EXAMEN BLOQUE ÁLGEBRA

1.- Halla, sin hacer uso de la calculadora, el valor de los siguientes logaritmos:

- $\log_6\left(\sqrt{2}\sqrt{3}\right)$
- $\log_2(0{,}25)$ (1 punto)

2.- Expresa en forma de intervalo y representa gráficamente los números reales x que cumplan la condición $|x+1| \geq 2$ (1 punto)

3.- Halla el término general de la sucesión **1, -2, 3, -4, …** (0,5 puntos)

4.- Escribe razonadamente el valor de los límites de las sucesiones siguientes:

- $a_n = 5 - \dfrac{1}{n^3} \quad n \geq 1$
- $b_n = \dfrac{2n-3}{1-n} \quad n > 1$ (1 punto)

5.- Halla la suma de los 15 primeros términos y la suma de los infinitos términos de una sucesión geométrica a_n de razón $\dfrac{1}{2}$ y cuyo primer término es $a_1 = 3$.

(1,25 puntos)

6.- Resuelve las ecuaciones: (3 puntos)

a) $\sqrt{x+1} - 2 = \dfrac{x}{8}$

b) $\log(x+3) - \log(x-6) = 1$

c) $\dfrac{x}{x-6} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{x}{6} - \dfrac{x+6}{x-6}$

7.- Clasifica y resuelve, si es posible, el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} 3x - y + 2z &= 5 \\ -x + y - z &= 1 \\ 5x - 3y + 4z &= -2 \end{aligned}\right\}$$

(1 punto)

8.- Halla la solución, si existe, del siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} 9x^2 - 4 &> 0 \\ 2(-3x+1) &\leq -2 \end{aligned}\right\}$$

(1,25 puntos)

SOLUCIONES

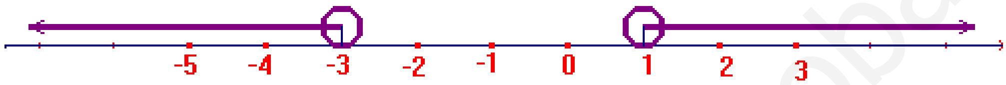
1.- Halla, sin hacer uso de la calculadora, el valor de los siguientes logaritmos:

- $\log_6\left(\sqrt{2}\sqrt{3}\right) = \log_6 \sqrt{6} = \frac{1}{2}\log_6 6 = \frac{1}{2}\cdot 1 = \frac{1}{2}$
- $\log_2(0{,}25) = \log_2 \frac{25}{100} = \log_2 \frac{1}{4} = \log_2 1 - \log_2 2^2 = 0 - 2\log_2 2 = -2$

2.- Expresa en forma de intervalo y representa gráficamente los números reales x que cumplan la condición $|x+1| \geq 2$

$|x+1| \geq 2 \begin{cases} x+1 \geq 2 \rightarrow x \geq 1 \\ x+1 \leq -2 \rightarrow x \leq -3 \end{cases}$ Intervalo: $(-\infty,-3] \cup [1,+\infty)$

gráficamente:



3.- Halla el término general de la sucesión **1, -2, 3, -4, ...** $a_n = (-1)^{n+1} n$

4.- Escribe razonadamente el valor de los límites de las sucesiones siguientes:

- $a_n = 5 - \frac{1}{n^3}$ $n \geq 1$ $a_{100} = 5 - 10^{-6} \rightarrow \lim a_n = 5 - 0 = 5$
- $b_n = \frac{2n-3}{1-n}$ $n > 1$ $b_{100} = \frac{197}{-99} \approx -1{,}989 \rightarrow \lim b_n = -2$

5.- Halla la suma de los 15 primeros términos y la suma de los infinitos términos de una sucesión geométrica a_n de razón $\frac{1}{2}$ y cuyo primer término es $a_1 = 3$.

$$S_{15} = \frac{a_{15}\cdot\left(\frac{1}{2}\right) - a_1}{\frac{1}{2} - 1} \qquad a_{15} = 3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{14} = \frac{3}{2^{14}}$$

$$S_{15} = \frac{\frac{3}{2^{14}}\cdot\left(\frac{1}{2}\right) - 3}{\frac{1}{2} - 1} = \left(\frac{3}{32768} - 3\right) : \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{98301}{32768} : \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{98301}{16384}$$

$$S = \frac{a_1}{1-r} = \frac{3}{1-\frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6$$

6.-a) $\sqrt{x+1} - 2 = \frac{x}{8} \rightarrow \sqrt{x+1} = \frac{x}{8} + 2 \rightarrow \left(\sqrt{x+1}\right)^2 = \left(\frac{x+16}{8}\right)^2 \rightarrow x+1 = \frac{(x+16)^2}{64}$

$$64(x+1) = x^2 + 32x + 256 \rightarrow x^2 + 32x + 256 - 64x - 64 = 0$$

$$x^2 - 32x + 192 = 0 \rightarrow x = \frac{32 \pm \sqrt{1024 - 768}}{2} = \frac{32 \pm 16}{2} = \left\langle \begin{matrix} 24 \\ 8 \end{matrix} \right.$$

Comprobamos:

$$\sqrt{24+1}-2=\frac{24}{8}\rightarrow 5-2=3\rightarrow \text{SI}$$

$$\sqrt{8+1}-2=\frac{8}{8}\rightarrow 3-2=1\rightarrow \text{SI} \qquad \text{Soluciones: 48 y 8}$$

b) $\log(x+3)-\log(x-6)=1\rightarrow \log\dfrac{x+3}{x-6}=\log 10\rightarrow \dfrac{x+3}{x-6}=10$

$x+3=10(x-6)\rightarrow x+3=10x-60\rightarrow -9x=-63\rightarrow x=7$ VÁLIDA

c) $\dfrac{x}{x-6}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{x}{6}-\dfrac{x+6}{x-6}\quad\rightarrow \text{m.c.m}=6(x-6)$

$$\frac{6x}{6(x-6)}-\frac{3(x-6)}{6(x-6)}=\frac{x(x-6)}{6(x-6)}-\frac{6(x+6)}{6(x-6)}\rightarrow 6x-3x+18=x^2-6x-6x-36$$

$$x^2-15x-54=0\rightarrow x=\frac{15\pm\sqrt{225+4\cdot 54}}{2}=\frac{15\pm 21}{2}=\left\langle\begin{matrix}18\\-3\end{matrix}\right. \quad \text{VÁLIDAS LAS DOS}$$

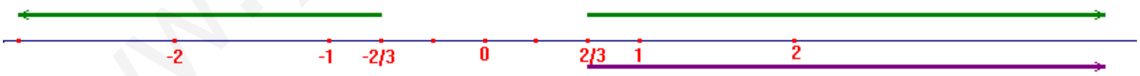
7.- Clasifica y resuelve, si es posible, el sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r}3x-y+2z=5\\-x+y-z=1\\5x-3y+4z=-2\end{array}\right\}(1^a\leftrightarrow 2^a)\left.\begin{array}{r}-x+y-z=1\\3x-y+2z=5\\5x-3y+4z=-2\end{array}\right\}\begin{pmatrix}2^a+3x1^a\\3^a+5x1^a\end{pmatrix}\rightarrow\left.\begin{array}{r}-x+y-z=1\\2y-z=8\\2y-z=3\end{array}\right\}$$

$$(3^a-2^a)\rightarrow\left.\begin{array}{r}-x+y-z=1\\2y-z=8\\0=-5\end{array}\right\}\ \text{Sistema INCOMPATIBLE}$$

8.- Halla la solución, si existe, del siguiente sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l}9x^2-4>0\\2(-3x+1)\le -2\end{array}\right\}\left.\begin{array}{l}(3x-2)(3x+2)>0\\-6x+2\le -2\end{array}\right\}-6x\le -4\rightarrow x\ge\frac{2}{3}$$



Solución: $\left(\dfrac{2}{3},+\infty\right)$