

# Medida de ángulos

## Ejercicio nº 1.-

a) Pasa a radianes los siguientes ángulos:  $210^\circ$  y  $70^\circ$

b) Pasa a grados los ángulos:  $\frac{7\pi}{6}$  rad y 3,5 rad

## Ejercicio nº 2.-

Completa la siguiente tabla:

GRADOS	$35^\circ$		$120^\circ$	
RADIANES		$2\pi / 3$		2

## Ejercicio nº 3.-

a) Expresa en grados los siguientes ángulos dados en radianes  $\frac{5\pi}{6}$  y 3

b) Expresa en radianes los ángulos:  $225^\circ$  y  $100^\circ$

## Ejercicio nº 4.-

Completa la tabla:

GRADOS	$130^\circ$		$330^\circ$	
RADIANES		$4\pi / 3$		1,5

## Ejercicio nº 5.-

a) Pasa a radianes los siguientes ángulos:  $60^\circ$  y  $125^\circ$

b) Pasa a grados los ángulos  $\frac{2\pi}{5}$  rad y 2,5 rad

# Razones trigonométricas

## Ejercicio nº 6.-

Calcula las razones trigonométricas de  $140^\circ$  y de  $220^\circ$ , sabiendo que:

$$\text{sen}40^\circ = 0,64; \text{cos}40^\circ = 0,77; \text{tg}40^\circ = 0,84$$

## Ejercicio nº 7.-

Sabiendo que  $\text{sen}50^\circ = 0,77$ ,  $\text{cos}50^\circ = 0,64$  y  $\text{tg}50^\circ = 1,19$ , calcula (sin utilizar las teclas trigonométricas de la calculadora):

a)  $\text{cos}130^\circ$       b)  $\text{tg}310^\circ$       c)  $\text{cos}230^\circ$       d)  $\text{sen}310^\circ$

### Ejercicio nº 8.-

Sabiendo que  $\operatorname{sen} 25^\circ = 0,42$ ,  $\operatorname{cos} 25^\circ = 0,91$  y  $\operatorname{tag} 25^\circ = 0,47$ , halla (sin utilizar las teclas trigonométricas de la calculadora) las razones trigonométricas de  $155^\circ$  y de  $205^\circ$ .

### Ejercicio nº 9.-

Si  $\operatorname{sen} \alpha = 0,35$  y  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  halla (sin calcular  $\alpha$ ):

a)  $\operatorname{sen}(180^\circ - \alpha)$       b)  $\operatorname{cos}(180^\circ + \alpha)$

### Ejercicio nº 10.-

Si  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$  y  $\alpha$  es un ángulo que está en el primer cuadrante, calcula (sin hallar  $\alpha$ ):

a)  $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)$       b)  $\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha)$       c)  $\operatorname{tg}(360^\circ - \alpha)$       d)  $\operatorname{tg}(360^\circ + \alpha)$

## Expresiones trigonométricas

### Ejercicio nº 11.-

Demuestra que:

$$\frac{\operatorname{sen} x}{1 + \operatorname{cos} x} + \frac{1 + \operatorname{cos} x}{\operatorname{sen} x} = \frac{4 + 4 \operatorname{cos} x}{2 \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 2x}$$

### Ejercicio nº 12.-

Demuestra la igualdad:

$$\frac{2 \operatorname{sen} x}{\operatorname{tg} 2x} + \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\operatorname{cos} x} = \operatorname{cos} x$$

### Ejercicio nº 13.-

Demuestra que:

$$\operatorname{cos} x + 2 \operatorname{sen}^2 \frac{x}{2} = 1$$

### Ejercicio nº 14.-

Demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{(\operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x) \cdot \operatorname{cos} 2x}{\operatorname{cos} x - \operatorname{sen} x} = 1 + \operatorname{sen} 2x$$

### Ejercicio nº 15.-

Demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{\operatorname{sen} x \operatorname{cos} x}{\operatorname{cos}^2 x - \operatorname{sen}^2 x} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} 2x$$

# Ecuaciones trigonométricas

## Ejercicio nº 16.-

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\operatorname{sen} x \operatorname{sen} 2x + 2 \operatorname{sen}^2 x = 0$$

## Ejercicio nº 17.-

Resuelve la ecuación:

$$\cos 2x + \operatorname{sen}^2 x - \frac{1}{2} = 0$$

## Ejercicio nº 18.-

Resuelve:

$$\cos^3 x - 3 \cos x = 3 \cos x \operatorname{sen} x$$

## Ejercicio nº 19.-

Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica:

$$\operatorname{sen} 2x + \cos 2x - 1 = \cos x - 2 \operatorname{sen}^2 x$$

## Ejercicio nº 20.-

Resuelve la ecuación:

$$4 \cos 2x = 1 - 3 \cos x$$

# Soluciones

## Medida de ángulos

### Ejercicio nº 1.-

a) Pasa a radianes los siguientes ángulos:  $210^\circ$  y  $70^\circ$

b) Pasa a grados los ángulos:  $\frac{7\pi}{6}$  rad y  $3,5$  rad

**Solución:**

$$a) 210^\circ = 210 \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad} = \frac{7\pi}{6} \text{ rad}$$

$$70^\circ = 70 \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad} = \frac{7\pi}{18} \text{ rad}$$

$$b) \frac{7\pi}{6} \text{ rad} = \frac{7\pi}{6} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 210^\circ$$

$$3,5 \text{ rad} = 3,5 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 200^\circ 32' 7''$$

### Ejercicio nº 2.-

Completa la siguiente tabla:

GRADOS	$35^\circ$		$120^\circ$	
RADIANES		$2\pi / 3$		2

**Solución:**

$$35^\circ = \frac{35 \cdot \pi}{180} \text{ rad} = \frac{7\pi}{36} \text{ rad}$$

$$\frac{2\pi}{3} \text{ rad} = \frac{2\pi}{3} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 120^\circ \rightarrow 120^\circ = \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$$

$$2 \text{ rad} = 2 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 114^\circ 35' 30''$$

Por tanto:

GRADOS	$35^\circ$	$120^\circ$	$120^\circ$	$114^\circ 35' 30''$
RADIANES	$7\pi / 36$	$2\pi / 3$	$2\pi / 3$	2

### Ejercicio nº 3.-

a) Expresa en grados los siguientes ángulos dados en radianes  $\frac{5\pi}{6}$  y 3

b) Expresa en radianes los ángulos:  $225^\circ$  y  $100^\circ$

**Solución:**

$$a) \frac{5\pi}{6} \text{ rad} = \frac{5\pi}{6} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 150^\circ$$

$$3 \text{ rad} = 3 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 171^\circ 53' 14''$$

$$b) 225^\circ = 225 \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad} = \frac{5\pi}{4} \text{ rad}$$

$$100^\circ = 100 \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad} = \frac{5\pi}{9} \text{ rad}$$

**Ejercicio nº 4.-**

Completa la tabla:

GRADOS	130°		330°	
RADIANES		$4\pi / 3$		1,5

**Solución:**

$$130^\circ = 130 \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad} = \frac{13\pi}{18}$$

$$\frac{4\pi}{3} \text{ rad} = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 240^\circ$$

$$330^\circ = 330 \cdot \frac{\pi}{180} \text{ rad} = \frac{11\pi}{6}$$

$$1,5 \text{ rad} = 1,5 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 85^\circ 56' 37''$$

Por tanto:

GRADOS	<b>130°</b>	240°	<b>330°</b>	85°56'37''
RADIANES	$13\pi / 18$	<b><math>4\pi / 3</math></b>	$11\pi / 6$	<b>1,5</b>

**Ejercicio nº 5.-**

a) Pasa a radianes los siguientes ángulos: 60° y 125°

b) Pasa a grados los ángulos  $\frac{2\pi}{5}$  rad y 2,5 rad

**Solución:**

$$a) 60^\circ = \frac{60 \cdot \pi}{180} \text{ rad} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

$$125^\circ = \frac{125\pi}{180} \text{ rad} = \frac{25\pi}{36} \text{ rad}$$

$$b) \frac{2\pi}{5} \text{ rad} = \frac{2\pi}{5} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 72^\circ$$

$$2,5 \text{ rad} = 2,5 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 143^\circ 14' 22''$$

## Razones trigonométricas

### Ejercicio nº 6.-

Calcula las razones trigonométricas de  $140^\circ$  y de  $220^\circ$ , sabiendo que:

$$\text{sen}40^\circ = 0,64; \text{cos}40^\circ = 0,77; \text{tg}40^\circ = 0,84$$

### **Solución:**

Como  $140^\circ = 180^\circ - 40^\circ$  y  $220^\circ = 180^\circ + 40^\circ$ , entonces

$$\text{sen}140^\circ = \text{sen}40^\circ = 0,64$$

$$\text{cos}140^\circ = -\text{cos}40^\circ = -0,77$$

$$\text{tg}140^\circ = -\text{tg}40^\circ = -0,84$$

$$\text{sen}220^\circ = -\text{sen}40^\circ = -0,64$$

$$\text{cos}220^\circ = -\text{cos}40^\circ = -0,77$$

$$\text{tg}220^\circ = \text{tg}40^\circ = 0,84$$

### Ejercicio nº 7.-

Sabiendo que  $\text{sen}50^\circ = 0,77$ ,  $\text{cos}50^\circ = 0,64$  y  $\text{tg}50^\circ = 1,19$ , calcula (sin utilizar las teclas trigonométricas de la calculadora):

a)  $\text{cos}130^\circ$       b)  $\text{tg}310^\circ$       c)  $\text{cos}230^\circ$       d)  $\text{sen}310^\circ$

### **Solución:**

$$\text{a) } \text{cos}130^\circ = \text{cos}(180^\circ - 50^\circ) = -\text{cos}50^\circ = -0,64$$

$$\text{b) } \text{tg}310^\circ = \text{tg}(360^\circ - 50^\circ) = -\text{tg}50^\circ = -1,19$$

$$\text{c) } \text{cos}230^\circ = \text{cos}(180^\circ + 50^\circ) = -\text{cos}50^\circ = -0,64$$

$$\text{d) } \text{sen}310^\circ = \text{sen}(360^\circ - 50^\circ) = -\text{sen}50^\circ = -0,77$$

### Ejercicio nº 8.-

Sabiendo que  $\text{sen}25^\circ = 0,42$ ,  $\text{cos}25^\circ = 0,91$  y  $\text{tag}25^\circ = 0,47$ , halla (sin utilizar las teclas trigonométricas de la calculadora) las razones trigonométricas de  $155^\circ$  y de  $205^\circ$ .

### **Solución:**

Como  $155^\circ = 180^\circ - 25^\circ$  y  $205^\circ = 180^\circ + 25^\circ$ , entonces

$$\operatorname{sen}155^\circ = \operatorname{sen}25^\circ = 0,42$$

$$\operatorname{cos}155^\circ = -\operatorname{cos}25^\circ = -0,91$$

$$\operatorname{tg}155^\circ = -\operatorname{tg}25^\circ = -0,47$$

$$\operatorname{sen}205^\circ = -\operatorname{sen}25^\circ = -0,42$$

$$\operatorname{cos}205^\circ = -\operatorname{cos}25^\circ = -0,91$$

$$\operatorname{tg}205^\circ = \operatorname{tg}25^\circ = 0,47$$

### Ejercicio nº 9.-

Si  $\operatorname{sen} \alpha = 0,35$  y  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  halla (sin calcular  $\alpha$ ):

a)  $\operatorname{sen}(180^\circ - \alpha)$       b)  $\operatorname{cos}(180^\circ + \alpha)$

**Solución:**

a)  $\operatorname{sen}(180^\circ - \alpha) = \operatorname{sen} \alpha = 0,35$

b)  $\operatorname{cos}(180^\circ + \alpha) = -\operatorname{cos} \alpha$

Necesitamos saber cuánto vale  $\operatorname{cos} \alpha$ :

$$\operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1 \rightarrow 0,35^2 + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1$$

$$0,1225 + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1 \rightarrow \operatorname{cos}^2 \alpha = 0,8775$$

$$\operatorname{cos} \alpha = 0,94 \text{ (es positivo, pues } 0^\circ < \alpha < 90^\circ \text{)}$$

$$\text{Por tanto } \operatorname{cos}(180^\circ + \alpha) = -\operatorname{cos} \alpha = -0,94$$

### Ejercicio nº 10.-

Si  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$  y  $\alpha$  es un ángulo que está en el primer cuadrante, calcula (sin hallar  $\alpha$ ):

a)  $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha)$       b)  $\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha)$       c)  $\operatorname{tg}(360^\circ - \alpha)$       d)  $\operatorname{tg}(360^\circ + \alpha)$

**Solución:**

a)  $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{3}$

b)  $\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$

c)  $\operatorname{tg}(360^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{3}$

d)  $\operatorname{tg}(360^\circ + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{3}$

# Expresiones trigonométricas

## Ejercicio nº 11.-

Demuestra que:

$$\frac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\operatorname{sen} x} = \frac{4 + 4 \cos x}{2 \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 2x}$$

**Solución:**

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{sen} x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\operatorname{sen} x} &= \frac{\operatorname{sen}^2 x + (1 + \cos x)^2}{(1 + \cos x) \operatorname{sen} x} = \\ &= \frac{\operatorname{sen}^2 x + 1 + 2 \cos x + \cos^2 x}{\operatorname{sen} x + \operatorname{sen} x \cos x} = \frac{1 + 1 + 2 \cos x}{\operatorname{sen} x + \frac{2 \operatorname{sen} x \cos x}{2}} = \\ &= \frac{2 + 2 \cos x}{\operatorname{sen} x + \frac{\operatorname{sen} 2x}{2}} = \frac{2 + 2 \cos x}{\frac{2 \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 2x}{2}} = \frac{4 + 4 \cos x}{2 \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 2x} \end{aligned}$$

## Ejercicio nº 12.-

Demuestra la igualdad:

$$\frac{2 \operatorname{sen} x}{\operatorname{tg} 2x} + \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos x} = \cos x$$

**Solución:**

$$\begin{aligned} \frac{2 \operatorname{sen} x}{\operatorname{tg} 2x} + \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos x} &= \frac{2 \operatorname{sen} x}{\frac{\operatorname{sen} 2x}{\cos 2x}} + \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos x} = \\ &= \frac{2 \operatorname{sen} x \cos 2x}{\operatorname{sen} 2x} + \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos x} = \frac{2 \operatorname{sen} x (\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x)}{2 \operatorname{sen} x \cos x} + \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos x} = \\ &= \frac{\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x}{\cos x} + \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos x} = \frac{\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen}^2 x}{\cos x} = \frac{\cos^2 x}{\cos x} = \cos x \end{aligned}$$

## Ejercicio nº 13.-

Demuestra que:

$$\cos x + 2 \operatorname{sen}^2 \frac{x}{2} = 1$$

**Solución:**

$$\cos x + 2 \operatorname{sen}^2 \frac{x}{2} = \cos x + 2 \left( \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} \right)^2 =$$



$$= \cos x + 2 \left( \frac{1 - \cos x}{2} \right) = \cos x + 1 - \cos x = 1$$

#### Ejercicio nº 14.-

Demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{(\operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x) \cdot \operatorname{cos} 2x}{\operatorname{cos} x - \operatorname{sen} x} = 1 + \operatorname{sen} 2x$$

**Solución:**

$$\begin{aligned} \frac{(\operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x) \cdot \operatorname{cos} 2x}{\operatorname{cos} x - \operatorname{sen} x} &= \frac{(\operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x) \cdot (\operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x) \cdot \operatorname{cos} 2x}{(\operatorname{cos} x - \operatorname{sen} x)(\operatorname{cos} x + \operatorname{sen} x)} = \\ &= \frac{(\operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x)^2 \cdot \operatorname{cos} 2x}{\operatorname{cos}^2 x - \operatorname{sen}^2 x} = \frac{(\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{cos}^2 x + 2 \operatorname{sen} x \operatorname{cos} x) \cdot \operatorname{cos} 2x}{\operatorname{cos} 2x} = \\ &= \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{cos}^2 x + 2 \operatorname{sen} x \operatorname{cos} x = 1 + 2 \operatorname{sen} x \operatorname{cos} x = 1 + \operatorname{sen} 2x \end{aligned}$$

#### Ejercicio nº 15.-

Demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{\operatorname{sen} x \operatorname{cos} x}{\operatorname{cos}^2 x - \operatorname{sen}^2 x} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} 2x$$

**Solución:**

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{sen} x \operatorname{cos} x}{\operatorname{cos}^2 x - \operatorname{sen}^2 x} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 \operatorname{sen} x \operatorname{cos} x}{\operatorname{cos}^2 x - \operatorname{sen}^2 x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \operatorname{sen} x \operatorname{cos} x}{\operatorname{cos}^2 x - \operatorname{sen}^2 x} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\operatorname{sen} 2x}{\operatorname{cos} 2x} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} 2x \end{aligned}$$

## Ecuaciones trigonométricas

#### Ejercicio nº 16.-

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\operatorname{sen} x \operatorname{sen} 2x + 2 \operatorname{sen}^2 x = 0$$

**Solución:**

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{sen} 2x + 2 \operatorname{sen}^2 x &= 0 \\ \operatorname{sen} x \cdot 2 \operatorname{sen} x \operatorname{cos} x + 2 \operatorname{sen}^2 x &= 0 \\ 2 \operatorname{sen}^2 x \operatorname{cos} x + 2 \operatorname{sen}^2 x &= 0 \\ 2 \operatorname{sen}^2 x (\operatorname{cos} x + 1) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 2\operatorname{sen}^2 x = 0 \rightarrow \operatorname{sen} x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0^\circ + 360^\circ k \\ x = 180^\circ + 360^\circ k \end{cases} \\ \cos x + 1 = 0 \rightarrow \cos x = -1 \rightarrow x = 180^\circ + 360^\circ k \end{cases}$$

Por tanto, las soluciones son:

$$\begin{cases} x = 360^\circ k \\ x = 180^\circ + 360^\circ k \end{cases} \quad \text{siendo } k \in \mathbf{Z}$$

### Ejercicio nº 17.-

Resuelve la ecuación:

$$\cos 2x + \operatorname{sen}^2 x - \frac{1}{2} = 0$$

**Solución:**

$$\cos 2x + \operatorname{sen}^2 x - \frac{1}{2} = 0$$

$$\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen}^2 x - \frac{1}{2} = 0$$

$$\cos^2 x - \frac{1}{2} = 0$$

$$\cos^2 x = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 45^\circ + 360^\circ k \\ x = 315^\circ + 360^\circ k \end{cases} \\ \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 135^\circ + 360^\circ k \\ x = 225^\circ + 360^\circ k \end{cases} \end{cases} \quad \text{siendo } k \in \mathbf{Z}$$

### Ejercicio nº 18.-

Resuelve:

$$\cos^3 x - 3 \cos x = 3 \cos x \operatorname{sen} x$$

**Solución:**

$$\cos^3 x - 3 \cos x = 3 \cos x \operatorname{sen} x$$

$$\cos^3 x - 3 \cos x - 3 \cos x \operatorname{sen} x = 0$$

$$\cos x (\cos^2 x - 3 - 3 \operatorname{sen} x) = 0$$

$$\cos x (1 - \operatorname{sen}^2 x - 3 - 3 \operatorname{sen} x) = 0$$

$$\cos x (-\operatorname{sen}^2 x - 3 \operatorname{sen} x - 2) = 0$$

$$-\cos x (\operatorname{sen}^2 x + 3 \operatorname{sen} x + 2) = 0$$

$$\begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 90^\circ + 360^\circ k \\ x = 270^\circ + 360^\circ k \end{cases} \\ \operatorname{sen}^2 x + 3 \operatorname{sen} x + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\operatorname{sen} x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2} \rightarrow \begin{cases} -1 \\ -2 \text{ (no vale)} \end{cases}$$

$$\operatorname{sen} x = -1 \rightarrow x = 270^\circ + 360^\circ k$$

Por tanto las soluciones son:

$$\begin{cases} x = 90^\circ + 360^\circ k \\ x = 270^\circ + 360^\circ k \end{cases} \quad \text{siendo } k \in \mathbf{Z}$$

### Ejercicio nº 19.-

Resuelve la siguiente ecuación trigonométrica:

$$\operatorname{sen} 2x + \cos 2x - 1 = \cos x - 2 \operatorname{sen}^2 x$$

**Solución:**

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} 2x + \cos 2x - 1 &= \cos x - 2 \operatorname{sen}^2 x \\ 2 \operatorname{sen} x \cos x + \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x - 1 &= \cos x - 2 \operatorname{sen}^2 x \\ 2 \operatorname{sen} x \cos x + \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x - 1 - \cos x + 2 \operatorname{sen}^2 x &= 0 \\ 2 \operatorname{sen} x \cos x + \cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x - 1 - \cos x &= 0 \\ 2 \operatorname{sen} x \cos x + 1 - 1 - \cos x &= 0 \\ 2 \operatorname{sen} x \cos x - \cos x &= 0 \\ \cos x (2 \operatorname{sen} x - 1) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 90^\circ + 360^\circ k \\ x = 270^\circ + 360^\circ k \end{cases} \\ 2 \operatorname{sen} x - 1 = 0 \rightarrow \operatorname{sen} x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + 360^\circ k \\ x = 150^\circ + 360^\circ k \end{cases} \end{cases}$$

siendo  $k \in \mathbf{Z}$

### Ejercicio nº 20.-

Resuelve la ecuación:

$$4 \cos 2x = 1 - 3 \cos x$$

**Solución:**

$$\begin{aligned} 4 \cos 2x &= 1 - 3 \cos x \\ 4(\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x) &= 1 - 3 \cos x \\ 4 \cos^2 x - 4 \operatorname{sen}^2 x &= 1 - 3 \cos x \\ 4 \cos^2 x - 4(1 - \cos^2 x) &= 1 - 3 \cos x \\ 4 \cos^2 x - 4 + 4 \cos^2 x &= 1 - 3 \cos x \\ 8 \cos^2 x + 3 \cos x - 5 &= 0 \\ \cos x &= \frac{-3 \pm \sqrt{9+160}}{16} = \frac{-3 \pm \sqrt{169}}{16} = \frac{-3 \pm 13}{16} = \begin{cases} \frac{5}{8} \\ -1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos x = \frac{5}{8} \rightarrow \begin{cases} x = 51^\circ 19' 4'' + 360^\circ k \\ x = 308^\circ 40' 56'' + 360^\circ k \end{cases} \\ \cos x = -1 \rightarrow x = 180^\circ + 360^\circ k \end{array} \right.$$

siendo  $k \in \mathbf{Z}$

[www.yoquieroaprobar.es](http://www.yoquieroaprobar.es)