1. Dados dos sucesos aleatorios A y B, se sabe que: $P(B^c)=\frac{3}{4}$ y $P(A)=P(A/B)=\frac{1}{3}$ (B^c indica el complementario del suceso B).

   a) Razona si los sucesos A y B son independientes.
   b) Calcula $P(A\cup B)$

---

2. Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A)=0,6$; $P(B)=0,2$ y $P(\overline{A}\cup\overline{B})=0,7$.
   Calcúlese $P(A\cup B)$ y razónese si los sucesos son independientes.

---

3. Sobre los sucesos A y B se conocen las siguientes probabilidades: $P(A)=0,7$, $P(B)=0,5$ $P(A\cap B)=0,45$ Calcular:

   $P(B/A)$ $\qquad P(\overline{A}\cap\overline{B})$

---

4. Se consideran los sucesos A y B de un experimento aleatorio, tales que:

   $$P(A)=\frac{1}{4}\quad P(B)=\frac{1}{3}\quad P(A\cup B)=\frac{1}{2}.$$

   a) ¿Son A y B sucesos independientes?
   b) Calcúlese $P(\overline{A}/\overline{B})$.

---

5. Sean los sucesos A y B tales que $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(\overline{B})=\frac{2}{5}$ y $P(\overline{A}\cup\overline{B})=\frac{3}{4}$. Calcular:

   a) $P(B/A)$ $\qquad$ b) $P(\overline{A}/B)$

---

6. Sean $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ dos sucesos aleatorios tales que : $\boldsymbol{P(A)={}^{3}/_{4}}$, $\boldsymbol{P(B)={}^{1}/_{2}}$ y $\boldsymbol{P(\overline{A}\cap\overline{B})={}^{1}/_{20}}$
Calcúlese:

   a) $\boldsymbol{P(A\cup B)}$ $\qquad$ b) $\boldsymbol{P(A\cap B)}$ $\qquad$ c) $\boldsymbol{P\left({}^{\overline{A}}/_{B}\right)}$ $\qquad$ d) $\boldsymbol{P\left({}^{\overline{B}}/_{A}\right)}$

---

7. Sean los tres sucesos $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{C}$ de un experimento aleatorio tales que: $\boldsymbol{P(A)={}^{1}/_{2}}$, $\boldsymbol{P(B)={}^{1}/_{3}}$, $\boldsymbol{P(C)={}^{1}/_{4}}$, $\boldsymbol{P(A\cup B\cup C)={}^{2}/_{3}}$, $\boldsymbol{P(A\cap B\cap C)=0}$, $\boldsymbol{P({}^{A}/_{B})={}^{1}/_{2}}$ y $\boldsymbol{P({}^{C}/_{A})={}^{1}/_{2}}$.
Calcular $\boldsymbol{P(C\cap B)}$ y $\boldsymbol{P(\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C})}$.

SOLUCIONES

1. Dados dos sucesos aleatorios A y B, se sabe que: $P(B^c) = \frac{3}{4}$ y $P(A) = P(A/B) = \frac{1}{3}$ (B^c indica el complementario del suceso B).

   a) Razona si los sucesos A y B son independientes.
   b) Calcula $P(A \cup B)$

$P(B^c) = P(\overline{B}) = \frac{3}{4} \Rightarrow P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

$P(A) = P(A/B) \Rightarrow$ A y B son independientes

$P(A) = \frac{1}{3}$

$P(A/B) = \frac{1}{3}$

a) Como $P(A) = P(A/B) \Rightarrow$ A y B son independientes.

b) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Como A y B son independientes $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

$P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

2. Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,2$ y $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0,7$.
   Calcúlese $P(A \cup B)$ y razónese si los sucesos son independientes.

$P(A) = 0'6 \quad P(B) = 0'2 \quad P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 0'7 = P(\overline{A \cap B})$

$P(A \cap B) = 1 - P(\overline{A \cap B}) = 1 - 0'7 = 0'3$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0'6 + 0'2 - 0'3 = 0'8 - 0'3 = 0'5$

$\boxed{I}$ Para ver si son independientes, calculamos $P(A/B)$

$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0'3}{0'2} = \frac{3}{2} = 1'5 \neq 0'6 = P(A) \Rightarrow$ A y B dependientes

$\boxed{II}$ Si fueran independientes $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0'6 \cdot 0'2 = 1'2 \neq 0'3$

Así que <u>no</u> son independientes

3. Sobre los sucesos A y B se conocen las siguientes probabilidades: $P(A)=0,7$, $P(B)=0,5$ $P(A \cap B)=0,45$ Calcular:

$P(B/A)$ $\qquad$ $P(\bar{A} \cap \bar{B})$

$P(A) = 0'7 \quad P(B) = 0'5 \quad P(A \cap B) = 0'45$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0'45}{0'7} = 0'64$$

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) \underset{\uparrow}{=} P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0'75 = 0'25$$

Ley de Morgan

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0'7 + 0'5 - 0'45 = 0'75$$

4. Se consideran los sucesos A y B de un experimento aleatorio, tales que:

$$P(A) = \frac{1}{4} \quad P(B) = \frac{1}{3} \quad P(A \cup B) = \frac{1}{2}.$$

a) ¿Son A y B sucesos independientes?
b) Calcúlese $P(\bar{A}/\bar{B})$.

a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} - \frac{6}{12} = \frac{1}{12}$

$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

Como $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow$ A y B son independientes

b) $$P(\bar{A}/\bar{B}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} \underset{\uparrow}{=} \frac{P(\overline{A \cup B})}{1 - P(B)} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} = \frac{1 - 1/2}{1 - 1/3} = \frac{1/2}{2/3} = \frac{3}{4}$$

Morgan

5. Sean los sucesos A y B tales que $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(\overline{B})=\frac{2}{5}$ y $P(\overline{A}\cup\overline{B})=\frac{3}{4}$. Calcular:

a) $P(B/A)$ b) $P(\overline{A}/B)$

a) $P(B/A)=\dfrac{P(B\cap A)}{P(A)}=\dfrac{1/4}{1/2}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

$P(\overline{A}\cup\overline{B})=\dfrac{3}{4} \rightarrow P(\overline{A\cap B}) \underset{\uparrow \text{Morgan}}{=} P(\overline{A}\cup\overline{B})=\dfrac{3}{4} \rightarrow P(A\cap B)=1-P(\overline{A\cap B})=$

$=1-\dfrac{3}{4}=\dfrac{1}{4}$

b) $P(\overline{A}/B)=\dfrac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\dfrac{7/20}{3/5}=\dfrac{7\cdot \cancel{5}}{3\cdot 4\cdot \cancel{5}}=\dfrac{7}{12}$

$P(\overline{A}\cap B)=P(B)-P(A\cap B)=\dfrac{3}{5}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{12-5}{20}=\dfrac{7}{20}$

6. Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que: $P(A)={}^{3}/_{4}$, $P(B)={}^{1}/_{2}$ y $P(\overline{A}\cap\overline{B})={}^{1}/_{20}$

Calcúlese:

a) $P(A\cup B)$ b) $P(A\cap B)$ c) $P\left({}^{\overline{A}}/_{B}\right)$ d) $P\left({}^{\overline{B}}/_{A}\right)$

$P(A)=3/4$ $P(B)=1/2$ $P(\overline{A}\cap\overline{B}) \underset{\uparrow \text{Morgan}}{=} P(\overline{A\cup B})=1/20$

a) $P(A\cup B)=1-P(\overline{A\cup B})=1-1/20=19/20$

b) $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{19}{20}=\dfrac{3}{10}$

c) $P\left(\overline{A}/B\right)=\dfrac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\dfrac{P(B)-P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{1/2-3/10}{1/2}=\dfrac{1/5}{1/2}=\dfrac{2}{5}$

d) $P\left(\overline{B}/A\right)=\dfrac{P(\overline{B}\cap A)}{P(A)}=\dfrac{P(A)-P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{3/4-3/10}{3/4}=\dfrac{3}{5}$