

- 1.- Se supone, que la calificación en Matemáticas obtenida por los alumnos de una cierta clase, es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica $\sigma = 1'5$ puntos. Se elige una muestra aleatoria de tamaño 10 y se obtiene una suma de sus calificaciones igual a 59'5 puntos.
- Determinése un intervalo de confianza al 95% , para la calificación media de la clase.
 - ¿Qué tamaño ha de tener la muestra, para que el error máximo de la estimación sea de 0'5 puntos, con un nivel de confianza del 95%?
- _____
- 2.- Se supone que el tiempo de vida útil en miles de horas (*Mh*) de un cierto modelo de televisión, se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a $\sigma = 0'5$ Mh . Para una muestra aleatoria simple de 4 televisores de dicho modelo, se obtiene una media muestral de $\bar{x} = 19'84$ Mh de vida útil.
- Hállese un intervalo de confianza al 95% para el tiempo de vida útil medio de los televisores.
 - Calcúlese el tamaño muestral mínimo necesario para que el valor absoluto del error de la estimación de la media poblacional mediante la media muestral sea inferior a 0'2 Mh con probabilidad mayor o igual que 0'95.
- _____
- 3.- En un laboratorio se obtuvieron seis determinaciones del *pH* de una solución con los siguientes resultados: 7'91, 7'94, 7'90, 7'93, 7'89 y 7'91. Se supone que la población de todas las determinaciones del *pH* de la solución tiene una distribución normal de media desconocida con desviación típica igual a $\sigma = 0'02$.
- Determinése un intervalo de confianza al 98% para la media μ de todas las determinaciones del *pH* de la misma solución, obtenidas con el mismo método.
 - Con el mismo nivel de confianza anterior, ¿cuál debe ser el tamaño mínimo de la muestra para que la amplitud del intervalo de confianza sea a la suma de 0'02?
- _____
- 4.- Se han elegido al azar 10 televisores de un taller de electrónica y se han anotado el número de horas que se han necesitado para su reparación. Los resultados han sido los siguientes:
- 7 5 8 2 4 7 4 1 6 6
- Se supone que el número de horas de reparación de este tipo de televisores es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica $\sigma = 1'5$ horas.
- Determinése el intervalo de confianza del 90% para el tiempo medio de reparación.
 - ¿Qué tamaño debe tener una muestra para que el error máximo de estimación sea de 0'5 horas con el mismo nivel de confianza?
- _____
- 5.- Se ha extraído una muestra de 145 alumnos de una escuela de artes, a los que se les ha propuesto un test de habilidad. La media y la desviación típica obtenida de la muestra son $\bar{x} = 82$ y $\hat{s} = 14$, respectivamente. A partir de estos datos, calcular el intervalo en el cual se hallará la media de la población con un nivel de confianza del 99%.

① a) X : calificación de votos (puntos) $\rightarrow N(\mu, 1.5)$

CDG: 4

muestra $n=10$ $\rightarrow \bar{X} = \frac{59.5}{10} = 5.95$

Al ser la distribución de partida normal, la distribución de las medias muestrales también lo es, y le corresponde un intervalo de confianza para la media de la población μ de:

$IC = (\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

$1-\alpha = 0.95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$

$IC = (5.95 \pm 1.96 \frac{1.5}{\sqrt{10}}) = (5.95 \pm 0.93) = \boxed{(5.02, 6.88)}$

se encuentra μ con una probabilidad del 95%

b) $E = 0.5$ pts $E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq 0.5$; $1.96 \cdot \frac{1.5}{\sqrt{n}} \leq 0.5$; $\sqrt{n} \geq \frac{1.96 \cdot 1.5}{0.5}$

$\sqrt{n} \geq 5.88$, $n \geq 34.57 \rightarrow \boxed{n=35}$

② a) X : tiempo vida útil (TV) (Mh) $\rightarrow N(\mu, 0.5)$

muestra $n=4$ $\rightarrow \bar{X} = 19.84$ Mh

Al ser la distribución de las X normal, la distribución de las medias muestrales es una normal perfecta, y le corresponde un intervalo de confianza para la μ igual a $IC = (\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

$1-\alpha = 0.95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$

$IC = (19.84 \pm 1.96 \cdot \frac{0.5}{\sqrt{4}}) = (19.84 \pm 0.49) = \boxed{(19.35, 20.33)}$

b) $|\bar{X} - \mu| < 0.2$

$z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 0.2$; $1.96 \cdot \frac{0.5}{\sqrt{n}} < 0.2$

$\bar{X} - \mu = \text{Error}$

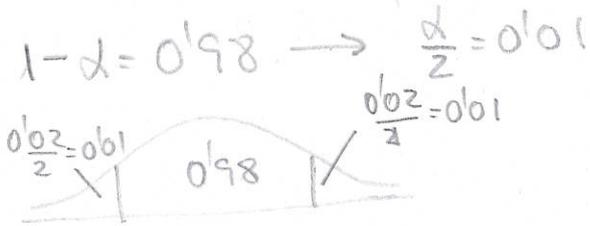
$\sqrt{n} > \frac{1.96 \cdot 0.5}{0.2}$; $\sqrt{n} > 4.9$; $n > 24.01$

$\boxed{n=25}$

3) X : determinaciones de PH $\rightarrow N(\mu, 0.02)$

a) muestra $n=6$ $\bar{X} = \frac{7.91 + 7.94 + 7.90 + 7.93 + 7.89 + 7.91}{6} = 7.913$

Al ser normal la distribución X , también lo es la distribución de las medias muestrales, le corresponde un intervalo de confianza para la media de la población de $IC = (\bar{X} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$



$P(Z \leq Z_{\alpha/2}) = 0.99 \rightarrow Z_{\alpha/2} = 2.33$



$IC = (7.913 \pm 2.33 \frac{0.02}{\sqrt{6}}) = (7.913 \pm 0.019) = (7.89, 7.93)$

b) amplitud del intervalo $\rightarrow 2E$ $2E = 0.02 \rightarrow E = 0.01$

$E = Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$; $0.01 \geq 2.33 \frac{0.02}{\sqrt{n}}$; $\sqrt{n} \geq \frac{2.33 \cdot 0.02}{0.01}$

$\sqrt{n} \geq 4.66$; $n \geq 21.7 \rightarrow n = 22$

*

④ X : reparación de TV (horas) $\rightarrow N(\mu, \sigma^2)$

a) muestra $n=10$ $\rightarrow \bar{X} = \frac{7+5+8+2+4+7+4+1+6+6}{10} = 5$
 $\bar{X} = 5$ horas

Al ser la distribución de partida X una distribución normal, la distribución \bar{X} de las medias muestrales también lo es, le corresponde un intervalo de confianza para la media poblacional $IC = (\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

$$IC = (5 \pm 1.645 \frac{1.5}{\sqrt{10}}) = (5 \pm 0.78) = \boxed{(4.22, 5.78)}$$

$$1-\alpha = 0.9 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.645$$

se encuentra μ con una probabilidad del 90%

b) $E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$; $E = 0.5$; $0.5 = 1.645 \cdot \frac{1.5}{\sqrt{n}}$; $\sqrt{n} = \frac{1.645 \cdot 1.5}{0.5}$

$$\sqrt{n} = 4.935; n = 24.35 \rightarrow \boxed{n = 25}$$

⑤ muestra $n=145$ $\rightarrow \begin{cases} \bar{X} = 82 \\ \hat{S} = 14 \end{cases}$

* Al ser $n \geq 30$, la distribución de las medias muestrales \bar{X} es normal $N(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$.

Como σ es desconocida, pero $n \geq 30$, la estimamos mediante \hat{S} . A la media poblacional " μ " le corresponde por lo tanto un intervalo de confianza igual a $IC = (\bar{X} \pm z_{\alpha/2} \frac{\hat{S}}{\sqrt{n}})$

$$1-\alpha = 0.99 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2.575$$

se encuentra μ con una probabilidad del 99%

$$IC = (82 \pm 2.575 \cdot \frac{14}{\sqrt{145}}) = (82 \pm 3) = \boxed{(79, 85)}$$