

Septiembre de 2006

OPCIÓN A

1.A.- Calcular $\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 2x}$

$$I = \int \frac{dx}{x^2 + 2x} = \int \frac{dx}{(x+2)x} = \int \frac{-\frac{1}{2}}{x+2} dx + \int \frac{\frac{1}{2}}{x} dx = -\frac{1}{2} \int \frac{1}{x+2} dx + \frac{1}{2} \int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{2} \int \frac{1}{t} dt + \frac{1}{2} \cdot \ln |x|$$

$$x+2 = t \Rightarrow dx = dt$$

$$\frac{A}{x+2} + \frac{B}{x} = \frac{1}{(x+2)x} \Rightarrow Ax + B(x+2) = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \Rightarrow A(-2) + B(-2+2) = 1 \Rightarrow -2A = 1 \Rightarrow A = -\frac{1}{2} \\ x = 0 \Rightarrow A(0) + B(0+2) = 1 \Rightarrow 2B = 1 \Rightarrow B = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$I = -\frac{1}{2} \cdot \ln |t| + \frac{1}{2} \cdot \ln |x| = -\frac{1}{2} \cdot \ln |x+2| + \frac{1}{2} \cdot \ln |x| = \frac{1}{2} \cdot (\ln |x| - \ln |x+2|) = \frac{1}{2} \cdot \ln \left| \frac{x}{x+2} \right| = \ln \left| \sqrt{\frac{x}{x+2}} \right| + K$$

$$\int_1^2 \frac{dx}{x^2 + 2x} = \left[\ln \left| \sqrt{\frac{x}{x+2}} \right| \right]_1^2 = \left(\ln \left| \sqrt{\frac{2}{2+2}} \right| - \ln \left| \sqrt{\frac{1}{1+2}} \right| \right) = \left(\ln \left| \sqrt{\frac{1}{2}} \right| - \ln \left| \sqrt{\frac{1}{3}} \right| \right) = \ln \sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}}} = \ln \sqrt{\frac{3}{2}}$$

2.A.- a) Calcular los valores de **a** y **b** para que la función:
$$\begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 2a \cdot \cos x & \text{si } 0 \leq x < \pi \\ ax^2 + b & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$$

sea continua para todo valor de **x**

b) Estudiar la derivabilidad de **f(x)** para los valores de **a** y **b** hallados en el apartado anterior

a)

$$\text{Continuidad} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3 \cdot 0 + 2 = 2 \\ f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0^2 + 2a \cdot \cos 0 = 2a \cdot 1 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \\ f(\pi) = \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = \pi^2 + 2 \cdot 1 \cdot \cos \pi = \pi^2 + 2 \cdot (-1) = \pi^2 - 2. \\ \lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) = 1 \cdot \pi^2 + b = \pi^2 + b \Rightarrow \pi^2 - 2 = \pi^2 + b \Rightarrow b = -2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 2 \cos x & \text{si } 0 \leq x < \pi \\ x^2 - 2 & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$$

b)

$$f'(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } x < 0 \\ 2x - 2 \operatorname{sen} x & \text{si } 0 \leq x < \pi \\ 2x & \text{si } x \geq \pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(0^-) = 3 \\ f'(0^+) = 2 \cdot 0 - 2 \cdot \operatorname{sen} 0 = 0 - 2 \cdot 0 = 0 \Rightarrow 3 \neq 0 \Rightarrow \text{No es derivable} \\ f'(\pi^-) = 2 \cdot \pi - 2 \cdot \operatorname{sen} \pi = 2\pi - 2 \cdot 0 = 2\pi \\ f'(\pi^+) = 2 \cdot \pi \Rightarrow 2\pi = 2\pi \Rightarrow \text{Es derivable} \end{cases}$$

No es derivable en $x = 0$

Es derivable en $x = \pi$

3.A.- Dada las matrices : $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{pmatrix}$, $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Comprobar que $\det(A^2) = \{\det(A)\}^2$ y que $\det(A + I) = \det(A) + \det(I)$

b) Sea M una matriz cuadrada de orden 2. ¿Se puede asegurar que $\det(M^2) = \{\det(M)\}^2$?
Razona la respuesta

c) Encontrar todas las matrices cuadradas M , de orden 2, tales que: $\det(M + I) = \det(M) + \det(I)$

a)

$$\left\{ \begin{array}{l} \det(A) = |A| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{vmatrix} = -9 + 8 = -1 \Rightarrow |A|^2 = (-1)^2 = 1 \\ A^2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow |A^2| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \Rightarrow |A^2| = |A|^2 \\ A + I = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -8 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow |A + I| = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -8 & -2 \end{vmatrix} = -8 + 8 = 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} |A| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -3 \end{vmatrix} = -9 + 8 = -1 \\ |I| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \end{array} \right. \Rightarrow |A + I| = |A| + |I| \\ \Rightarrow |A| + |I| = -1 + 1 = 0 \end{array} \right.$$

b)

$$\left\{ \begin{array}{l} M^2 = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 + bc & ab + bd \\ ac + cd & bc + d^2 \end{pmatrix} \Rightarrow |M^2| = \begin{vmatrix} a^2 + bc & ab + bd \\ ac + cd & bc + d^2 \end{vmatrix} \Rightarrow \\ |M| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc \Rightarrow |M|^2 = (ad - bc)^2 \\ |M^2| = (a^2 + bc)(bc + d^2) - (ab + bd)(ac + cd) = \\ |M|^2 = (ad - bc)^2 = a^2d^2 + b^2c^2 - 2abcd \Rightarrow \\ |M^2| = a^2bc + a^2d^2 + b^2c^2 + bcd^2 - a^2bc - abcd - abcd - bcd^2 = a^2d^2 + b^2c^2 - 2abcd \Rightarrow \\ |M|^2 = (ad - bc)^2 = a^2d^2 + b^2c^2 - 2abcd \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$|M^2| = |M|^2 \Rightarrow \text{Para cualquier valor}$$

Continuación del problema 3.A.-

c)

$$\left\{ \begin{array}{l} M + I = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1 & b \\ c & d+1 \end{pmatrix} \Rightarrow |M + I| = (a+1)(d+1) - bc = ad + a + d - bc \\ |M| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc \\ |I| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \end{array} \right. \Rightarrow |M| + |I| = ad - bc + 1 \Rightarrow$$

$$ad + a + d - bc = ad - bc + 1 \Rightarrow a + d = 1 \Rightarrow d = a - 1 \Rightarrow M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & a-1 \end{pmatrix} \Rightarrow \forall a, b, c \in \mathfrak{R}$$

4.A.- Se consideran los puntos $\mathbf{A}(0, 1, 0)$ y $\mathbf{B}(1, 0, 1)$. Se pide:

a) Escribir la ecuación que deben de verificar los puntos $\mathbf{X}(x, y, z)$ que equidistan de \mathbf{A} y \mathbf{B}

b) Determinar la ecuación que verifican los puntos $\mathbf{X}(x, y, z)$ cuya distancia a \mathbf{A} es igual a la distancia de \mathbf{A} a \mathbf{B}

c) Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta formada por los puntos $\mathbf{C}(x, y, z)$ del plano $\mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z} = 3$ tales que el triángulo \mathbf{ABC} es rectángulo con el ángulo recto en el punto \mathbf{A}

a)

$$\begin{cases} \overrightarrow{AX} = (x, y, z) - (0, 1, 0) = (x, y-1, z) \\ \overrightarrow{BX} = (x, y, z) - (1, 0, 1) = (x-1, y, z-1) \end{cases} \Rightarrow |\overrightarrow{AX}| = |\overrightarrow{BX}| \Rightarrow$$

$$\sqrt{x^2 + (y-1)^2 + z^2} = \pm \sqrt{(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2} \Rightarrow x^2 + (y-1)^2 + z^2 = (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 \Rightarrow$$

$$x^2 + y^2 + 1 - 2y + z^2 = x^2 + 1 - 2x + y^2 + z^2 + 1 - 2z \Rightarrow 1 - 2y = 1 - 2x + 1 - 2z \Rightarrow$$

$$\pi \equiv 2x - 2y + 2z - 1 = 0$$

b)

$$\begin{cases} \overrightarrow{AX} = (x, y-1, z) \\ \overrightarrow{AB} = (1, 0, 1) - (0, 1, 0) = (1, -1, 1) \end{cases} \Rightarrow |\overrightarrow{AX}| = |\overrightarrow{AB}| \Rightarrow \sqrt{x^2 + (y-1)^2 + z^2} = \pm \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} \Rightarrow$$

$$x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 3 \Rightarrow x^2 + y^2 + 1 - 2y + z^2 = 3 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2 = 0$$

c)

$$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AC} = (x, y, z) - (0, 1, 0) = (x, y-1, z) \\ \overrightarrow{AB} = (1, 0, 1) - (0, 1, 0) = (1, -1, 1) \end{cases} \Rightarrow (1, -1, 1) \cdot (x, y-1, z) = 0 \Rightarrow x - (y-1) + z = 0$$

$$\pi \equiv x - y + z + 1 = 0$$

$$\text{Recta } r \equiv \begin{cases} x - y + z + 1 = 0 \\ x + y + z - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2x + 2z - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 - z \Rightarrow 2 - z + y + z - 3 = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow$$

$$r \equiv \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ y = 1 \\ z = \lambda \end{cases}$$

OPCIÓN B

1.B.- a) Resolver el sistema de ecuaciones:
$$\begin{cases} x + y - 3z = 0 \\ 2x + 3y - z = 5 \end{cases}$$

b) Hallar la solución del sistema anterior tal que la suma de los valores correspondientes a cada una de las tres incógnitas sea igual a 4

a)

$$\begin{cases} -2x - 2y + 6z = 0 \\ 2x + 3y - z = 5 \end{cases} \Rightarrow y + 5z = 5 \Rightarrow y = -5z + 5 \Rightarrow x + 5 - 5z - 3z = 0 \Rightarrow x = -5 + 8z \Rightarrow$$

Solución $(-5 + 8\lambda, 5 - 5\lambda, \lambda)$

b)

$$-5 + 8\lambda + 5 - 5\lambda + \lambda = 4 \Rightarrow 4\lambda = 4 \Rightarrow \lambda = 1 \Rightarrow \textit{Solución}(-5 + 8.1, 5 - 5.1, 1) \Rightarrow$$

Solución $(3, 0, 1)$

2.B.- a) Hallar todas las matrices : $A = \begin{pmatrix} a & a \\ 0 & b \end{pmatrix}$ distintas de la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ tales que

$$\mathbf{A}^t = \mathbf{A}$$

b) Para una cualquiera de las matrices \mathbf{A} , obtenidas en el apartado anterior a), calcular $\mathbf{M} = \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \dots + \mathbf{A}^{10}$

a)

$$\begin{cases} A = \begin{pmatrix} a & a \\ 0 & b \end{pmatrix} \\ A^t = \begin{pmatrix} a & 0 \\ a & b \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow A = A^t \Rightarrow \begin{cases} a = a \\ a = 0 \\ b = b \end{cases} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \Rightarrow \forall b \in \mathfrak{R} \Rightarrow$$

b)

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b^2 \end{pmatrix} \Rightarrow A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b^3 \end{pmatrix} \dots \dots A^{10} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b^{10} \end{pmatrix}$$

$$\text{Progresión geométrica} \Rightarrow b, b^2, b^3, \dots, b^9, b^{10} \Rightarrow S_{1-10} = \frac{a_{10} \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{b^{10} \cdot b - b}{b - 1} = \frac{(b^{10} - 1)b}{b - 1} \Rightarrow$$

$$M = A + A^2 + \dots + A^{10} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{(b^{10} - 1)b}{b - 1} \end{pmatrix}$$

3.B.- Dada la función: $f(x) = xe^{2x}$ se pide:

a) Dibujar su gráfica indicando su dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, intervalos de concavidad y convexidad y puntos de inflexión

b) Calcular el área comprendida entre el eje **OX** y la gráfica de **f(x)** entre $-1 < x < 1$

a)

$$\begin{cases} \text{Dom}(x) = \forall x \in \mathbb{R} \\ \text{Dom}(e^{2x}) = \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow \text{Dom}(f) = \forall x \in \mathbb{R}$$

Asíntotas verticales

No existen

Asíntotas horizontales

$$y = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} xe^{2x} = \infty, \infty = \infty \Rightarrow \nexists \text{ asíntota horizontal} \Rightarrow x \rightarrow \infty$$

$$y = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} xe^{2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x)e^{2(-x)} = -\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^{2x}} = -\frac{\infty}{\infty} \xrightarrow{\text{Aplicando L'Hopital}} -\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2e^{2x}} =$$

$$y = -\frac{1}{\infty} = 0 \Rightarrow \exists y = 0 \Rightarrow x \rightarrow -\infty$$

Asíntotas oblicuas

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xe^{2x}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{2x} = \infty \Rightarrow \nexists \text{ asíntota oblicua} \Rightarrow x \rightarrow \infty$$

$$m = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{xe^{2x}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2(-x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{-2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{e^{2x}} = \frac{1}{\infty} = 0 \Rightarrow$$

\exists asíntota oblicua $\Rightarrow x \rightarrow -\infty$

$$f'(x) = e^{2x} + xe^{2x} \cdot 2 = e^{2x}(1 + 2x)$$

Crecimiento y decrecimiento (Monotonía)

$$\text{Crecimiento} \Rightarrow f'(x) > 0 \Rightarrow e^{2x}(1 + 2x) > 0 \Rightarrow \begin{cases} e^{2x} > 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \\ 1 + 2x > 0 \Rightarrow 2x > -1 \Rightarrow x > -\frac{1}{2} \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} / x > -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Decrecimiento} \quad \forall x \in \mathbb{R} / x < -\frac{1}{2}$$

$$\text{Crecimiento} \quad \forall x \in \mathbb{R} / x > -\frac{1}{2}$$

Mínimo en $x = -\frac{1}{2} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot e^{2\left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{1}{2} \cdot e^{-1} = -\frac{1}{2e}$ **(de decrecimiento pasa a crecimiento)**

Continuación del Problema 3.B.-a) *Continuación*

$$f''(x) = 2e^{2x}(1+2x) + 2e^{2x} = 2e^{2x}(1+2x+1) = 2e^{2x}(2+2x) = 4e^{2x}(1+x)$$

Concavidad y convexidad

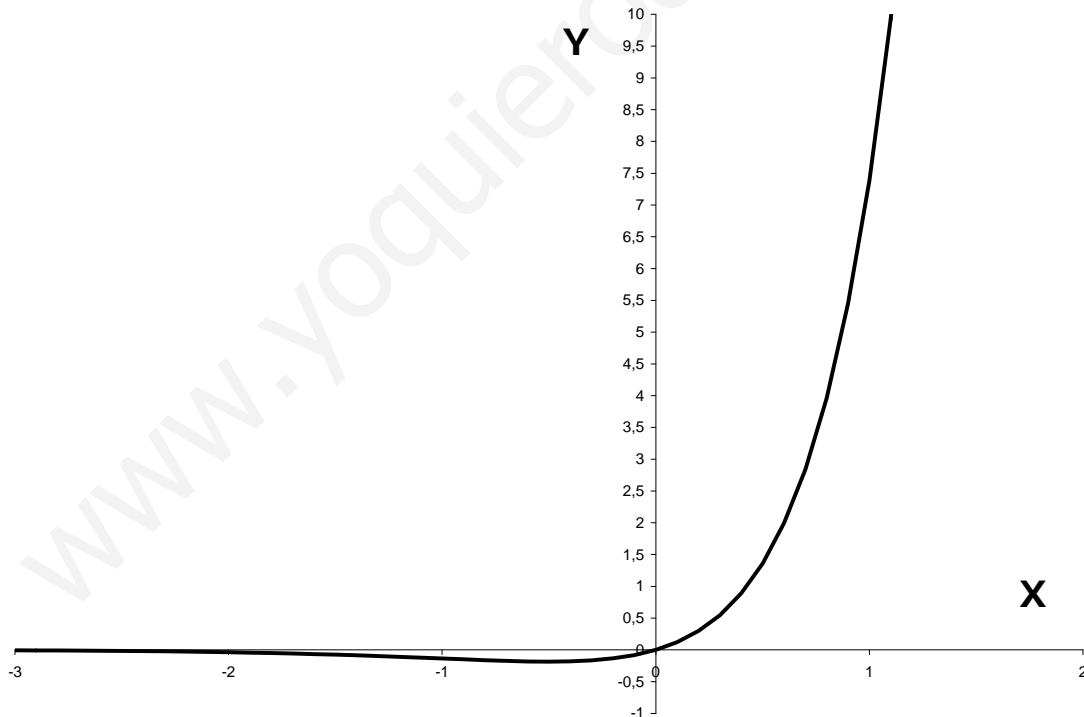
$$\text{Concavidad} \Rightarrow f''(x) > 0 \Rightarrow 4e^{2x}(1+x) > 0 \Rightarrow \begin{cases} 4 > 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \\ e^{2x} > 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \\ 1+x > 0 \Rightarrow x > -1 \Rightarrow \forall x \notin \mathbb{R} / x > -1 \end{cases}$$

Convexidad $\forall x \in \mathbb{R} / x < -1$ **Concavidad** $\forall x \in \mathbb{R} / x > -1$

$$\text{Punto de inflexión } x = -1 \Rightarrow f(-1) = (-1)e^{2(-1)} = -e^{-2} = -\frac{1}{e^2} \Rightarrow \left(-1, -\frac{1}{e^2}\right)$$

Puntos de corte

$$\text{Cuando } x = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \cdot e^{2 \cdot 0} = 0 \cdot 1 = 0 \Rightarrow (0, 0)$$

Gráfica de la función

Continuación del Problema 3.B.-

b)

$$\int x e^{2x} dx = x \cdot \frac{1}{2} \cdot e^{2x} - \int \frac{1}{2} \cdot e^{2x} dx = \frac{1}{2} \cdot x e^{2x} - \frac{1}{2} \int e^{2x} dx = \frac{1}{2} \cdot x e^{2x} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot e^{2x} = \frac{1}{2} \cdot e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right)$$

$$\text{Por partes} \begin{cases} x = u \Rightarrow dx = du \\ e^{2x} dx = dv \Rightarrow v = \int e^{2x} dx = \int e^t \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \cdot e^t = \frac{1}{2} \cdot e^{2x} \end{cases}$$

$$2x = t \Rightarrow 2dx = dt \Rightarrow dx = \frac{dt}{2}$$

$$A = -\int_{-1}^0 x e^{2x} dx + \int_0^1 x e^{2x} dx = \int_0^{-1} x e^{2x} dx + \int_0^1 x e^{2x} dx = \frac{1}{2} \cdot \left[e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) \right]_0^{-1} + \frac{1}{2} \cdot \left[e^{2x} \left(x - \frac{1}{2} \right) \right]_0^1$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left[e^{2 \cdot (-1)} \left((-1) - \frac{1}{2} \right) - e^{2 \cdot 0} \left(0 - \frac{1}{2} \right) \right] + \frac{1}{2} \cdot \left[e^{2 \cdot 1} \left(1 - \frac{1}{2} \right) - e^{2 \cdot 0} \left(0 - \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left[e^{-2} \left(-\frac{3}{2} \right) - e^0 \left(-\frac{1}{2} \right) \right] + \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot e^2 - e^0 \left(-\frac{1}{2} \right) \right] = \frac{1}{2} \cdot \left[\left(-\frac{3}{2e^2} \right) + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot e^2 + \frac{1}{2} \right]$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot e^2 - \frac{3}{2e^2} \right) = \frac{1}{4} \cdot \left(2 + e^2 - \frac{3}{e^2} \right) = \frac{e^4 + 2e^2 - 3}{4e^2} u^2$$

4.B Un plano π corta a los ejes coordenados en los puntos $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$ y $C(0, 0, 4)$.

Se pide:

a) Hallar el valor de $\lambda > 0$ de manera que el volumen del tetraedro $OABC$ (donde O es el origen), sea 2

b) Para el valor de λ obtenido en el apartado a), calcular la longitud de la altura del tetraedro $OABC$ correspondiente al vértice O

a)

$$V = \frac{1}{6} \cdot \overrightarrow{OA} \cdot |\overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OC}| \Rightarrow \overrightarrow{OA} \cdot |\overrightarrow{OB} \times \overrightarrow{OC}| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 4\lambda \Rightarrow$$

$$2 = \frac{1}{6} \cdot 4\lambda \Rightarrow 4\lambda = 12 \Rightarrow \lambda = 3$$

b) Distancia de O al plano π formado por los puntos A , B y C

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (0, 3, 0) - (1, 0, 0) = (-1, 3, 0) \\ \overrightarrow{AC} = (0, 0, 4) - (1, 0, 0) = (-1, 0, 4) \\ \overrightarrow{AG} = (x, y, z) - (1, 0, 0) = (x-1, y, z) \end{cases} \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y & z \\ -1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 12(x-1) + 3z + 4y = 0 \Rightarrow$$

$$\pi \equiv 12x + 4y + 3z - 12 = 0$$

$$d_{O\pi} = \frac{|12 \cdot 0 + 4 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 12|}{\sqrt{12^2 + 4^2 + 3^2}} = \frac{|-12|}{\sqrt{144 + 16 + 9}} = \frac{12}{\sqrt{169}} = \frac{12}{13} u$$