

Números reales. Potencias y radicales

NOMBRE: _____

- 1) a) Escribir en forma de intervalo: $\{x \in \mathbf{R} / -3 < x \leq 1\}$ (1 punto todo el ejercicio)
- b) Ídem para el conjunto de números comprendidos entre -1 y 0 , excluidos ambos.
- c) Ídem para $[-3, 1) \cup [-2, 4)$
- d) Ídem para $[-3, 1) \cap (-2, 4)$
- 2) Expresar en notación científica: (2 puntos)
- a) $2975,6 \cdot 10^{-910}$
- b) $0,084 \cdot 10^{130}$
- c) Expresar en forma ordinaria el siguiente número escrito en notación científica:
 $-5,13 \cdot 10^{-15}$
- d) Expresar en forma ordinaria el siguiente número escrito en notación científica:
 $-5,13 \cdot 10^{15}$
- 3) Simplificar, aplicando propiedades de potencias: (2 puntos)
- a) $\frac{6^{43}(-12)^{22}}{-4^{65}}$
- b) $\left(\frac{(2+a)^5}{(2+a)^{-2}}\right)^3$
- 4) Simplificar, aplicando propiedades de radicales y potencias, y dejando racionalizado el denominador, en su caso:
- a) $\frac{\sqrt{3^3} \sqrt[4]{5^5}}{\sqrt{3} \sqrt[5]{2^3} \sqrt[5]{2^2} \sqrt[4]{5}}$ (1 punto)
- b) $\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt[5]{9x^3}}$ (1 punto)
- c) $\frac{3}{3-2\sqrt{2}}$ (1 punto)
- d) $\sqrt{3^3} \sqrt[3]{18a^2}$ (0,5 puntos)
- e) $7\sqrt{18} + 6\sqrt{45} - 2\sqrt{2} - \sqrt{5}$ (0,5 puntos)
- 5) Calcular sin utilizar la calculadora, con el resultado simplificado: (1 punto)
- $$\frac{81}{243} \frac{128}{256} + \frac{35}{42}$$
- $$3 - \frac{63}{36}$$

SOLUCIONES

1) a) Escribir en forma de intervalo: $\{x \in \mathbb{R} / -3 < x \leq 1\}$ (1 punto todo el ejercicio)
 $\boxed{(-3, 1]}$ Son todos los números reales comprendidos entre -3 y 1 , excluyendo a -3 e incluyendo a 1 .

b) Ídem para el conjunto de números comprendidos entre -1 y 0 , excluidos ambos.
 $\boxed{(-1, 0)}$.

c) Ídem para $[-3, 1) \cup [-2, 4)$



$[-3, 1)$ está dibujado en rojo, mientras que $[-2, 4)$ lo está en azul. La *unión* de ambos intervalos está formada por todos los elementos que pertenezcan a alguno de los dos intervalos (lo que incluye a los que están en ambos a la vez). Por ello:

$$\boxed{[-3, 1) \cup [-2, 4) = [-3, 4)}$$

d) Ídem para $[-3, 1) \cap (-2, 4)$

Razonando sobre el gráfico anterior, pero teniendo presente esta vez que -2 no pertenece al segundo de los intervalos, la *intersección* resulta ser la zona común a ambos intervalos. Es decir:

$$\boxed{[-3, 1) \cap (-2, 4) = (-2, 1)}$$

Porque hay que hacer notar que ni -2 ni -1 pertenecen a ambos intervalos.

2) Expresar en notación científica: (2 puntos)

a) $2975,6 \cdot 10^{-910} = 2,9756 \cdot 10^3 \cdot 10^{-910} = 2,9756 \cdot 10^{3-910} = \boxed{2,9756 \cdot 10^{-907}}$

b) $0,084 \cdot 10^{130} = 8,4 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{130} = \boxed{8,4 \cdot 10^{128}}$

c) Expresar en forma ordinaria el siguiente número escrito en notación científica:
 $-5,13 \cdot 10^{-15} = \boxed{-0,00000000000000513}$

d) Expresar en forma ordinaria el siguiente número escrito en notación científica:
 $-5,13 \cdot 10^{15} = \boxed{-5130.000.000.000.000}$

3) Simplificar, aplicando propiedades de potencias: (2 puntos)

a) $\frac{6^{43}(-12)^{22}}{-4^{65}}$

$$\begin{aligned} \frac{6^{43}(-12)^{22}}{-4^{65}} &= \frac{(2 \cdot 3)^{43} (12)^{22}}{-(2^2)^{65}} = -\frac{2^{43} \cdot 3^{43} (2^2 \cdot 3)^{22}}{2^{130}} = -\frac{3^{43} 2^{44} 3^{22}}{2^{130-43}} = \\ &= -\frac{3^{65} 2^{44}}{2^{87}} = \boxed{-\frac{3^{65}}{2^{43}}} \end{aligned}$$

b) $\left(\frac{(2+a)^5}{(2+a)^{-2}} \right)^3$

$$\left(\frac{(2+a)^5}{(2+a)^{-2}} \right)^3 = \frac{(2+a)^{5 \cdot 3}}{(2+a)^{-2 \cdot 3}} = \frac{(2+a)^{15}}{(2+a)^{-6}} = (2+a)^{15 - (-6)} = \boxed{(2+a)^{21}}$$

- 4) Simplificar, aplicando propiedades de radicales y potencias, y dejando racionalizado el denominador, en su caso:

a) $\frac{\sqrt{3^3} \sqrt[4]{5^5}}{\sqrt{3} \sqrt[5]{2^3} \sqrt[5]{2^2} \sqrt[4]{5}} \quad (1 \text{ punto})$

$$\frac{\sqrt{3^3} \sqrt[4]{5^5}}{\sqrt{3} \sqrt[5]{2^3} \sqrt[5]{2^2} \sqrt[4]{5}} = \frac{\sqrt{3^2 3} \sqrt[4]{5^4 5}}{\sqrt{3} \sqrt[5]{2^{3+2}} \sqrt[4]{5}} = \frac{3\sqrt{3} 5\sqrt[4]{5}}{\sqrt{3} \sqrt[5]{2^5} \sqrt[4]{5}} = \frac{3 \cdot 5}{2} = \boxed{\frac{15}{2}}$$

b) $\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt[5]{9x^3}} \quad (1 \text{ punto})$

$$\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt[5]{9x^3}} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt[5]{3^2 x^3}} = \frac{3\sqrt{x} \sqrt[5]{3^3 x^2}}{\sqrt[5]{3^2 x^3} \sqrt[5]{3^3 x^2}} = \frac{3 \sqrt[5]{x^5} \sqrt[5]{3^6 x^4}}{\sqrt[5]{3^5 x^5}} = \frac{3 \sqrt[5]{3^6 x^9}}{3x} = \boxed{\frac{\sqrt[5]{3^6 x^9}}{x}}$$

c) $\frac{3}{3-2\sqrt{2}} \quad (1 \text{ punto})$

$$\frac{3}{3-2\sqrt{2}} = \frac{3}{3-2\sqrt{2}} \cdot \frac{3+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} = \frac{3(3+2\sqrt{2})}{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{9+6\sqrt{2}}{9-2^2(\sqrt{2})^2} = \frac{9+6\sqrt{2}}{9-4 \cdot 2} = \boxed{9+6\sqrt{2}}$$

d) $\sqrt{3\sqrt[3]{18a^2}} \quad (0,5 \text{ puntos})$

$$\sqrt{3\sqrt[3]{18a^2}} = \sqrt{\sqrt[3]{3^3 3^2 2a^2}} = \boxed{\sqrt[6]{3^5 2a^2}}$$

e) $7\sqrt{18} + 6\sqrt{45} - 2\sqrt{2} - \sqrt{5} \quad (0,5 \text{ puntos})$

$$\begin{aligned} 7\sqrt{18} + 6\sqrt{45} - 2\sqrt{2} - \sqrt{5} &= 7\sqrt{3^2 \cdot 2} + 6\sqrt{3^2 \cdot 5} - 2\sqrt{2} - \sqrt{5} = \\ &= 7 \cdot 3\sqrt{2} + 6 \cdot 3\sqrt{5} - 2\sqrt{2} - \sqrt{5} = 21\sqrt{2} + 18\sqrt{5} - 2\sqrt{2} - \sqrt{5} = \boxed{19\sqrt{2} + 17\sqrt{5}} \end{aligned}$$

- 5) Calcular sin utilizar la calculadora, con el resultado simplificado: (1 punto)

$$\frac{\frac{81}{243} \frac{128}{256} + \frac{35}{42}}{3 - \frac{63}{36}}$$

$$\frac{\frac{81}{243} \frac{128}{256} + \frac{35}{42}}{3 - \frac{63}{36}} = \frac{\frac{3^4}{3^5} \frac{2^7}{2^8} + \frac{5}{6}}{3 - \frac{7}{4}} = \frac{\frac{1}{3} \frac{1}{2} + \frac{5}{6}}{\frac{12}{4} - \frac{7}{4}} = \frac{\frac{1}{6} + \frac{5}{6}}{\frac{5}{4}} = \frac{\frac{6}{6}}{\frac{5}{4}} = \frac{1}{5} = \boxed{\frac{4}{5}}$$