ m, $l_{\text{arco}} \cong 2,95$ m
- 5 $d \cong 91,84$ km
- 6 El problema puede resolverse suponiendo que el avión está situado entre los dos observadores o fuera de la línea de unión de ambos.
caso a: $h \cong 282,23$ m
caso b: $h \cong 5352,43$ m
- 7 $BC \cong 5$ cm
- 8 $\operatorname{tg} \beta$
- 9 a) $77,44^\circ$, aproximadamente
b) 0°
- 10 $AB \cong 1779,93$ m