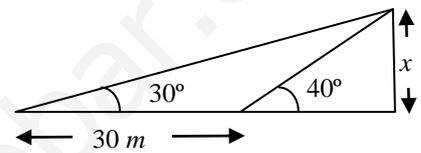


- 1) (No para quienes tengan suspendida la 1ª evaluación) Resolver la ecuación siguiente: $2x + \sqrt{x^2 - 6x + 2} = 1$
- 2) (No para quienes tengan suspendida la 1ª evaluación) Resolver la ecuación siguiente: $3^{x-4} + 5 \cdot 3^x - 3^{x+1} = 163$
- 3) (No para quienes tengan suspendida la 1ª evaluación) Resolver la ecuación siguiente: $\frac{x}{x+1} + \frac{2}{x-1} = \frac{8}{x^2-1}$
- 4) Resolver: $\log x^2 - \log 3 = \log x + \log 5$
- 5) Resolver la inecuación $\frac{x^2 - 3x}{x + 2} \geq 0$ (1,5 puntos)
- 6) Hallar x en base al gráfico adjunto.
- 7) Sin calculadora, siendo $\cotg \alpha = -2$, $90^\circ < \alpha < 270^\circ$, hallar el resto de razones trigonométricas de α . A continuación, con ayuda de la calculadora, decir el valor de α en grados, minutos, segundos.
- 8) Expresar en función de un ángulo del primer cuadrante: $\operatorname{tg}(-275^\circ)$ y $\cos 7770^\circ$
- 9) Demostrar la veracidad de la siguiente identidad: $\frac{\operatorname{cosec} \alpha}{1 + \cotg^2 \alpha} = \operatorname{sen} \alpha$ (1,5 puntos)



- 1 bis) (Sólo para quienes tienen suspendida la 1ª evaluación) a) Simplificar al máximo: $\frac{\sqrt[4]{a^9}}{a\sqrt{a^3}}$
- b) Racionalizar: $\frac{3}{4 - 3\sqrt{3}}$
- 2 bis) (Sólo para quienes tienen suspendida la 1ª evaluación) Hallar la suma de 10 términos de $1, x, x^2, \dots$
- 3 bis) (Sólo para quienes tienen suspendida la 1ª evaluación) a) Factorizar el polinomio siguiente (sin usar calculadora): $9x^2 - 102x + 331x - 238$. b) Resolver la ecuación: $9x^2 - 102x + 331x - 238 = 0$ (utilizar los cálculos del apartado anterior)

SOLUCIONES

- 1) **(No para quienes tengan suspendida la 1ª evaluación)** Resolver la ecuación siguiente: $2x + \sqrt{x^2 - 6x + 2} = 1$

Aislamos el sumando que contiene la raíz cuadrada y elevamos al cuadrado ambos miembros de la ecuación:

$$\begin{aligned} 2x + \sqrt{x^2 - 6x + 2} = 1 &\Rightarrow \sqrt{x^2 - 6x + 2} = 1 - 2x \Rightarrow (\sqrt{x^2 - 6x + 2})^2 = (1 - 2x)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 - 6x + 2 = 1 - 4x + 4x^2 \Rightarrow 0 = 4x^2 - 4x + 1 - x^2 + 6x - 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 0 = 3x^2 + 2x - 1 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{6} = \frac{-2 \pm 4}{6} = \left\langle \begin{array}{l} \frac{-6}{6} = -1 \\ \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{array} \right. \end{aligned}$$

Como siempre que elevamos al cuadrado, hay que comprobar la validez de las soluciones, sustituyendo en la ecuación original:

- $x = -1$: $-2 + \sqrt{1 + 6 + 2} = -2 + 3 = 1$: válida
- $x = 1/3$: Sustituimos y realizamos la operación con la calculadora, y resulta ser igualmente válida.

- 2) **(No para quienes tengan suspendida la 1ª evaluación)** Resolver la ecuación siguiente: $3^{x-4} + 5 \cdot 3^x - 3^{x+1} = 163$

Buscamos que aparezca repetidamente la misma base con el mismo exponente, contentiendo a la incógnita:

$$3^{x-4} + 5 \cdot 3^x - 3^{x+1} = 163 \Rightarrow \frac{3^x}{3^4} + 5 \cdot 3^x - 3^x \cdot 3 = 163$$

Hacemos el *cambio de incógnita* $t = 3^x$:

$$\frac{t}{81} + 5t - 3t = 163 \Rightarrow \frac{t + 405t - 243t}{81} = 163 \Rightarrow 163t = 163 \cdot 81 \Rightarrow t = 81$$

Deshacemos el *cambio*:

$$3^x = 81 \Rightarrow 3^x = 3^4 \Rightarrow \boxed{x = 4}$$

- 3) **(No para quienes tengan suspendida la 1ª evaluación)** Resolver la ecuación siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{x}{x+1} + \frac{2}{x-1} &= \frac{8}{x^2-1} \\ \frac{x}{x+1} + \frac{2}{x-1} &= \frac{8}{x^2-1} \Rightarrow \frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{2(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{8}{x^2-1} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{x(x-1) + 2(x+1)}{x^2-1} &= \frac{8}{x^2-1} \Rightarrow x^2 - x + 2x + 2 = 8 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = \left\langle \begin{array}{l} \frac{-6}{2} = -3 \\ \frac{4}{2} = 2 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Como ninguna de las dos anula ningún denominador en la ecuación original, ambas son válidas: $\boxed{x = -3 \text{ ó } x = 2}$.

- 4) Resolver: $\log x^2 - \log 3 = \log x + \log 5$

Sabemos que suelen ser más fáciles las ecuaciones si, en lugar de quitar logaritmos y calculamos el valor de x , averiguamos directamente el valor de $\log x$. Así:

$$\log x^2 - \log 3 = \log x + \log 5 \Rightarrow 2\log x - \log x = \log 3 + \log 5 \Rightarrow \\ \Rightarrow \log x = \log 3 \cdot 5 \Rightarrow \log x = \log 15 \Rightarrow \boxed{x = 15}$$

La solución obtenida es válida porque no hace negativo ni cero ningún argumento de logaritmos en la ecuación original.

5) Resolver la inecuación $\frac{x^2 - 3x}{x + 2} \geq 0$ (1,5 puntos)

Factorizamos y hallamos las raíces de numerador y denominador por separado:

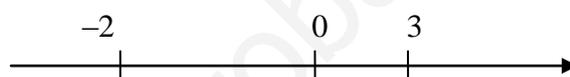
- $x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x - 3) = 0 \Rightarrow x = 0$ ó $x = 3$. La factorización es $x(x - 3)$.
- $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$. La factorización es $x + 2$.

La inecuación queda así:

$$\frac{x(x-3)}{x+2} \geq 0$$

Eso significa que hay que encontrar los valores de x que hacen que la expresión del primer miembro sea positiva o nula.

Dividimos \mathbb{R} en intervalos mediante las raíces obtenidas y creamos el siguiente cuadro. En cada uno de los intervalos resultantes, cualquier valor de x que elijamos producirá el mismo signo para cada uno de los factores que participan en la inecuación y, por tanto, en la expresión cuyo signo evaluamos:

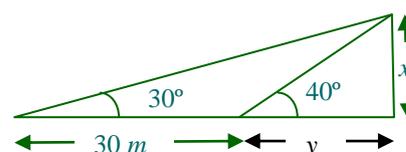


	$(-\infty, -2)$	-2	$(-2, 0)$	0	$(0, 3)$	3	$(3, +\infty)$
$x + 2$	-	0	+	...	+	...	+
x	-	...	-	0	+	...	+
$x - 3$	-	...	-	...	-	0	+
$\frac{x(x-3)}{x+2}$	-	\neq	+	0	-	0	+
¿Sirven? \rightarrow	No	No	Si	Si	No	Si	Si

Por tanto, la solución son los elementos de: $\boxed{[-2, 0] \cup [3, +\infty)}$

6) Hallar x en base al gráfico adjunto.

Llamando y a la base del triángulo rectángulo más pequeño de la derecha, se tiene, si nos fijamos en dicho triángulo y en el triángulo total (ambos son rectángulos):



$$\begin{cases} \operatorname{tg} 40^\circ = \frac{x}{y} \\ \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{x}{30+y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y \operatorname{tg} 40^\circ \\ x = (30+y) \operatorname{tg} 30^\circ \end{cases} \Rightarrow \text{Igualamos:}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow y \operatorname{tg} 40^\circ &= (30+y) \operatorname{tg} 30^\circ \Rightarrow y \operatorname{tg} 40^\circ = 30 \operatorname{tg} 30^\circ + y \operatorname{tg} 30^\circ \Rightarrow \\ \Rightarrow y \operatorname{tg} 40^\circ - y \operatorname{tg} 30^\circ &= 30 \operatorname{tg} 30^\circ \Rightarrow y(\operatorname{tg} 40^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ) = 30 \operatorname{tg} 30^\circ \Rightarrow \\ \Rightarrow y &= \frac{30 \operatorname{tg} 30^\circ}{\operatorname{tg} 40^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ} \end{aligned}$$

$$\text{De donde: } x = y \operatorname{tg} 40^\circ = \frac{30 \operatorname{tg} 30^\circ}{\operatorname{tg} 40^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ} \operatorname{tg} 40^\circ = \boxed{\frac{30 \operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{tg} 40^\circ}{\operatorname{tg} 40^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ} \approx 55,52 \text{ m}}$$

- 7) Sin calculadora, siendo $\cotg \alpha = -2$, $90^\circ < \alpha < 270^\circ$, hallar el resto de razones trigonométricas de α . A continuación, con ayuda de la calculadora, decir el valor de α en grados, minutos, segundos.

Como la cotangente es negativa en el segundo cuadrante y positiva en el tercero, el ángulo está en el segundo cuadrante.

$$\bullet \quad \boxed{\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\cotg \alpha} = -\frac{1}{2}}$$

$$\bullet \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{1}{1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\cos \alpha = -\sqrt{\frac{4}{5}} = -\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}}, \text{ negativo por ser del segundo cuadrante.}$$

$$\bullet \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \boxed{\operatorname{sen} \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cos \alpha = \frac{-1}{2} \cdot \frac{-2\sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{5}}{5}}$$

$$\bullet \quad \boxed{\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{1}{-2/\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{2}}$$

$$\bullet \quad \boxed{\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{1}{\sqrt{5}/5} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5}}$$

Con la calculadora, obtenemos (partiendo de que $\operatorname{tg} \alpha = -1/2$), que $\alpha = -26,57^\circ$.

Como es del II cuadrante: $\boxed{\alpha = -26,57^\circ + 180^\circ = 153,43^\circ = 153^\circ 26' 5,82''}$

- 8) Expresar en función de un ángulo del primer cuadrante: $\operatorname{tg}(-275^\circ)$ y $\cos 7770^\circ$

• $\operatorname{tg}(-275^\circ) = \operatorname{tg}(-275^\circ + 360^\circ) = \operatorname{tg} 85^\circ$, pues al dar una vuelta completa estamos en la misma posición inicial sobre la circunferencia.

• $\cos 7770^\circ = \cos 210^\circ = -\cos(210^\circ - 180^\circ) = -\cos 30^\circ$ ya que es la relación entre el coseno de ángulos del tercer y primer cuadrante. El valor de 210° es el resto de dividir 7770° entre 360° (son 21 vueltas completas más dicho resto).

- 9) Demostrar la veracidad de la siguiente identidad: $\frac{\operatorname{cosec} \alpha}{1 + \cotg^2 \alpha} = \operatorname{sen} \alpha$ (1,5 puntos)

$$\boxed{\frac{\operatorname{cosec} \alpha}{1 + \cotg^2 \alpha} = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\operatorname{sen} \alpha} = \operatorname{sen} \alpha}$$

- 1 bis) (Sólo para quienes tienen suspendida la 1ª evaluación) a) Simplificar al máximo:

$$\frac{\sqrt[4]{a^9}}{a\sqrt{a^3}}$$

$$\frac{\sqrt[4]{a^9}}{a\sqrt{a^3}} = \frac{\sqrt[4]{a^8 a}}{a\sqrt{a^2 a}} = \frac{a^2 \sqrt[4]{a}}{a \cdot a \sqrt{a}} = \frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt[4]{a} \sqrt[4]{a^2}}{a} = \frac{\sqrt[4]{a^3}}{a}$$

- b) Racionalizar: $\frac{3}{4 - 3\sqrt{3}}$

$$\frac{3}{4-3\sqrt{3}} = \frac{3}{4-3\sqrt{3}} \frac{4+3\sqrt{3}}{4+3\sqrt{3}} = \frac{3(4+3\sqrt{3})}{4^2-(3\sqrt{3})^2} = \frac{12+9\sqrt{3}}{16-3^2(\sqrt{3})^2} = \frac{12+9\sqrt{3}}{16-27} =$$

$$= \boxed{-\frac{12+9\sqrt{3}}{11}}$$

2 bis) (Sólo para quienes tienen suspendida la 1ª evaluación) Hallar la suma de 10 términos de $1, x, x^2, \dots$

Se trata de una progresión geométrica con $a_1 = 1, r = x$. Por tanto:

$$s_{10} = \frac{a_1(r^{10}-1)}{r-1} = \boxed{\frac{x^{10}-1}{x-1}}$$

Aunque damos este resultado final, se podría dividir por Ruffini, resultando una expresión polinómica.

3 bis) (Sólo para quienes tienen suspendida la 1ª evaluación) a) Factorizar el polinomio siguiente (sin usar calculadora): $9x^2 - 102x + 331x - 238$. b) Resolver la ecuación: $9x^2 - 102x + 331x - 238 = 0$ (utilizar los cálculos del apartado anterior)

Mediante Ruffini:

	9	-102	331	-238	
1		9	-93	238	
	9	-93	238	0	

Como no encontramos más valores, hallamos las posibles raíces restantes resolviendo la ecuación de segundo grado:

$$9x^2 - 93x + 238 = 0 \Rightarrow x = \frac{93 \pm \sqrt{8649 - 8568}}{18} = \frac{93 \pm 9}{18} = \left\langle \begin{array}{l} = \frac{84}{18} = \frac{14}{3} \\ = \frac{102}{18} = \frac{17}{3} \end{array} \right.$$

Luego: $\boxed{9x^3 - 102x^2 + 331x - 238 = 9(x-1)(x-14/3)(x-17/3)}$

Según lo anterior, las raíces son: $\boxed{1, 14/3, 17/3}$.