

Álgebra

1.1. Sistemas lineales de ecuaciones

Problema 1 Resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 1 \\ x + y - z = 3 \\ 3x + 2y + z = 5 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 1 \\ x + y - z = 3 \\ 3x + 2y + z = 5 \end{cases} \implies \begin{cases} x = \frac{13}{8} \\ y = \frac{1}{2} \\ z = -\frac{7}{8} \end{cases}$$

Problema 2 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + y - 2z = 2 \\ x + 2y - 3z = 1 \end{cases} ; \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + y - z = 2 \\ 2x + z = 3 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + y - 2z = 2 \\ x + 2y - 3z = 1 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \begin{cases} x = 1 + \frac{1}{3}z \\ y = \frac{4}{3}z \\ z = z \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + y - z = 2 \\ x + z = 3 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 7/5 \\ y = -3/5 \\ z = 1/5 \end{cases}$$

Problema 3 Resolver y discutir los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x- & y+ & z = 1 \\ 3x+ & y- & z = 2 \\ 2x+ & 2y- & 2z = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x+ & y+ & z = 4 \\ x- & y+ & z = 2 \\ 3x+ & y- & z = 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x- & y+ & z = 1 \\ 3x+ & y- & z = 2 \\ 2x+ & 2y- & 2z = 1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 3/4 \\ y = -1/4 + z \\ z = z \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = 4 \\ x- & y+ & z = 2 \\ 3x+ & y- & z = 1 \end{cases} \implies \begin{cases} x = 3/4 \\ y = 1 \\ z = 9/4 \end{cases}$$

Problema 4 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} 3x- & y- & z = 1 \\ x+ & y+ & z = 2 \\ 2x- & 2y- & 2z = -1 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x+ & y- & z = 1 \\ 3x- & y+ & z = 0 \\ x+ & y- & 2z = 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 3x- & y- & z = 1 \\ x+ & y+ & z = 2 \\ 2x- & 2y- & 2z = -1 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \begin{cases} x = 3/4 \\ y = 5/4 - z \\ z = z \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y- & z = 1 \\ 3x- & y+ & z = 0 \\ x+ & y- & 2z = 1 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 1/4 \\ y = 3/4 \\ z = 0 \end{cases}$$

Problema 5 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x+ & 2y- & z = 1 \\ 2x- & y- & z = 0 \\ 3x+ & y+ & 2z = 2 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x+ & y & + & z = 1 \\ x+ & 2y & - & z = 2 \\ 2x+ & 3y & & = 4 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x+ & 2y- & z = 1 \\ 2x- & y- & z = 0 \\ 3x+ & y+ & 2z = 2 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 7/20 \\ y = 9/20 \\ z = 1/4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y & + & z = 1 \\ x+ & 2y & - & z = 2 \\ 2x+ & 3y & & = 4 \end{cases} \text{ Sistema Incompatible}$$

Problema 6 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} 2x- & 2y- & 2z = -1 \\ 3x- & y- & z = 1 \\ x+ & y+ & z = 2 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y- & 2z = 1 \\ 3x- & y+ & z = 0 \\ x+ & y- & z = 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 2x- & 2y- & 2z = -1 \\ 3x- & y- & z = 1 \\ x+ & y+ & z = 2 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \begin{cases} x = 3/4 \\ y = 5/4 - z \\ z = z \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y- & 2z = 1 \\ 3x- & y+ & z = 0 \\ x+ & y- & z = 1 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 1/4 \\ y = 3/4 \\ z = 0 \end{cases}$$

Problema 7 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} 2x- & y- & z = 0 \\ x+ & 2y- & z = 1 \\ 3x+ & y+ & 2z = 2 \end{cases} ; \begin{cases} 2x+ & 3y & = 4 \\ x+ & 2y & - z = 2 \\ x+ & y & + z = 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 2x- & y- & z = 0 \\ x+ & 2y- & z = 1 \\ 3x+ & y+ & 2z = 2 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 7/20 \\ y = 9/20 \\ z = 1/4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+ & 3y & = 4 \\ x+ & 2y & - z = 2 \\ x+ & y & + z = 1 \end{cases} \text{ Sistema Incompatible}$$

Problema 8 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x+ & 2y- & z = 1 \\ x- & 8y+ & 5z = 1 \\ 2x- & y+ & z = 2 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y & + z = 2 \\ 2x- & y & - z = 1 \\ 3x+ & y & - z = 4 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x+ & 2y- & z = 1 \\ x- & 8y+ & 5z = 1 \\ 2x- & y+ & z = 2 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \begin{cases} x = 1 - \frac{1}{5}\lambda \\ y = \frac{3}{5}\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y & + z = 2 \\ 2x- & y & - z = 1 \\ 3x+ & y & - z = 4 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

Problema 9 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 1 \\ x - z = 2 \\ x - 2y + 7z = -4 \end{cases} ; \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + y = 2 \\ x + 2y + z = 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 1 \\ x - z = 2 \\ x - 2y + 7z = -4 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 3 + 4\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + y = 2 \\ x + 2y + z = 1 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 5/4 \\ y = -1/2 \\ z = 3/4 \end{cases}$$

Problema 10 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 1 \\ x - z = 2 \\ x - 2y + 7z = -4 \end{cases} ; \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + y = 2 \\ x + 2y + z = 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 1 \\ x - z = 2 \\ x - 2y + 7z = -4 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 3 + 4\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + y = 2 \\ x + 2y + z = 1 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 5/4 \\ y = -1/2 \\ z = 3/4 \end{cases}$$

Problema 11 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + z = 1 \\ x + 3y - z = 5 \end{cases} ; \begin{cases} x - y - z = 2 \\ 2x + y - z = 1 \\ x - y + 2z = 3 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x + z = 1 \\ x + 3y - z = 5 \end{cases} \text{ Sistema Incompatible} \implies \text{No Tiene Solución}$$

$$\begin{cases} x - y - z = 2 \\ 2x + y - z = 1 \\ x - y + 2z = 3 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 11/9 \\ y = -10/9 \\ z = 1/3 \end{cases}$$

Problema 12 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x- & 2y+ & z = 1 \\ 2x+ & y- & 2z = 2 \\ 3x- & y- & z = 3 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y+ & z = 2 \\ 2x- & y- & z = 1 \\ x+ & y- & 2z = 0 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x- & 2y+ & z = 1 \\ 2x+ & y- & 2z = 2 \\ 3x- & y- & z = 3 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \begin{cases} x = 1 + 3/5\lambda \\ y = 4/5\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = 2 \\ 2x- & y- & z = 1 \\ x+ & y- & 2z = 0 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 1 \\ y = 1/3 \\ z = 2/3 \end{cases}$$

Problema 13 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x- & y- & z = 0 \\ 2x+ & y+ & z = 4 \\ 3x- & y+ & z = 3 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y+ & z = 1 \\ 3x- & 2y- & 2z = 3 \\ 4x- & y- & z = 8 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x- & y- & z = 0 \\ 2x+ & y+ & z = 4 \\ 3x- & y+ & z = 3 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 4/3 \\ y = 7/6 \\ z = 1/6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = 1 \\ 3x- & 2y- & 2z = 3 \\ 4x- & y- & z = 8 \end{cases} \text{ Sistema Incompatible}$$

Problema 14 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = 5 \\ x- & 3y+ & z = 4 \\ 2x+ & y- & z = 2 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y- & z = 3 \\ 3x+ & y- & 2z = 5 \\ 2x- & & z = 2 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = 5 \\ x- & 3y+ & z = 4 \\ 2x+ & y- & z = 2 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 13/6 \\ y = 1/4 \\ z = 31/12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y- & z = 3 \\ 3x+ & y- & 2z = 5 \\ 2x- & & z = 2 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \begin{cases} x = 1 + \frac{1}{2}\lambda \\ y = 2 + \frac{1}{2}\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

Problema 15 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x+ & 2y- & z = -1 \\ x- & y & = 1 \\ 2x+ & y- & z = 0 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y+ & z = 3 \\ x- & y+ & 2z = 2 \\ 2x+ & y- & z = 4 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x+ & 2y- & z = -1 \\ x- & y & = 1 \\ 2x+ & y- & z = 0 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \begin{cases} x = 1/3 + 1/3\lambda \\ y = -2/3 + 1/3\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = 3 \\ x- & y+ & 2z = 2 \\ 2x+ & y- & z = 4 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 13/7 \\ y = 5/7 \\ z = 3/7 \end{cases}$$

Problema 16 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x- & y- & z = 0 \\ 2x+ & y- & z = 2 \\ x- & 2y+ & z = 3 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y+ & z = 2 \\ 3x- & y+ & 2z = 3 \\ 2x- & 2y+ & z = 7 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x- & y- & z = 0 \\ 2x+ & y- & z = 2 \\ x- & 2y+ & z = 3 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 12/7 \\ y = 1/7 \\ z = 11/7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = 2 \\ 3x- & y+ & 2z = 3 \\ 2x- & 2y+ & z = 7 \end{cases} \text{ Sistema Incompatible}$$

Problema 17 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} 3x- & y- & z = 1 \\ x+ & y+ & z = 2 \\ 2x- & 2y- & 2z = -1 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y- & z = 1 \\ 3x- & y+ & z = 0 \\ x+ & y- & 2z = 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 3x- & y- & z = 1 \\ x+ & y+ & z = 2 \\ 2x- & 2y- & 2z = -1 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \begin{cases} x = 3/4 \\ y = 5/4 - z \\ z = z \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y- & z = 1 \\ 3x- & y+ & z = 0 \\ x+ & y- & 2z = 1 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 1/4 \\ y = 3/4 \\ z = 0 \end{cases}$$

Problema 18 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x+ & 2y- & z = 1 \\ 2x- & y- & z = 0 \\ 3x+ & y+ & 2z = 2 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y & + & z = 1 \\ x+ & 2y & - & z = 2 \\ 2x+ & 3y & & = 4 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x+ & 2y- & z = 1 \\ 2x- & y- & z = 0 \\ 3x+ & y+ & 2z = 2 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 7/20 \\ y = 9/20 \\ z = 1/4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y & + & z = 1 \\ x+ & 2y & - & z = 2 \\ 2x+ & 3y & & = 4 \end{cases} \text{ Sistema Incompatible}$$

Problema 19 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x- & y & = 2 \\ -x+ & 2y+ & 3z = -1 \\ x+ & y+ & 6z = 4 \end{cases} ; \begin{cases} x- & 2y+ & z = 1 \\ y- & z = 1 \\ 3x+ & 2y+ & z = -1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x- & y & = 2 \\ -x+ & 2y+ & 3z = -1 \\ x+ & y+ & 6z = 4 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \begin{cases} x = 3 - 3\lambda \\ y = 1 - 3\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} x- & 2y+ & z = 1 \\ y- & z = 1 \\ 3x+ & 2y+ & z = -1 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = -2 \end{cases}$$

Problema 20 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x- & y & = 2 \\ -x+ & 2y+ & 3z = -1 \\ x+ & y+ & 6z = 4 \end{cases} ; \begin{cases} x- & 2y+ & z = 1 \\ y- & z = 1 \\ 3x+ & 2y+ & z = -1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x- & y & & = 2 \\ -x+ & 2y+ & 3z & = -1 \\ x+ & y+ & 6z & = 4 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \begin{cases} x = 3 - 3\lambda \\ y = 1 - 3\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} x- & 2y+ & z & = 1 \\ & y- & z & = 1 \\ 3x+ & 2y+ & z & = -1 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = -2 \end{cases}$$

Problema 21 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x+ & y+ & z & = & 6 \\ x & - & 2z & = & -5 \\ 2x- & y+ & 2z & = & 6 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y- & z & = & 2 \\ 2x- & y+ & z & = & 0 \\ x- & 5y+ & 5z & = & 1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x+ & y+ & z & = & 6 \\ x & - & 2z & = & -5 \\ 2x- & y+ & 2z & = & 6 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y- & z & = & 1 \\ 3x- & y+ & z & = & 0 \\ x+ & y- & 2z & = & 1 \end{cases} \text{ Sistema Incompatible}$$

Problema 22 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x+ & 3y- & z & = & 0 \\ 2x+ & y+ & 4z & = & 1 \\ 5y- & 6z & & = & -1 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y+ & 3z & = & 2 \\ 2x- & y+ & 2z & = & -1 \\ 3x+ & 2y+ & 7z & = & 5 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x+ & 3y- & z & = & 0 \\ 2x+ & y+ & 4z & = & 1 \\ 5y- & 6z & & = & -1 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \begin{cases} x = 3/5 - 13/5\lambda \\ y = -1/5 + 6/5\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y+ & 3z & = & 2 \\ 2x- & y+ & 2z & = & -1 \\ 3x+ & 2y+ & 7z & = & 5 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = -1 \end{cases}$$

Problema 23 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} 2x+ & y- & 2z & = & 5 \\ x- & y- & 2z & = & 0 \\ 3x- & 2y- & 3z & = & 4 \end{cases} ; \begin{cases} x- & y+ & z & = & 2 \\ 2x+ & y- & 4z & = & -1 \\ -4x- & 5y+ & 14z & = & 9 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} 2x+ & y- & 2z = 5 \\ x- & y- & 2z = 0 \\ 3x- & 2y- & 3z = 4 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x- & y+ & z = 2 \\ 2x+ & y- & 4z = -1 \\ -4x- & 5y+ & 14z = 9 \end{cases} \text{ Sistema Incompatible}$$

Problema 24 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x- & 2y+ & z = 1 \\ 2x+ & y- & 2z = 2 \\ 3x- & y- & z = 3 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y+ & z = 2 \\ 2x- & y- & z = 1 \\ x+ & y- & 2z = 0 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} x- & 2y+ & z = 1 \\ 2x+ & y- & 2z = 2 \\ 3x- & y- & z = 3 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Indeterminado} \implies \begin{cases} x = 1 + 3/5\lambda \\ y = 4/5\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = 2 \\ 2x- & y- & z = 1 \\ x+ & y- & 2z = 0 \end{cases} \text{ Sistema Compatible Determinado} \implies \begin{cases} x = 1 \\ y = 1/3 \\ z = 2/3 \end{cases}$$