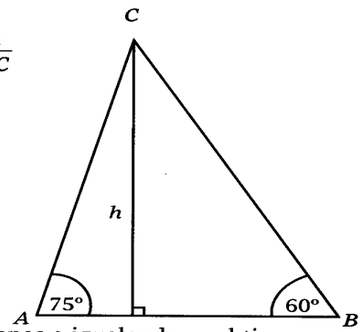
## 7. Teorema del seno

Un bote tiene dos opciones para atracar en la costa, el punto $A$ o $B$. Para alcanzar el primero debe seguir una dirección que forme un ángulo de 75° con la orilla, o bien, para el punto $B$, debe recorrer 9,5 km hasta la orilla tomando un ángulo de dirección de 60° con esta.

*¿Hacia qué punto (A o B) recorrerá menor distancia el bote?* El siguiente esquema te ayudará a entender el problema.

Si trazamos una altura desde el bote hacia la orilla, podremos aplicar las razones trigonométricas, donde:

$$\text{sen } 60° = \frac{h}{9{,}5} \quad \text{y} \quad \text{sen } 75° = \frac{h}{AC}$$




despejando $h$ de ambas ecuaciones e igualando se obtiene que:

$9{,}5 \cdot \text{sen } 60° = AC \cdot \text{sen } 75°$

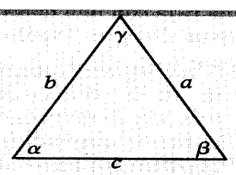
de donde

$AC = 8{,}51$ km

*¿A qué distancia está el bote de la orilla?*

Siguiendo el razonamiento del ejercicio y construyendo triángulos rectángulos puedes llegar a una relación entre los lados de cualquier triángulo y sus ángulos, llamada **teorema del seno**:

"En todo triángulo la razón entre la medida de un lado y el seno del ángulo opuesto a él, es constante".




***Teorema del seno***

$$\frac{\text{sen } \alpha}{a} = \frac{\text{sen } \beta}{b} = \frac{\text{sen } \gamma}{c}$$

*¿Qué sucede si el triángulo es rectángulo? ¿Se cumple?*
*¿A qué distancia está el punto A del punto B?*

### Actividades

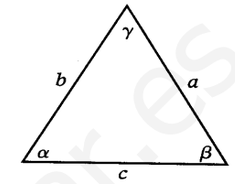
1. En el triángulo de la figura resuelve los valores de los lados y ángulos que faltan:

   a) $\gamma = 70°$ ; $b = 6$; $c = 10$

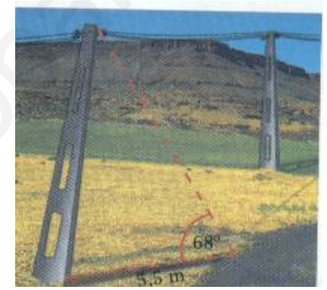
   b) $\beta = 150°$ ; $b = 50$; $c = 8$

   c) $\beta = 62°$ ; $a = 7$; $b = 8$

   d) $\alpha = 32{,}5°$ ; $a = 13$; $c = 15$

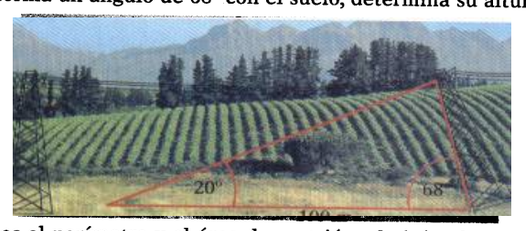



2. Después de un choque, un poste del alumbrado público no quedó perpendicular al suelo. Su sombra es de 5,5 m cuando el ángulo de elevación del sol es de 68°. Calcula el ángulo de variación de su inclinación si antes del choque proyectaba una sombra de 5 m a la misma hora.




3. Durante un viaje por la carretera del norte de nuestro país, Alejandra y Carolina divisan las luces de un pueblo en una dirección de 18° NO, una hora más tarde, ven las mismas luces, pero esta vez con un ángulo de 48° en dirección SO.
   Si el automóvil en el que se desplazan va a 90 km/h (sin variación) ¿a qué distancia de la carretera está el pueblo? Haz un bosquejo de la situación.

4. Un hombre mide el ángulo de elevación de una torre desde un punto situado a 100 m de ella. Si el ángulo medido es de 20° y la torre forma un ángulo de 68° con el suelo, determina su altura.




5. ¿Cuál es el perímetro y el área de un triángulo isósceles cuyo ángulo no basal mide 30° y su base mide 25 cm?

6. En la circunferencia de centro $O$ y radio 10 cm, el arco $AB$ mide 120°. ¿Cuánto mide la cuerda que lo subtiende?

www.yoquieroaprobar.es

## 8. Teorema del coseno

Desde la intersección de dos calles parten dos vehículos al mismo tiempo recorriendo en línea recta 150 y 120 m respectivamente. Si se sabe que el ángulo formado por ambas calles en la intersección es de 75°, *¿a qué distancia geométrica están los autos entre sí?*

Resolver este problema equivale a resolver un triángulo dados la medida de dos de sus lados y el ángulo comprendido entre ellos. Para solucionar este tipo de ejercicio puedes utilizar el **teorema del coseno** que relaciona lados y ángulos. La demostración te la damos como desafío.

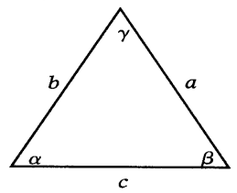
***Teorema del coseno***

En un triángulo *ABC* cualquiera, se cumple que:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$




Ten mucho cuidado con los signos (+ o –) que obtengas del cálculo del coseno del ángulo entre los lados, pues si este es obtuso el coseno será un valor de signo negativo y si el ángulo es agudo el valor será de signo positivo.

*¿Se cumple el teorema en un triángulo rectángulo?*. Explica.

### Actividades

1. En el triángulo de la figura anterior resuelve y entrega los valores de los lados y ángulos que faltan.

   a) $\alpha = 50°$ ; $b = 12$ ; $c = 10$

   b) $\beta = 120°$ ; $a = 8$ ; $c = 10$

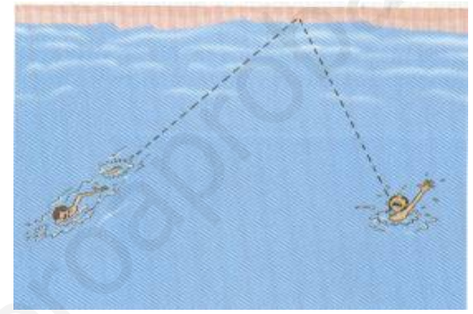
   c) $\gamma = 22°$ ; $a = 8$ ; $b = 5$

   d) $\beta = 77°$ ; $a = 6$ ; $c = 7$

2. ¿Cuál es la medida de los ángulos interiores de un triángulo si las medidas de los lados son: 4 cm, 5 cm y 6 cm?

3. Un rombo tiene lados de 10 cm, si el ángulo de uno de sus vértices es 65°, calcula la longitud de sus diagonales.

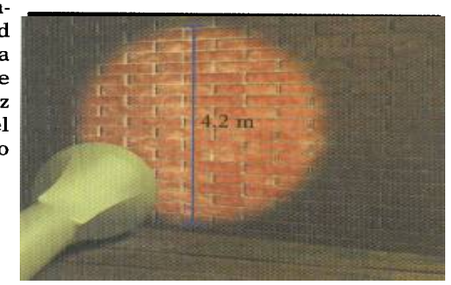
4. En una competencia de natación dos amigos parten lanzándose al agua desde una balsa al mismo tiempo, el primero nada a una velocidad promedio de 6 km/h y el segundo a 5 km/h.
   Comienzan a alejarse entre sí con un ángulo de 35°; después de media hora de competencia el segundo sufre un calambre.
   ¿Qué distancia recorrerá el primero para ir en su auxilio y qué ángulo tendrá la nueva dirección de éste?



5. ¿Qué tipo de triángulo es aquel cuyos vértices están en las coordenadas (1, 3); (–3, 0) y (0, 4)? Explica.

6. Dos personas van por un camino, pero en un punto hay una bifurcación formándose dos caminos con un ángulo de 45° entre ellos. Cada uno toma un camino distinto, el primero avanza a una velocidad de 4 km/h y el segundo a 5,6 km/h.
   ¿A qué distancia se encuentran uno del otro luego de 3,5 horas? Haz un esquema de la situación.

7. Una linterna que se encuentra a 6 m de la pared de una casa, genera una circunferencia de luz de diámetro 4,2 m con la luz que genera. ¿Cuál es el ángulo de salida del rayo de luz de la linterna?




www.yoquieroaprobar.es