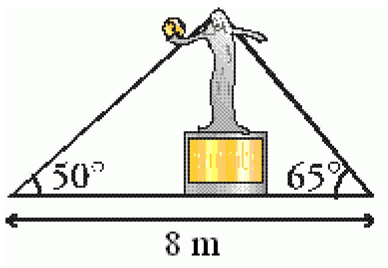
Examen de Trigonometría

1) Dos amigos se encuentran situados cada uno a un lado de una estatua, como muestra la figura:



a) ¿Cuál es la altura de la estatua?
b) ¿A qué distancia de la estatua está cada uno de los amigos?

2) Resuelve los siguientes triángulos:
a) a = 4 cm, b = 9,5 cm, C = 50º.
b) a = 12,6 cm, b = 26,4 cm, B = 124º 34'.

3) Si tg a = 2/3 y 0º < a < 90º
a) sen a
b) tg (90º – a)
c) cos (180º + a)
d) tg (360º – a)

4) Si sen 24° = 0,4 y sen 53° = 0,8, halla cos 24° y cos 53°.
Calcula, a partir de ellas, sen 29°, cos 77° y tg 12º, utilizando las fórmulas de la suma y la diferencia de ángulos y el ángulo mitad.

5) Deduce la fórmula de tg 2a a partir de las fórmulas de la suma de ángulos.
Demuestra: cos (x + p/3) – cos (x + 2p/3) = cos x

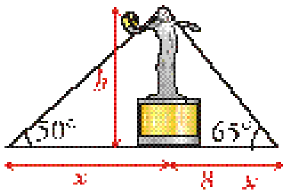
6) Halla todos los ángulos que cumplen:
a) sen (x + 45º) + sen (x – 45º) = 1.
b) cos x sen 2x – sen x = 0.

03702

SOLUCIONES

1

$$\left.\begin{array}{l} tg50^\circ = \dfrac{h}{x} \\ tg65^\circ = \dfrac{h}{8-x} \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x\,tg50^\circ = h \\ (8-x)\,tg65^\circ = h \end{array}\right\}$$



$$x\,tg50^\circ = (8-x)\,tg65^\circ$$

$$x\,tg50^\circ = 8\,tg65^\circ - x\,tg65^\circ$$

$$x\,tg50^\circ + x\,tg65^\circ = 8\,tg65^\circ \rightarrow x(tg50^\circ + tg65^\circ) = 8\,tg65^\circ$$

$$x = \frac{8\,tg65^\circ}{tg50^\circ + tg65^\circ} = 5{,}14 \text{ m}$$

$$h = x\,tg50^\circ = \frac{8\,tg65^\circ\,tg50^\circ}{tg50^\circ + tg65^\circ} = 6{,}13 \text{ m}$$

La altura de la estatua es de 6,13 m
Uno de los amigos está a 5,14 m y el otro a 8 – 5,14 = 2,86 m

2

Hallamos el lado c por el teorema del coseno

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2\cdot a\cdot b\cdot cos\,\hat{C}$$

$$c^2 = 4^2 + 9{,}5^2 - 2\cdot 4\cdot 9{,}5\cdot cos\,50^\circ \rightarrow c = 7{,}58 \text{ m}$$

Como conocemos los tres lados la solución es única
Hallamos el ángulo $\hat{A}$:

$$\frac{a}{sen\,\hat{A}} = \frac{c}{sen\,\hat{C}} \rightarrow \frac{4}{sen\,\hat{A}} = \frac{7{,}58}{sen\,50^\circ}$$

$$sen\,\hat{A} = 0{,}404 \rightarrow \begin{array}{l} \hat{A} = 23^\circ\ 50'\ 38'' \\ \hat{A} = 156^\circ\ 9'\ 22'' \end{array}$$

Sólo es válida la primera solución, por lo tanto

$$\hat{B} = 180^\circ - (23^\circ\ 50'\ 38'' + 50^\circ) = 106^\circ\ 9'\ 22''$$

3

$$1 + tg^2 a = \frac{1}{cos^2 a} \rightarrow 1 + \frac{4}{9} = \frac{1}{cos^2 a} \rightarrow \frac{13}{9} = \frac{1}{cos^2 a} \rightarrow cos^2 a = \frac{9}{13}$$

a) $sen^2 a + cos^2 a = 1 \rightarrow sen^2 a = 1 - \dfrac{9}{13} = \dfrac{4}{13} \rightarrow sen\,a = \sqrt{\dfrac{4}{13}} = 0{,}5547$

b) $tg(90^\circ - a) = \dfrac{sen(90^\circ - a)}{cos(90^\circ - a)} = \dfrac{cos\,a}{sen\,a} = \dfrac{1}{tg\,a} = \dfrac{3}{2}$

c) $cos(180 + a) = -\,cos\,a = -\,0{,}8321$

d) $tg(360^\circ - a) = -\,tg\,a = -\,2/3$

03702

4

$$sen^2\alpha + cos^2\alpha = 1$$

$$cos\,24° = \sqrt{1 - sen^2\,24°} = \sqrt{1 - 0{,}4^2} = 0{,}9165$$

$$cos\,53° = \sqrt{1 - sen^2\,53°} = \sqrt{1 - 0{,}8^2} = 0{,}6$$

$$sen\,29° = sen\,(53° - 24°) = sen\,53° \cdot cos\,24° - cos\,53° \cdot sen\,24° =$$
$$= 0{,}8 \cdot 0{,}9165 - 0{,}6 \cdot 0{,}4 = 0{,}4932$$

$$cos\,77° = cos\,(24° + 53°) = cos\,24° \cdot cos\,53° - sen\,24° \cdot sen\,53° =$$
$$= 0{,}9165 \cdot 0{,}6 - 0{,}4 \cdot 0{,}8 = 0{,}2299$$

$$tg\,12° = tg\,\frac{24°}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - cos\,24°}{1 + cos\,24°}} = +0{,}2087$$

5

$$cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) = cos\,x$$

$$cos\,x\,cos\,\frac{\pi}{3} - sen\,x\,sen\,\frac{\pi}{3} - cos\,x\,cos\,\frac{2\pi}{3} + sen\,x\,sen\,\frac{2\pi}{3} = cos\,x$$

$$\frac{1}{2}cos\,x - \frac{\sqrt{3}}{2}sen\,x - \frac{-1}{2}cos\,x + \frac{\sqrt{3}}{2}sen\,x = cos\,x$$

$$\frac{cos\,x}{2} + \frac{cos\,x}{2} = cos\,x$$

6

a) $sen\,(x + 45°) + sen\,(x - 45°) = 1$

$$sen\,x\,cos\,45° + cos\,x\,sen\,45° + sen\,x\,cos\,45° - cos\,x\,sen\,45° = 1$$

$$2\,sen\,x\,cos\,45° = 1$$

$$2\,sen\,x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$$

$$sen\,x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \boxed{\begin{array}{l} x = 45° + 360°\cdot k \\ x = 135° + 360°\cdot k \end{array}}$$

b) $cos\,x\;2\,sen\,x\,cos\,x - sen\,x = 0$

$$2\,sen\,x\,cos^2\,x - sen\,x = 0$$

$$sen\,x\,(2\,cos^2\,x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} sen\,x = 0 \;\longrightarrow\; \begin{cases} x = 0° + 360°\cdot k \\ x = 180° + 360°\cdot k \end{cases} \\[2em] cos^2 x = \dfrac{1}{2} \;\longrightarrow\; cos\,x = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{2} \quad \begin{cases} x = 45° + 360°\cdot k \\ x = 135° + 360°\cdot k \\ x = 225° + 360°\cdot k \\ x = 315° + 360°\cdot k \end{cases} \end{cases}$$