

- Instrucciones:**
- Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) **(1.5 puntos)** Justifique cuáles de las siguientes operaciones pueden realizarse y, en tal caso, calcule el resultado:

$$A^2 \quad A - B \quad A \cdot B \quad A \cdot B^t$$

b) **(1 punto)** Halle la matriz X tal que $A^t + B \cdot X = 3B$.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$.

a) **(1 punto)** Halle a y b sabiendo que la función tiene un mínimo en el punto de abscisa $x = -1$ y un punto de inflexión en el punto de abscisa $x = -2$.

b) **(1.5 puntos)** Para $a = 6$ y $b = 9$, halle los puntos de corte con los ejes, estudie la monotonía y extremos y esboce la gráfica de la función.

EJERCICIO 3

Supongamos que el 20% de los votantes de Trump apoya la construcción del muro en la frontera con México y que solo el 5 % de los que no lo votaron la apoya. En un grupo formado por 5000 votantes de Trump y 10000 estadounidenses que no lo votaron se elige una persona al azar.

a) **(1 punto)** ¿Cuál es la probabilidad de que ésta apoye la construcción del muro?

b) **(0.75 puntos)** Si la persona elegida apoya la construcción del muro, ¿cuál es la probabilidad de que no haya votado a Trump?

c) **(0.75 puntos)** Calcule la probabilidad de que sea votante de Trump o apoye la construcción del muro.

EJERCICIO 4

El tiempo de vida de una determinada especie de tortuga es una variable aleatoria que sigue una ley Normal de desviación típica 10 años. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 tortugas y se obtienen los siguientes valores:

46 38 59 29 34 32 38 21 44 34

a) **(1.5 puntos)** Determine un intervalo de confianza, al 95 %, para la vida media de dicha especie de tortugas.

b) **(1 punto)** Calcule el tamaño mínimo que debe tener una muestra para que el error de estimación de la vida media no sea superior a 5 años, con un nivel de confianza del 98 %.

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
 - d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
 - e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

- a) **(0.8 puntos)** Represente el recinto definido por las siguientes inecuaciones:

$$x + y \leq 3 \quad 2x + y \geq 4 \quad y \geq -1$$

- b) **(0.25 puntos)** Razone si el punto $(2, 1)$ pertenece al recinto anterior.
- c) **(1.2 puntos)** Obtenga los vértices del recinto y los valores mínimo y máximo de la función $F(x, y) = 5x + 4y$ en ese recinto, indicando en qué puntos se alcanzan.
- d) **(0.25 puntos)** Razone si la función F puede alcanzar el valor 9 en el recinto anterior.

EJERCICIO 2

Se consideran las siguientes funciones $f(x) = \frac{5x-16}{x}$ y $g(x) = x^2$.

- a) **(1 punto)** Determine la abscisa del punto donde se verifique que $f'(x) = g'(x)$.
- b) **(1.5 puntos)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la gráfica de cada función en el punto de abscisa $x = 2$ y determine el punto de corte de ambas rectas tangentes, si existe.

EJERCICIO 3

Una urna contiene 5 bolas rojas y 3 verdes. Se extrae una bola y se reemplaza por 2 bolas del otro color. A continuación se extrae una segunda bola.

- a) **(1.25 puntos)** Calcule la probabilidad de que la segunda bola extraída sea verde.
- b) **(1.25 puntos)** Halle la probabilidad de que la primera haya sido roja, sabiendo que la segunda también ha sido roja.

EJERCICIO 4

En una muestra, elegida al azar, de 100 estudiantes de una Universidad, se ha observado que 25 desayunan en la cafetería del campus.

- a) **(1.25 puntos)** Determine, con un nivel de confianza del 95 %, un intervalo de confianza para estimar la proporción de estudiantes de esa Universidad que desayunan en la cafetería.
- b) **(1.25 puntos)** Si la proporción de estudiantes de esa Universidad que desayunan en la cafetería del campus en una muestra aleatoria es de 0.2, y el error cometido en la estimación ha sido inferior a 0.03, con un nivel de confianza del 92.5 % calcule el tamaño mínimo de la muestra.