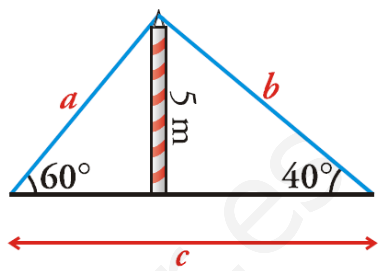
1º BACHILLERATO: MATEMÁTICAS I
TRIGONOMETRÍA

*NOMBRE:*____

1. **Un mástil de 5 metros se ha sujetado al suelo con un cable como muestra la figura: (1.5p)**

Halla el valor de *c* y la longitud del cable.



2. **Dos de los lados, a y b, de una finca de forma triangular miden 20 m y 15 m, respectivamente. El ángulo comprendido entre estos dos lados es de 70º. Si deseáramos vallar la finca, ¿cuántos metros de valla necesitaríamos? (1p)**

Si el metro lineal de valla cuesta 20 €, ¿tendremos suficiente con 1000 €? Razona tu respuesta. (0.5p)

3. **a) Demuestra que: tg (45º + α) - tg (45º - α) = 2 tg 2α (1p)**

b) Demuestra la identidad: $\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha} + \frac{2sen\,\alpha}{tg\,2\alpha} = \cos\alpha$ **(1p)**

4. **a) Sabiendo que el ángulo a está en el cuarto cuadrante (270° < a < 360°) y que tg a = - 0,92. Calcula (sin calcular a) sen a y cos a. (1p)**

5. **Resuelve el siguiente sistema dando las soluciones correspondientes al primer cuadrante, en radianes. (2p)**

$$\begin{cases} x + y = 120^\circ \\ \text{sen } x - \text{sen } y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

6. **Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica: (2 p)**

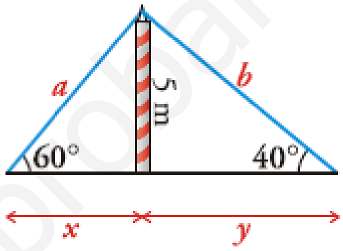
$$sen2x + \cos 2x - 1 = \cos x - 2sen^2x$$

SOLUCIONES

1. Un mástil de 5 metros se ha sujetado al suelo con un cable como muestra la figura: (1.5p)

Halla el valor de *c* y la longitud del cable.

Solución:



$$sen\,60° = \frac{5}{a} \quad \rightarrow \quad a = \frac{5}{sen\,60°} = 5,77 \text{ m}$$

$$tg\,60° = \frac{5}{x} \quad \rightarrow \quad x = \frac{5}{tg\,60°} = 2,89 \text{ m}$$

Por otra parte, si consideramos el otro triángulo:

$$sen\,40° = \frac{5}{b} \quad \rightarrow \quad b = \frac{5}{sen\,40°} = 7,78 \text{ m}$$

$$tg\,40° = \frac{5}{y} \quad \rightarrow \quad y = \frac{5}{tg\,40°} = 5,96 \text{ m}$$

Por tanto:

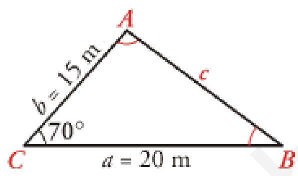
La longitud del cable es a + b = 5,77 + 7,78 = 13,55 metros.
El valor de c es x + y = 2,89 + 5,96 = 8,85 metros.

2 **Dos de los lados, a y b, de una finca de forma triangular miden 20 m y 15 m, respectivamente. El ángulo comprendido entre estos dos lados es de 70º. Si deseáramos vallar la finca, ¿cuántos metros de valla necesitaríamos? (1p)**

Si el metro lineal de valla cuesta 20 €, ¿tendremos suficiente con 1000 €? Razona tu respuesta. (0.5p)

Solución:

Hallamos el lado c aplicando el teorema del coseno:



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\hat{C}$$

$$c^2 = 20^2 + 15^2 - 2\cdot 20\cdot 15\cdot \cos\hat{C}$$
$$c^2 = 400 + 225 - 600\cdot \cos 70^\circ$$
$$c^2 = 400 + 225 - 205{,}21$$
$$c^2 = 419{,}79 \quad \rightarrow \quad c = 20{,}49 \text{ m}$$

Los metros de valla necesarios serían:

$$a + b + c = 20 + 15 + 20{,}49 = 55{,}49 \text{ m}$$

Con 1000 euros tendríamos para 1000 euros : 20 euros/m = 50 metros. Como nuestra finca tiene 55,49 m, no podremos vallarla de momento, hasta que no reunamos más dinero.

3 ***a)***

2. Demuestra que: tg (45º + α) - tg (45º - α) = 2 tg 2α (1p)

Solución:

Desarrollamos el primer miembro:

$$\operatorname{tg}(45^\circ + \alpha) = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ + \operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg}\alpha} = \frac{1 + \operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}\alpha}$$
$$\operatorname{tg}(45^\circ - \alpha) = \frac{\operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{tg}\alpha} = \frac{1 - \operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{tg}\alpha}$$

Realizamos la resta, reduciendo previamente a común denominador. Posteriormente, simplificamos y queda:

$$\frac{4\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha} = 2\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha} = 2\operatorname{tg} 2\alpha$$

Que es igual al segundo miembro.

b) Demuestra

$$\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha}+\frac{2sen\alpha}{tg2\alpha}=\cos\alpha$$

<u>Demostración:</u>

$$\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha}+\frac{2sen\alpha}{tg2\alpha}=\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha}+\frac{2sen\alpha}{\frac{sen2\alpha}{\cos2\alpha}}=\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha}+\frac{2sen\alpha\cos2\alpha}{sen2\alpha}=$$

$$=\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cancel{2}\,\cancel{sen\alpha}\left(\cos^2\alpha-sen^2\alpha\right)}{\cancel{2}\,\cancel{sen\alpha}\cos\alpha}=\frac{\cancel{sen^2\alpha}+\cos^2\alpha-\cancel{sen^2\alpha}}{\cos\alpha}=\cos\alpha$$

5 Resuelve el siguiente sistema dando las soluciones correspondientes al primer cuadrante, en radianes. (2p)

$$\begin{cases} \mathbf{x + y = 120^o} \\ \mathbf{sen\ x - sen\ y = ½} \end{cases}$$

Solución:

De la segunda ecuación obtenemos que:

$$2\cdot\cos\frac{x+y}{2}\cdot sen\frac{x-y}{2}=\frac{1}{2}$$

Como:

$$x+y=120°\rightarrow 2\cos60° sen\frac{x-y}{2}=\frac{1}{2}\rightarrow 2\cdot\frac{1}{2}sen\frac{x-y}{2}=\frac{1}{2}\rightarrow sen\frac{x-y}{2}=\frac{1}{2}\rightarrow$$

$$\frac{x-y}{2}=30°\rightarrow x-y=60°$$

De este modo, obtenemos que:

$$\begin{cases} x+y=120° \\ x-y=60° \end{cases}$$

Aplicando el método de reducción, obtenemos que:

Sumando ambas ecuaciones: 2x = 180° y por tanto, x = 90º e y = 30º

6. **Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica: (2 p)**

$$sen2x + cos\ 2x - 1 = cos\ x - 2sen^2x$$

Solución:

a)

$$sen\,2x + cos\,2x - 1 = cos\,x - 2sen^2\,x$$
$$2sen\,x\,cos\,x + cos^2\,x - sen^2\,x - 1 = cos\,x - 2sen^2\,x$$
$$2sen\,x\,cos\,x + cos^2\,x - sen^2\,x - 1 - cos\,x + 2sen^2\,x = 0$$
$$2sen\,x\,cos\,x + cos^2\,x + sen^2\,x - 1 - cos\,x = 0$$
$$2sen\,x\,cos\,x + 1 - 1 - cos\,x = 0$$

$$2sen\,x\,cos\,x - cos\,x = 0$$
$$cos\,x(2sen\,x - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 90° + 360° k \\ x = 270° + 360° k \end{cases} \\ 2\,\text{sen}\,x - 1 = 0 \rightarrow \text{sen}\,x = \dfrac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 30° + 360° k \\ x = 150° + 360° k \end{cases} \end{cases} \quad \text{siendo } k \in \mathbf{Z}$$