03703

EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA

1) Calcula las razones trigonométricas de los ángulos:
   a) 6360º
   b) $\frac{7\pi}{2}$

2) Sabiendo que $\cos\alpha = 0{,}8$ y $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, calcula:

a) $\cos(30º + \alpha) =$

b) $\cos\frac{\alpha}{2}$

3) Demuestra la igualdad:

$$\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha} + \frac{2sen\,\alpha}{tg\,2\alpha} = \cos\alpha$$

www.yoquieroaprobar.es

4) La base de un rectángulo mide 20 m y su altura 15 m. determina el ángulo que forman sus diagonales.

5) Resuelve el triángulo $\triangle ABC$, sabiendo que $a = 82,6cm,\ b = 115cm\ \ y\ \ \widehat{A} = 28,4^{o}$
Ten en cuenta que puede haber 0, 1 o 2 soluciones.

www.yoquieroaprobar.es

6) Resuelve las siguiente ecuaciones trigonométricas:

a) $5-7sen\,x-2\cos^2 x=0$

b) $sen\,2x-\sqrt{2}\cos x=0$

www.yoquieroaprobar.es

03703

SOLUCIONES

1) Calcula las razones trigonométricas de los ángulos:

a) $6360^{o} = 17 \cdot 360^{o} + 240^{o}$. Es decir, son 17 vueltas y 240º.

$$\begin{array}{l|l} 6360 & 360 \\ \hline 2760 & 17 \\ \boxed{240} & \end{array}$$

$sen\, 6360^{o} = sen\, 240^{o} = -sen\, 60^{o} = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$\cos 6360^{o} = \cos 240^{o} = \cos 60^{o} = \boxed{\frac{-1}{2}}$

$tg\, 6360^{o} = tg\, 240^{o} = tg\, 60^{o} = \boxed{\sqrt{3}}$

b) $\frac{7\pi}{2} = \frac{4\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = 2\pi + \frac{3\pi}{2}$. Es decir, 1 vuelta y 270º.

$sen \frac{7\pi}{2} = sen\, 270^{o} = \boxed{-1}$

$\cos \frac{7\pi}{2} = \cos 270^{o} = \boxed{0}$

$tg \frac{7\pi}{2} = tg\, 270^{o} \quad \nexists$

2) Sabiendo que $\cos\alpha = 0,8$ y $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, calcula:

$sen^2\alpha + 0,8^2 = 1 \Rightarrow sen\,\alpha = \sqrt{1-0,64} = \pm\sqrt{0,36} \Rightarrow sen\,\alpha = 0,6$

a) $\cos\left(30^{o}+\alpha\right) = \cos 30^{o} \cdot \cos\alpha - sen 30^{o} \cdot sen\,\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,8 - \frac{1}{2} \cdot 0,6 =$

$0,69 - 0,3 = \boxed{0,39}$

b) $\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1+0,8}{2}} = \sqrt{0,9} = \boxed{0,95}$

3) Demuestra la igualdad:

$$\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha} + \frac{2sen\,\alpha}{tg\, 2\alpha} = \cos\alpha$$

<u>Demostración:</u>

www.yoquieroaprobar.es

$$\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha}+\frac{2sen\,\alpha}{tg\,2\alpha}=\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha}+\frac{2sen\,\alpha}{\dfrac{sen\,2\alpha}{\cos 2\alpha}}=\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha}+\frac{2sen\,\alpha\cos 2\alpha}{sen\,2\alpha}=$$

$$=\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cancel{2}\,\cancel{sen\alpha}\left(\cos^2\alpha-sen^2\alpha\right)}{\cancel{2}\,\cancel{sen\alpha}\cos\alpha}=\frac{\cancel{sen^2\alpha}+\cos^2\alpha-\cancel{sen^2\alpha}}{\cos\alpha}=\cos\alpha$$

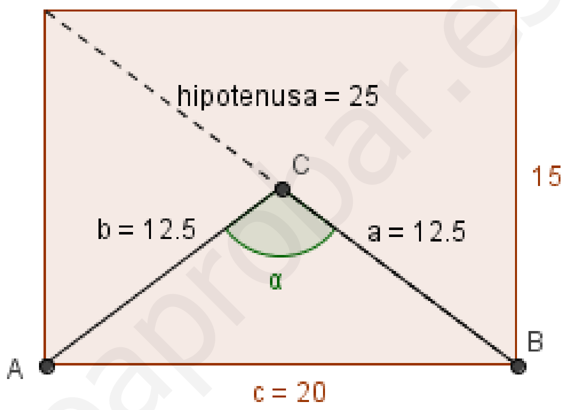
4) La base de un rectángulo mide 20 m y su altura 15 m. determina el ángulo que forman sus diagonales.

Solución:

Por Pitágoras hallamos la diagonal

$$h=\sqrt{20^2+15^2}=25m$$

Así que resolvemos el triángulo ABC



Por el Teorema del Coseno

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C\Rightarrow\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{12,5^2+12,5^2-20^2}{2\cdot 12,5\cdot 12,5}=-0,28$$

Por lo tanto $\widehat{C}=\arccos(-0,28)\Rightarrow\boxed{\alpha=106,26^{o}}$

5) Resuelve el triángulo $\triangle ABC$, sabiendo que $a=82,6cm,\ b=115cm\ \ y\ \ \widehat{A}=28,4^{o}$

Ten en cuenta que puede haber 0, 1 o 2 soluciones.

Solución:

Por el teorema del Seno:

$$\frac{a}{sen\widehat{A}}=\frac{b}{sen\widehat{B}}\Rightarrow\frac{82,6}{sen28,4^{o}}=\frac{115}{sen\widehat{B}}\Rightarrow sen\widehat{B}=\frac{115\cdot sen28,4^{o}}{82,6}=0,66\Rightarrow$$

$$\widehat{B}=arcsen\,0,66=\begin{cases}\boxed{\widehat{B}_1=41,3^{o}}\\ 180^{o}-41,3^{o}=\boxed{\widehat{B}_2=138,7^{o}}\end{cases}Dos\ \ posibles\ \ soluciones$$

- Si $\widehat{B}=41,3^{o}\Rightarrow\widehat{C}=180^{o}-28,4^{o}-41,3^{o}=110,3^{o}$

Por el teorema del Seno:

$$\frac{a}{sen\widehat{A}}=\frac{c}{sen\widehat{C}}\Rightarrow\frac{82,6}{sen28,4^{o}}=\frac{c}{sen110,3}\Rightarrow c=\frac{82,6\cdot sen110,3^{o}}{sen28,4^{o}}=162,88cm$$

www.yoquieroaprobar.es

- Si $\widehat{B}=41,3^{\circ} \Rightarrow \boxed{\widehat{C}=180^{\circ}-28,4^{\circ}-138,7^{\circ}=12,9^{\circ}}$

Por el teorema del Seno:

$$\frac{a}{sen\widehat{A}}=\frac{c}{sen\widehat{C}} \Rightarrow \frac{82,6}{sen28,4^{\circ}}=\frac{c}{sen12,9} \Rightarrow \boxed{c=\frac{82,6\cdot sen12,9^{\circ}}{sen28,4^{\circ}}=38,77\,cm}$$

6) Resuelve las siguiente ecuaciones trigonométricas:

a) $5-7sen\,x-2\cos^2 x=0$

$$5-7sen\,x-2\left(1-sen^2 x\right)=0 \Rightarrow 5-7senx-2+2sen^2 x=0 \Rightarrow 2sen^2 x-7senx+3=0$$

$$senx=\frac{7\pm\sqrt{49-24}}{4}=\frac{7\pm\sqrt{25}}{4}=\begin{cases}3\\ \dfrac{1}{2}\end{cases}$$

Entonces:

$$\boxed{\begin{cases}x=30^{\circ}+360^{\circ}k\\ x=150^{\circ}+360^{\circ}k\end{cases} \quad \forall k\in\mathbb{Z}}$$

b) $sen\,2x-\sqrt{2}\cos x=0$

$$2senx\cos x-\sqrt{2}\cos x=0$$

$$\cos x\left(2senx-\sqrt{2}\right)=0$$

$$\cos x\left(2senx-\sqrt{2}\right)=0 \Rightarrow \begin{cases}\cos x=0 \Rightarrow \boxed{x=90^{\circ}+180^{\circ}k} & \forall k\in\mathbb{Z}\\ 2senx-\sqrt{2}=0 \Rightarrow senx=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{\begin{cases}x=45^{\circ}+360^{\circ}k\\ x=135^{\circ}+360^{\circ}k\end{cases}}\end{cases}$$

www.yoquieroaprobar.es