

## OPCIÓN A

### Ejercicio 1.- Calificación máxima: 3 puntos

Se consideran las rectas  $r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 \\ z = 3 - \lambda \end{cases}$   $s \equiv \begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ x + y = 2 \end{cases}$

Determinar la ecuación de la recta  $t$  que pasa por el punto  $P(0, 1, -2)$  y corta a las rectas  $r$  y  $s$

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 \\ z = 3 - \lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ -x - y = -2 \end{cases} \Rightarrow y - z = -3 \Rightarrow y = -3 + z \Rightarrow x - 3 + z = 2 \Rightarrow x = 5 - z \Rightarrow s \equiv \begin{cases} x = 5 - \alpha \\ y = -3 + \alpha \\ z = \alpha \end{cases}$$

$$\vec{v}_{rs} = (1 + \lambda - 5 + \alpha, 2 + 3 - \alpha, 3 - \lambda - \alpha) = (\lambda + \alpha - 4, 5 - \alpha, -\lambda - \alpha + 3) \Rightarrow$$

$$\frac{0 - (1 + \lambda)}{\lambda + \alpha - 4} = \frac{1 - 2}{5 - \alpha} = \frac{-2 - (3 - \lambda)}{-\lambda - \alpha + 3} \Rightarrow \frac{-1 - \lambda}{\lambda + \alpha - 4} = \frac{-1}{5 - \alpha} = \frac{-2 - 3 + \lambda}{-\lambda - \alpha + 3} \Rightarrow \frac{-1 - \lambda}{\lambda + \alpha - 4} = \frac{-1}{5 - \alpha} = \frac{-5 + \lambda}{-\lambda - \alpha + 3}$$

$$\begin{cases} (-1 - \lambda) \cdot (5 - \alpha) = -(\lambda + \alpha - 4) \\ (-5 + \lambda) \cdot (5 - \alpha) = -(-\lambda - \alpha + 3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5 + \alpha - 5\lambda + \lambda\alpha = -\lambda - \alpha + 4 \\ -25 + 5\alpha + 5\lambda - \lambda\alpha = \lambda + \alpha - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -9 + 2\alpha - 4\lambda + \lambda\alpha = 0 \\ -22 + 4\alpha + 4\lambda - \lambda\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} -9 + 2\alpha = 4\lambda - \lambda\alpha \\ -22 + 4\alpha = -4\lambda + \lambda\alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -9 + 2\alpha = \lambda(4 - \alpha) \\ -22 + 4\alpha = \lambda(-4 + \alpha) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-9 + 2\alpha}{4 - \alpha} = \lambda \\ \frac{-22 + 4\alpha}{-4 + \alpha} = \lambda \end{cases} \Rightarrow \frac{-9 + 2\alpha}{4 - \alpha} = \frac{22 - 4\alpha}{4 - \alpha} \Rightarrow$$

$$-9 + 2\alpha = 22 - 4\alpha \Rightarrow 6\alpha = 31 \Rightarrow \alpha = \frac{31}{6} \Rightarrow \lambda = \frac{-9 + 2 \cdot \frac{31}{6}}{4 - \frac{31}{6}} = \frac{62 - 54}{24 - 31} = -\frac{8}{7} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} R \equiv \begin{cases} x = 1 - \frac{8}{7} = -\frac{1}{7} \\ y = 2 \\ z = 3 + \frac{8}{7} = \frac{29}{7} \end{cases} \\ \vec{v}_{rs} = \left( -\frac{8}{7} + \frac{31}{6} - 4, 5 - \frac{31}{6}, \frac{8}{7} - \frac{31}{6} + 3 \right) = \left( \frac{-48 + 217 + 288}{42}, \frac{30 - 31}{6}, \frac{48 - 217 + 126}{42} \right) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\vec{v}_{rs} = \left( \frac{267}{42}, -\frac{1}{6}, -\frac{43}{42} \right) \equiv (267, -7, -43) \Rightarrow t \equiv \begin{cases} x = -\frac{1}{7} + 267\beta \\ y = 2 - \frac{\beta}{6} \\ z = \frac{29}{7} - \frac{43}{42}\beta \end{cases}$$

**Ejercicio 2.- Calificación máxima: 3 puntos**El sistema  $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$ , donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ a & 5 & a \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

tiene diferentes soluciones según sea la matriz  $\mathbf{B}$ a) (1 punto). Determinar si existen el valor o los valores de  $\mathbf{a}$  para los que el sistema sea compatibleb) (0'5 puntos). Si  $\mathbf{a} = 4$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ b \end{pmatrix}$ , determinar, si existen, el valor o valores de  $\mathbf{b}$  para los que

el sistema es incompatible

b) (1'5 puntos). Si  $\mathbf{a} = 4$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 \\ c \\ 10 \end{pmatrix}$ , determinar, si existen, el valor o valores de  $\mathbf{c}$  para los que

el sistema es compatible indeterminado. Resolver el sistema

a)

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ a & 5 & a \end{vmatrix} = 2a - 2a = 0 \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \Rightarrow \text{rang}(A) = 2 \Rightarrow$$

El sistema sera, para cualquier valor de  $a \Rightarrow \begin{cases} \text{Si } \text{rang}(A/B) = 2 \Rightarrow \text{Compatible in det er min ado} \\ \text{Si } \text{rang}(A/B) = 3 \Rightarrow \text{Incompatible} \\ \text{Si } \text{rang}(A/B) = 1 \Rightarrow \text{Incompatible} \end{cases}$

b)

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 4 & 5 & 4 & b \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 5 & 0 & b \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 10 & 0 & 2b \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2b+5 \end{array} \right) \Rightarrow 2b+5=0 \Rightarrow 2b=-5 \Rightarrow$$

$$b = -\frac{5}{2} \Rightarrow \text{Si } b = -\frac{5}{2} \Rightarrow \text{Sistema Compatible In det er min ado}$$

$$\text{Si } b \neq -\frac{5}{2} \Rightarrow \text{Sistema Incompatible}$$

c)

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & c \\ 4 & 5 & 4 & 10 \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 5 & 4 & 10 \\ 0 & 2 & 0 & c \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 10 \\ 0 & 2 & 0 & c \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 10 \\ 0 & 10 & 0 & 5c \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 5c-20 \end{array} \right) \Rightarrow 5c-20=0 \Rightarrow$$

$$5c = 20 \Rightarrow c = 4 \Rightarrow \text{Si } c = 4 \Rightarrow \text{Sistema Compatible In det er min ado}$$

**Ejercicio 3.- Calificación máxima: 2 puntos**

Obtener el valor de  $a$  para que.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3} \right)^{ax^2} = 4$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 - 3}{x^2 + 3} \right)^{ax^2} &= 1^\infty = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 - 3 + 3 - 3}{x^2 + 3} \right)^{ax^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 + 3 - 6}{x^2 + 3} \right)^{ax^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{-6}{x^2 + 3} \right)^{ax^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 1 + \frac{1}{\frac{x^2 + 3}{-6}} \right)^{ax^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \left( 1 + \frac{1}{\frac{x^2 + 3}{-6}} \right)^{\frac{x^2 + 3}{-6}} \right]^{ax^2 \cdot \frac{-6}{x^2 + 3}} \\ &= e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-6ax^2}{x^2 + 3}} = e^{-6a} \Rightarrow e^{-6a} = 4 \Rightarrow -6a \cdot \ln e = \ln 4 \\ a &= -\frac{\ln 4}{6} \end{aligned}$$

**Ejercicio 4.- Calificación máxima: 2 puntos**

Hallar:

a) (0'5 puntos)  $\int_{14}^{16} (x-15)^8 dx$       b) (1'5 puntos)  $\int_9^{11} (x-10)^{19} (x-9) dx$

a)

$$\int_{14}^{16} (x-15)^8 dx = \int_{-1}^1 t^8 dt = \frac{1}{9} \cdot [t^9]_{-1}^1 = \frac{1}{9} \cdot [1 - (-1)] = \frac{1}{9} \cdot [1 - (-1)] = \frac{2}{9}$$

$$x-15 = t \Rightarrow dx = dt \Rightarrow \begin{cases} x = 16 \Rightarrow t = 1 \\ x = 14 \Rightarrow t = -1 \end{cases}$$

b)

$$\int_9^{11} (x-10)^{19} (x-9) dx = \int_{-1}^1 t^{19} (t+1) dt = \int_{-1}^1 t^{20} dt + \int_{-1}^1 t^{19} dt = \frac{1}{21} \cdot [t^{21}]_{-1}^1 + \frac{1}{20} \cdot [t^{20}]_{-1}^1$$

$$x-10 = t \Rightarrow dx = dt \Rightarrow \begin{cases} x = 11 \Rightarrow t = 1 \\ x = 9 \Rightarrow t = -1 \end{cases} \Rightarrow x-9 = (x-10)+1 = t+1$$

$$\int_9^{11} (x-10)^{19} (x-9) dx = \frac{1}{21} \cdot [1^{21} - (-1)^{21}] + \frac{1}{20} \cdot [1^{20} - (-1)^{20}] = \frac{1}{21} \cdot [1 - (-1)] + \frac{1}{20} \cdot [1 - 1] = \frac{2}{21}$$

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1.- Calificación máxima: 3 puntos

Dada el sistema de ecuaciones: 
$$\begin{cases} x + y + kz = k \\ x + ky + z = k^2 \\ kx + y + z = 1 \end{cases}$$
 se pide:

- a) (2 puntos). Discutirlo según los valores del parámetro  $k$   
 b) (1 punto). Resolverlo para  $k = 0$

a)

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1 \end{vmatrix} = k + k + k - k^3 - 1 - 1 = -k^3 + 3k - 2 \Rightarrow \text{Si } |A| = 0 \Rightarrow -k^3 + 3k - 2 = 0 \Rightarrow k^3 - 3k + 2 = 0$$

$$1 \begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 & 2 \\ & 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} \Rightarrow k^3 - 3k + 2 = 0 \Rightarrow (k^2 + k - 2)(k - 1) = 0 \Rightarrow k^2 + k - 2 = 0 \Rightarrow \Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)$$

$$1 \quad 1 \quad -2 \quad | \quad 0 \quad \Delta = 9 \Rightarrow k = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} \Rightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = -2 \end{cases} \Rightarrow k^3 - 3k + 2 = 0 \Rightarrow (k + 2)(k - 1)^2 = 0$$

Para toda  $k \in \mathbb{R} - \{-2, 1\} \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow \text{rang}(A) = 3 = \text{Num. de incógnitas} \Rightarrow \text{Sist. Compatible Deter min.}$

Si  $k = -2$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & -3 & 3 & 6 \\ 0 & 3 & -3 & -3 \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & -3 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{array} \right) \Rightarrow 0z = 3 \Rightarrow z = \frac{3}{0} \Rightarrow \text{No hay solución}$$

Sistema Incompatible

Si  $k = 1$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow 0z = 0 \Rightarrow z = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{Infinitas soluciones} \Rightarrow x + y + z = 1 \Rightarrow x = 1 - y - z$$

Solución  $(1 - \alpha - \lambda, \alpha, \lambda)$

b)

Si  $k = 0 \Rightarrow \text{Sistema Compatible Deter min ado}$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{array} \right) \Rightarrow 2z = 1 \Rightarrow z = \frac{1}{2} \Rightarrow -y + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow x + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{Solución} \left( -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

**Ejercicio 2.- Calificación máxima: 3 puntos**

Dado la función  $f(x) = \frac{3x^2 + 5x - 20}{x + 5}$ , se pide:

- a) (1'5 puntos). Estudiar y obtener las asíntotas  
 b) (1 punto). Estudiar los intervalos de concavidad y convexidad  
 c) (0'5 puntos). Representar gráficamente la función  
 a)

*Asíntotas verticales*

$$x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5 \Rightarrow f(-5) = \frac{3 \cdot (-5)^2 + 5 \cdot (-5) - 20}{(-5) + 5} = \frac{3 \cdot 25 - 5 \cdot 5 - 20}{(-5) + 5} = \frac{30}{0} \Rightarrow$$

$$\text{Asíntota vertical} \Rightarrow x = -5 \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -5^-} f(x) = \frac{30}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) = \frac{30}{0^+} = \infty \end{cases}$$

*Asíntotas horizontales*

$$y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 20}{x + 5} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \frac{x^2}{x^2} + 5 \frac{x}{x^2} - \frac{20}{x^2}}{\frac{x}{x^2} + \frac{5}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + 5 \cdot \frac{1}{x} - \frac{20}{x^2}}{\frac{1}{x} + \frac{5}{x^2}} = \frac{3 + \frac{5}{\infty} - \frac{20}{\infty}}{\frac{1}{\infty} + \frac{5}{\infty}} = \frac{3 + 0 - 0}{0 + 0} = \infty$$

No existe asíntota horizontal cuando  $x \rightarrow \infty$

$$y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 5x - 20}{x + 5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 5x - 20}{-x + 5} = \frac{\infty}{-\infty} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 \frac{x^2}{x^2} - 5 \frac{x}{x^2} - \frac{20}{x^2}}{-\frac{x}{x^2} + \frac{5}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - 5 \cdot \frac{1}{x} - \frac{20}{x^2}}{-\frac{1}{x} + \frac{5}{x^2}} =$$

$$= \frac{3 - \frac{5}{\infty} - \frac{20}{\infty}}{-\frac{1}{\infty} + \frac{5}{\infty}} = \frac{3 - 0 - 0}{-0 + 0} = \infty$$

No existe asíntota horizontal cuando  $x \rightarrow -\infty$

*Asíntotas oblicuas*

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x^2 + 5x - 20}{x + 5}}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 20}{x^2 + 5x} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \frac{x^2}{x^2} + 5 \frac{x}{x^2} - \frac{20}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} + 5 \frac{x}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{5}{x} - \frac{20}{x^2}}{1 + 5 \frac{1}{x}} =$$

$$= \frac{3 + \frac{5}{\infty} - \frac{20}{\infty}}{1 + \frac{5}{\infty}} = \frac{3 + 0 - 0}{1 + 0} = 3$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[ \frac{3x^2 + 5x - 20}{x + 5} - 3x \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 20 - 3x^2 - 15x}{x + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-10x - 20}{x + 5} = -10$$

Existe asíntota oblicua  $y = 3x - 10$  cuando  $x \rightarrow \infty$

**Continuación del Problema 2 de la opción B**

a) Continuación

Asíntotas oblicuas (Continuación)

$$m = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 5x - 20}{x + 5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 5x - 20}{x^2 - 5x} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 \frac{x^2}{x^2} - 5 \frac{x}{x^2} - \frac{20}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} - 5 \frac{x}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{5}{x} - \frac{20}{x^2}}{1 - 5 \frac{1}{x}} =$$

$$= \frac{3 - \frac{5}{\infty} - \frac{20}{\infty}}{1 - \frac{5}{\infty}} = \frac{3 - 0 - 0}{1 - 0} = 3$$

$$n = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - mx] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[ \frac{3x^2 + 5x - 20}{x + 5} - 3x \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 5x - 20 - 3x^2 - 15x}{x + 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x - 20}{-x + 5} = -10$$

Existe asíntota oblicua  $y = 3x - 10$  cuando  $x \rightarrow -\infty$

b)

$$f'(x) = \frac{(6x + 5) \cdot (x + 5) - (3x^2 + 5x - 20)}{(x + 5)^2} = \frac{6x^2 + 30x + 5x + 25 - 3x^2 - 5x + 20}{(x + 5)^2} = \frac{3x^2 + 30x + 45}{(x + 5)^2}$$

$$f''(x) = \frac{(6x + 30) \cdot (x + 5)^2 - 2 \cdot (x + 5) \cdot (3x^2 + 30x + 45)}{(x + 5)^4} = \frac{(6x + 30) \cdot (x + 5) - 2 \cdot (3x^2 + 30x + 45)}{(x + 5)^3}$$

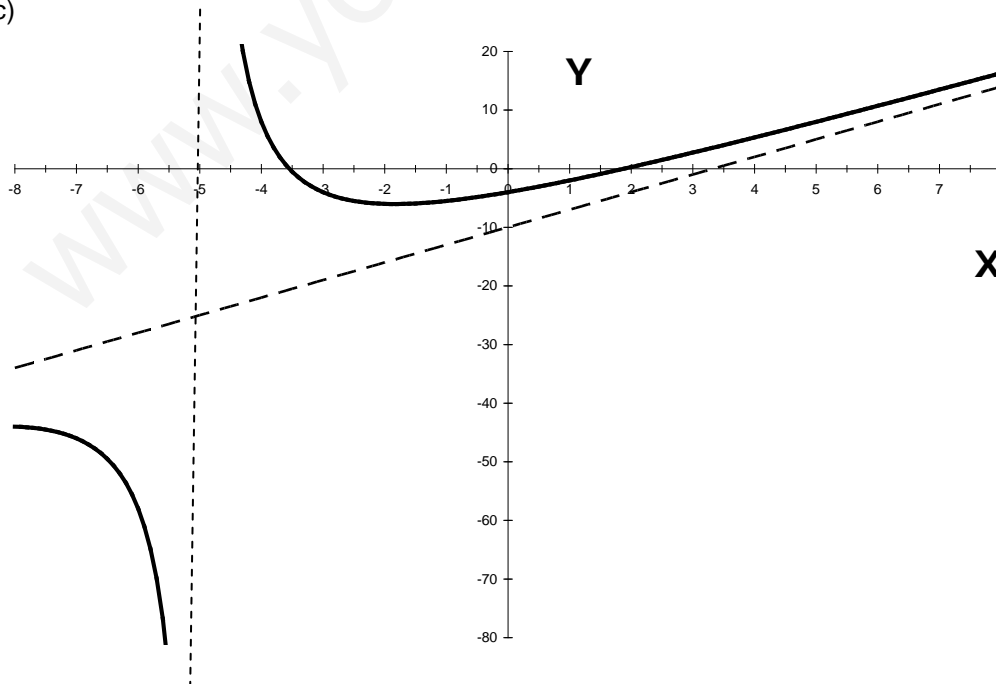
$$f''(x) = \frac{6x^2 + 30x + 30x + 150 - 6x^2 - 60x - 90}{(x + 5)^3} = \frac{60}{(x + 5)^3} \Rightarrow \text{Concavidad} \Rightarrow f''(x) > 0 \Rightarrow$$

$$\frac{60}{(x + 5)^3} > 0 \Rightarrow \begin{cases} 60 > 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \\ (x + 5)^3 > 0 \Rightarrow x + 5 > 0 \Rightarrow x > -5 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} / x > -5 \Rightarrow \end{cases}$$

Concavidad  $\Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} / x > -5 \Rightarrow x \in (-5, \infty)$

Convexidad  $\Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} / x < -5 \Rightarrow x \in (-\infty, -5)$

c)



**Ejercicio 3.- Calificación máxima: 2 puntos**

Dadas las rectas :  $r \equiv \begin{cases} 2x + y - z = -2 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$   $s \equiv \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-1}{2}$ , se pide:

- a) (1 punto). Dado los puntos **A(1, 0, -1)** y **B(a, 3, -3)**, determinar el valor de **a** para que la recta **t** que pasa por los puntos **A** y **B**, sea paralela a la recta **s**  
 b) (1 punto). Hallar la ecuación del plano que contiene a **r** y es paralelo a **s**

a) Al ser paralelas las rectas **s** y **t** son proporcionales sus vectores directores, siendo el de la recta **t** el vector **AB**

a)

$$\begin{cases} \vec{v}_s = (1, -3, 2) \\ \vec{v}_t = \vec{AB} = (a, 3, -3) - (1, 0, -1) = (a-1, 3, -2) \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_s \parallel \vec{v}_t \Rightarrow \frac{1}{a-1} = \frac{-3}{3} = \frac{2}{-2} \Rightarrow \frac{1}{a-1} = -1 \Rightarrow -a+1=1 \Rightarrow a=0$$

b) Para hallar el plano  $\pi$  utilizaremos los vectores directores de las dos rectas y el vector generado por un punto **R** cualquiera de la recta **r** (utilizaremos el que aparece en la ecuación paramétrica) y el punto general del plano **G**. Estos tres vectores son coplanarios y el determinante que forman es nulo y la ecuación pedida del plano

$$r \equiv \begin{cases} 2x + y - z = -2 \\ x - 2y = -1 \end{cases} \Rightarrow x = -1 + 2y \Rightarrow 2(-1 + 2y) + y - z = -2 \Rightarrow -2 + 4y + y - z = -2 \Rightarrow z = 5y \Rightarrow$$

$$r \equiv \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 5\lambda \end{cases} \Rightarrow R(-1, 0, 0)$$

$$\begin{cases} \vec{v}_s = (1, -3, 2) \\ \vec{v}_t = (2, 1, 5) \\ \vec{RG} = (x, y, z) - (-1, 0, 0) = (x+1, y, z) \end{cases} \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x+1 & y & z \\ 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$-15 \cdot (x+1) + 4y + z + 6z - 2 \cdot (x+1) - 5y = 0 \Rightarrow -17 \cdot (x+1) - y + 7z = 0 \Rightarrow \pi \equiv 17x + y - 7z + 17 = 0$$

**Ejercicio 4.- Calificación máxima: 2 puntos**

Hallar la ecuación del plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los planos  $\pi_1 \equiv 5x - y - 7z = 1$  y  $\pi_2 \equiv 2x + 3y + z = 5$

El vector director del plano pedido  $\pi$  es perpendicular al de los dos planos, hallándose como el producto vectorial de ambos. Una vez obtenido este vector es perpendicular al formado por el origen de coordenadas y el punto generador del plano  $\mathbf{G}$ , siendo su producto escalar nulo. Esta conjunción se resuelve como el producto mixto de los tres vectores cuyo valor es cero y, también, la ecuación general del plano pedido

$$\pi_1 \equiv 5x - y - 7z = 1 \quad \text{y} \quad \pi_2 \equiv 2x + 3y + z = 5$$

$$v_{\pi_1} = (5, -1, -7) \left\{ \begin{array}{l} v_{\pi_1} = (5, -1, -7) \\ v_{\pi_2} = (2, 3, 1) \\ OG = (x, y, z) - (0, 0, 0) = (x, y, z) \end{array} \right. \Rightarrow \pi \equiv OG \cdot (v_{\pi_1} \times v_{\pi_2}) = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 5 & -1 & -7 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -x - 14y + 15z + 2z + 21x - 5y = 0 \Rightarrow \pi \equiv 20x - 19y + 17z = 0 \Rightarrow$$