Examen de trigonometría y complejos 1º bachillerato

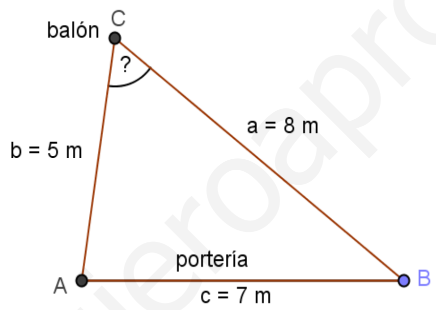
1. (0,5 puntos) Escribe verdadero o falso
   a. sen 40º + sen 15º = sen $\frac{55^\circ}{2} \cos \frac{25^\circ}{2}$ falso

      sen 40º + sen 15º = 2 sen $\frac{55^\circ}{2} \cos \frac{25^\circ}{2}$

   b. $sen\ x = \sqrt{\frac{1-\cos 2x}{2}}$ falso

      $sen\ x = \pm\sqrt{\frac{1-\cos 2x}{2}}$

2. (1,5 puntos) En un entrenamiento de fútbol se coloca el balón en un punto situado a 5 m y 8 m de cada uno de los postes de la portería, cuyo ancho es de 7 m . ¿Bajo qué ángulo se ve la portería desde ese punto?



Por teorema del coseno $7^2 = 8^2 + 5^2 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot \cos \hat{c}$

$49 = 64 + 25 - 80 \cdot \cos \hat{c}$

$49 = 89 - 80 \cdot \cos\ \hat{}$

$80 \cdot \cos \hat{c} = 89 - 49$

$\cos \hat{c} = \frac{89-49}{80} = \frac{1}{2}$; $\hat{C} = \text{arc}\ \cos \frac{1}{2} = 60^\circ$

3. (1,5 puntos) Resuelve la ecuación: $sen\ 3x - sen\ x = \cos 2x$

$2 \cos \frac{3x+x}{2}\ sen \frac{3x-x}{2} = \cos 2x$; $2 \cos \frac{4x}{2}\ sen \frac{2x}{2} = \cos 2x$

$2 \cos \frac{4x}{2}\ sen \frac{2x}{2} = \cos 2x$; $2 \cos 2x\ \ sen\ x = \cos 2x$

$2 \cos 2x\ \ sen\ x - \cos 2x = 0$; $\cos 2x\ (\ 2sen\ x - 1) = 0$

$$\cos 2x\,(2sen\,x-1)=0\begin{cases} cos2x=0\rightarrow\begin{cases}2x=\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\\ 2x=\dfrac{3\pi}{2}+2k\pi\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\dfrac{3\pi}{4}+k\pi\end{cases}\\ 2senx-1=0;\ sen\,x=\dfrac{1}{2}\rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{\pi}{6}+2k\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+2k\pi\end{cases}\end{cases}$$

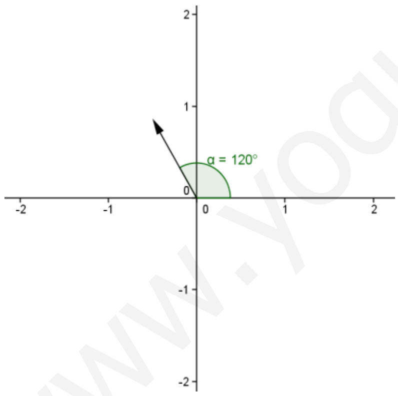
4. (1 punto) Determinar k para que el cociente $\frac{k+i}{1+i}=2-i$

$$\frac{k+i}{1+i}=\frac{(k+i).(1-i)}{(1+i).(1-i)}=\frac{k-ki+i-i^2}{1^2-i^2}=\frac{k-i^2+i-ki}{1+1}=\frac{k+1+(1-k)i}{2}=\frac{k+1}{2}+\frac{1-k}{2}i$$

$$\frac{k+1}{2}+\frac{1-k}{2}i=2-i\rightarrow\begin{cases}parte\ real\ =parte\ real\\ parte\ imaginaria\ =parte\ imaginaria\end{cases}\rightarrow\begin{cases}\dfrac{k+1}{2}=2\\ \dfrac{1-k}{2}=-1\end{cases}$$

$$\rightarrow\begin{cases}\dfrac{k+1}{2}=2\rightarrow k+1=4;\ k=3\\ \dfrac{1-k}{2}=-1;\,1-k=-2;\ k=3\end{cases}$$

5. (1,5 puntos)Dado el número complejo $z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ se pide:



a. Expresarlo en forma polar

$$\text{Módulo}=\sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}=1$$

$$\text{Argumento: } tg\alpha=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}}=-\sqrt{3};\ \alpha\in 2^{\underline{o}}\ cuad$$

$$\alpha=120^{\circ}$$

$$Z=1_{120^{\circ}}$$

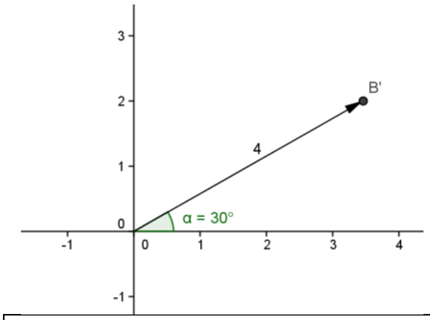
b. Probar que: $\frac{1}{z}=z^2$

$$\frac{1}{z}=\frac{1_{0^{\circ}}}{1_{120^{\circ}}}=1_{-120^{\circ}}=1_{240^{\circ}}$$

$$z^2=1_{240}$$

lo que demuestra que se cumple la igualdad dada

6. (2 puntos) Calcular: $\sqrt[4]{2\sqrt{3}+2i}$ y representa las soluciones



módulo = $\sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = \sqrt{16} = 4$

argumento: $tg\alpha = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $\alpha = 30^\circ$

<table>
<tr><td rowspan="4">$\sqrt[4]{2\sqrt{3}+2i}$ =</td><td>k =0</td><td>$\sqrt{2}_{\frac{30^\circ+360^\circ k}{4}} = \sqrt{2}_{7,5^\circ}$</td></tr>
<tr><td>k = 1</td><td>$\sqrt{2}_{\frac{30^\circ+360^\circ k}{4}} = \sqrt{2}_{97,5^\circ}$</td></tr>
<tr><td>k = 2</td><td>$\sqrt{2}_{\frac{30^\circ+360^\circ k}{4}} = \sqrt{2}_{187,5^\circ}$</td></tr>
<tr><td>k = 3</td><td>$\sqrt{2}_{\frac{30^\circ+360^\circ k}{4}} = \sqrt{2}_{277,5^\circ}$</td></tr>
</table>