

**Examen de ECUACIONES RADICALES y LOGARÍTMICAS.
SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES. INECUACIONES.
PROBLEMAS.**

Ejercicio 1º [1,50 puntos]

Resolver la siguiente ecuación:

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{x-1} = 1$$

Ejercicio 2º [1,50 puntos]

Resolver la siguiente ecuación:

$$\log(2x-3) + \log 25 = 2 - \log(3x-2)$$

Ejercicio 3º [1,50 puntos]

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones no-lineal:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 25 \\ x - \frac{3y}{4} = 0 \end{array} \right\}$$

Ejercicio 4º [1,50 puntos]

Resuelve la siguiente inecuación (No olvides dar el conjunto solución):

$$\frac{2x-4}{3} - \frac{3x+1}{3} < \frac{2x-5}{12}$$

Ejercicio 5º [2,00 puntos]

Los lados de un triángulo miden 18, 16 y 9 cm y si lo dibujamos resulta evidente que **NO ES** un triángulo rectángulo. Calcula la cantidad se debe restar a cada uno de ellos (la misma para los tres) para que resulte un triángulo rectángulo.

Nota: Para evitar malentendidos la solución del problema debe ser obtenida mediante el planteamiento de una ecuación o sistema de ecuaciones, su resolución y su interpretación como solución del problema.

Ejercicio 6º [2,00 puntos]

Un grupo de amigos debe pagar la factura de 500€. Si fueran dos amigos más la cantidad a pagar de cada uno de ellos se vería reducida en 12,50€. ¿Cuántos amigos forman el grupo y cuánto paga cada uno?

Ejercicio 1º [1,50 puntos]

Resolver la siguiente ecuación:

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{x-1} = 1$$

$$\sqrt{x+2} = 1 + \sqrt{x-1}$$

Elevo al cuadrado (*obliga a comprobar soluciones)

$$(\sqrt{x+2})^2 = (1 + \sqrt{x-1})^2$$

$$x+2 = 1 + (x-1) + 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{x-1}$$

$$x+2 = 1 + x - 1 + 2\sqrt{x-1}$$

$$x+2-1-x+1 = 2\sqrt{x-1}$$

$$2 = 2\sqrt{x-1}$$

*Aísla un radical**Transformación de Ecuaciones No-Elemental que obliga a COMPROBAR soluciones**Segundo miembro desarrollado por la identidad notable**Quito paréntesis con la distributiva**Transpongo términos**Opera términos semejantes*

Divido entre 2

$$1 = \sqrt{x-1}$$

Elevo al cuadrado

$$1 = x - 1$$

$$1 + 1 = x$$

$$\boxed{2 = x}$$

*Para simplificar**No hace falta volver a mencionar que hay que comprobar soluciones*

*Hay que comprobar la solución obtenida:

$$\left. \begin{array}{l} [1^{\text{er}} \text{ Miembro}] \rightarrow \sqrt{x+2} - \sqrt{x-1} = \sqrt{2+2} - \sqrt{2-1} = \sqrt{4} - \sqrt{1} = 2 - 1 = 1 \\ [2^{\text{o}} \text{ Miembro}] \rightarrow 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{x=2}$$

**SOLUCIÓN
VÁLIDA****Ejercicio 2º [1,50 puntos]**

Resolver la siguiente ecuación:

$$\log(2x-3) + \log 25 = 2 - \log(3x-2)$$

$$\log(2x-3) + \log 25 + \log(3x-2) = \log 100$$

$$\log[25 \cdot (2x-3) \cdot (3x-2)] = \log 100$$

Igualo argumentos

$$25 \cdot (2x-3) \cdot (3x-2) = 100$$

Divido entre 25

$$(2x-3) \cdot (3x-2) = 4$$

$$(2x-3) \cdot (3x-2) = 4$$

$$6x^2 - 4x - 9x + 6 = 4$$

$$6x^2 - 4x - 9x + 6 - 4 = 0$$

$$6x^2 - 13x + 2 = 0$$

Resuelvo ecuación aplicando fórmula:

$$x = \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 2}}{2 \cdot 6}$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 48}}{12}$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{121}}{12}$$

$$x = \frac{13 \pm 11}{12} = \begin{cases} + = \frac{13+11}{12} = \frac{24}{12} = 2 \\ - = \frac{13-11}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

Solución 1 (Exacta)

$$x = 2$$

Solución 2 (Exacta)

$$x = \frac{1}{6}$$

*Escribo la constante DOS del segundo miembro como logaritmo decimal y transpongo el log del segundo miembro al primero para que tenga signo MÁS
Aplico propiedades de los logaritmos**Transformación de Ecuaciones No-Elemental que obliga a VER que las soluciones no provocan argumentos negativos (de logaritmos) en la ecuación original.**Simplifico la ecuación**Multiplico polinómicamente**Multiplico polinómicamente**Parece una ec. de segundo grado: la llevo a forma estándar para asegurarme*

Hay que comprobar que esas soluciones NO provocan argumentos negativos en los logaritmos de la ecuación original:

- La $\boxed{x=2}$ hace que los dos con argumentos algebraicos sean positivos luego **SOLUCIÓN VÁLIDA**
- Claramente la solución $x = \frac{1}{6}$ provoca que el primer logaritmo tenga argumento negativo luego **SOLUCIÓN FALSA**

03340

Ejercicio 3º [1,50 puntos]

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones no-lineal:

$$\left. \begin{aligned} x^2 + y^2 &= 25 \\ x - \frac{3y}{4} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Despejo x en segunda ecuación:

$$x = \frac{3y}{4}$$

Sustituyo x en primera ecuación:

$$\left(\frac{3y}{4}\right)^2 + y^2 = 25$$

$$\frac{9y^2}{16} + y^2 = 25$$

Multiplico por 16

$$9y^2 + 16y^2 = 400$$

$$25y^2 = 400$$

Divido entre 25

$$y^2 = \frac{400}{25}$$

$$y^2 = 16$$

$$y = \sqrt{16}$$

$$\boxed{y = \pm 4}$$

Calculo x:

- Si $y = 4$ entonces:

$$x = \frac{3 \cdot 4}{4}$$

$$x = \frac{12}{4}$$

$$\boxed{x = 3}$$

- Si $y = -4$ entonces:

$$x = \frac{3 \cdot (-4)}{4}$$

$$x = \frac{-12}{4}$$

$$\boxed{x = -3}$$

Así pues tenemos dos vectores solución: $(x; y) = (3, 4)$ y $(x; y) = (-3; -4)$ **Ejercicio 4º [1,50 puntos]**

Resuelve la siguiente inecuación (No olvides dar el conjunto solución):

$$\frac{2x-4}{3} - \frac{3x+1}{3} < \frac{2x-5}{12}$$

Multiplico por el número POSITIVO 12

$$4 \cdot (2x-4) - 4 \cdot (3x+1) < 1 \cdot (2x-5)$$

$$8x - 16 - 12x - 4 < 2x - 5$$

$$8x - 12x - 2x < +16 + 4 - 5$$

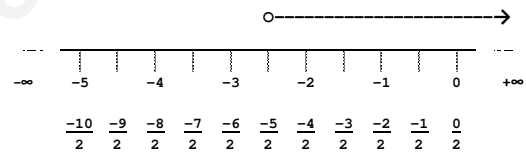
$$-6x < 15$$

Divido entre el número NEGATIVO -6 (*¡Cambia sentido Desigualdad!*)

$$x > \frac{15}{-6}$$

$$\boxed{x > -\frac{5}{2}}$$

Solución en formato gráfico:



Solución en notación de conjuntos:

$$\left(-\frac{5}{2}; +\infty\right)$$

*Nota: Basta dar el conjunto solución de una de las dos maneras***Ejercicio 5º [2,00 puntos]**

Los lados de un triángulo miden 18, 16 y 9 cm y si lo dibujamos resulta evidente que NO es un triángulo rectángulo. Calcula la cantidad se debe restar a cada uno de ellos (la misma para los tres) para que resulte un triángulo rectángulo.

Sea x la cantidad fija a restar

Si tiene que ser triángulo rectángulo OBLIGATORIAMENTE debe cumplir el teorema de Pitágoras, y evidentemente el lado de mayor longitud debe ser la hipotenusa:

$$(18-x)^2 = (16-x)^2 + (9-x)^2$$

$$324 + x^2 - 36x = 256 + x^2 - 32x + 81 + x^2 - 18x$$

$$0 = 256 + x^2 - 32x + 81 + x^2 - 18x - 324 - x^2 + 36x$$

$$0 = x^2 - 14x + 13$$

Resuelvo esta ecuación aplicando fórmula:

03340

$$x = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 13}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 52}}{2}$$

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{144}}{2}$$

$$x = \frac{14 \pm 12}{2}$$

$$x = \frac{14 + 12}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

$$x = \frac{14 - 12}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Solución 1 (Exacta)

$x = 13$

Solución 2 (Exacta)

$x = 1$

La solución 13 debe ser descartada pues no podemos quitarle 13 al lado que mide 9, nos daría un lado de longitud negativa lo que es imposible.

Respuesta: La única solución válida es $x = 1$ con lo que el triángulo cuyos lados miden 17, 15 y 8 si es un triángulo rectángulo.

Ejercicio 6º [2,00 puntos]

Un grupo de amigos debe pagar la factura de 500€. Si fueran dos amigos más la cantidad a pagar de cada uno de ellos se vería reducida en 12,50€. ¿Cuántos amigos forman el grupo y cuánto paga cada uno?

Número de amigos $\rightarrow x$	$x \cdot y = 500$	<p><i>El número de amigos multiplicado por lo que paga cada uno debe ser 500€</i></p> <p><i>El número de amigos MÁS LOS DOS HIPOTÉTICOS multiplicado por lo que HIPOTÉTICAMENTE pagarían también deben ser los 500 €</i></p>
€ a pagar cada uno $\rightarrow y$	$(x + 2)(y - 12,50) = 500$	

Despejo y en primera ecuación:

$$y = \frac{500}{x}$$

Sustituyo y en segunda ecuación:

$$(x + 2) \left(\frac{500}{x} - 12,50 \right) = 500$$

$$\frac{500x}{x} - 12,50x + \frac{1000}{x} - 25 = 500 \quad \text{[#]}$$

Resuelvo esta ecuación aplicando fórmula:

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 80}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 320}}{-2}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{324}}{-2}$$

$$x = \frac{2 \pm 18}{-2}$$

$$x = \frac{2 + 18}{-2} = \frac{20}{-2} = -10$$

$$x = \frac{2 - 18}{-2} = \frac{-16}{-2} = 8$$

Solución 1 (Exacta)

$x = -10$

Solución 2 (Exacta)

$x = 8$

Ambas soluciones verifican la ecuación [#] previa a la transformación no-elemental que implicaba tener que comprobar soluciones (se ha hecho con la calculadora)

Respuesta: Como x es el número de amigos, no puede ser negativo. Así pues son 8 amigos y cada uno debe pagar 62,50€ que es el resultado de dividir 500 entre 8 según el despeje de y .