

## ACTIVIDADES MATEMÁTICAS ACADÉMICAS - 4º ESO

Aquí tienes un conjunto de actividades para preparar el examen de Septiembre,

### EVALUACIÓN 1

1. Clasifica los siguientes números indicando al menor conjunto al que pertenece cada uno, entre naturales, enteros, racionales o reales:

$$4,123456\dots; \quad -\sqrt{121}; \quad \frac{4}{99}; \quad \frac{-15}{-5}; \quad -2,34; \quad 3+\pi; \quad \sqrt{20}$$

$$4,121212\dots; \quad \sqrt[3]{-8}; \quad \frac{15}{-3}; \quad -2,34353637\dots; \quad \pi^2; \quad \sqrt{\frac{25}{16}}; \quad -\sqrt{21}$$

$$1,010010001\dots; \quad -\sqrt{16}; \quad \frac{-10}{5}; \quad -2,34; \quad 1,010010001\dots; \quad -\sqrt{16}; \quad \frac{-10}{5}; \quad -2,34; \quad \pi^3$$

$$\frac{-36}{-9}; \quad \sqrt[3]{-27}; \quad 16; 161616161616\dots; \quad \sqrt{8}$$

2. Representa gráficamente los siguientes números en la recta real de forma independiente:

$$\frac{45}{7}; \quad -\sqrt{29}; \quad \sqrt{41}; \quad \frac{-7}{9}; \quad \frac{5}{7}; \quad -\sqrt{50}; \quad \sqrt{19}; \quad \frac{-37}{9}$$

3. Clasifica los siguientes conjuntos de la recta real, represéntalos gráficamente e indica otra forma de expresarlo:

$$(3, 8); \quad (-\infty, -6]; \quad [2, 15); \quad (0, +\infty); \quad (-3, 8); \quad (-6, +\infty); \quad [1, 5) \\ [-2, 6); \quad (-3, +\infty)$$

4. Calcula las siguientes operaciones aplicando las propiedades de las potencias:

$$\frac{15^2 \cdot 2^3 \cdot 35^2}{3^3 \cdot 5^2 \cdot 2^4 \cdot 7} = \quad \frac{15^2 \cdot (-3)^2}{((-5)^3)^2} =$$

$$\frac{4^2 \cdot 2^3 \cdot 15^2}{3^3 \cdot 5^2 \cdot 2^4} = \quad \frac{20^2 \cdot (-2)^2}{((-5)^3)^2} =$$

5. Representa como una única potencia las siguientes expresiones:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2^{-3} = \quad \left(\frac{1}{5}\right)^{-8} \cdot 5^{-6} \cdot \frac{1}{5^{-2}} \cdot 5^{-12} =$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 3^{-3} = \quad \left(\frac{1}{9}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 27^{-3} =$$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^{-7} \cdot a^{-6} \cdot \frac{1}{a^{-2}} \cdot a^{-7} =$$

6. Racionaliza: a)  $\frac{2}{\sqrt{6}}$

b)  $\frac{7}{\sqrt[3]{14}}$

c)  $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$

$$a) \frac{10}{\sqrt[3]{5}} =$$

$$b) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} =$$

$$c) \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$$

$$a) \frac{12}{\sqrt[3]{18}} =$$

$$b) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - 3} =$$

7. Simplifica los siguientes radicales:

$$a) \sqrt[3]{\frac{18x^4}{360y^5}}$$

$$b) \sqrt[3]{8a^6b^{17}}$$

8. Opera y simplifica:

$$a) \sqrt[4]{\frac{bcd^2}{2a}} \cdot \sqrt[3]{\frac{4ab}{c^2d}}$$

$$b) 5\sqrt[3]{16} + 2\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{\frac{250}{27}} =$$

$$c) \sqrt[3]{\sqrt{64}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{5}} \cdot \sqrt[4]{5\sqrt{5}} =$$

$$d) (\sqrt{5} - 2\sqrt{3})(\sqrt{5} + 2\sqrt{3}) + (\sqrt{5} + 2\sqrt{3})^2$$

$$e) 4\sqrt{12} - \frac{3}{2}\sqrt{48} + \frac{2}{3}\sqrt{27} =$$

$$f) \frac{\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[4]{18}}{\sqrt{6}} =$$

$$g) \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt{a} =$$

$$h) \left( \frac{\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[4]{18}}{\sqrt{6}} \right)^4 =$$

$$i) \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt{a} =$$

$$j) \sqrt{x} \sqrt[4]{x^3} \sqrt[8]{x^7}$$

9. Calcula, aplicando la definición, los siguientes logaritmos:

$$a) \log_3 81$$

$$b) \log_{\sqrt{2}} 16^{-2}$$

$$c) \log \sqrt{10 \sqrt[3]{10}}$$

10. Calcula el valor de A en las siguientes expresiones:

$$a) \log A = \frac{3\log x + \log y}{2}$$

$$b) \log A = 3 - 8\log x$$

11. Sabiendo que  $\log a = 1.3$  y  $\log b = -0.2$  calcula:  $\log \frac{\sqrt{a}}{10b^3}$

12. a) Sabiendo que  $\log(2) = 0.3010$ , calcula  $\log(0,64)$  sin usar calculadora.

b) Calcula A sabiendo que:  $\log(A) = 3\log(x) + \log(y) - 2$

13. Calcula, utilizando la definición, el valor de X:

a)  $\log 0,001 = x$

b)  $\log_x 25 = -4$

14. Factoriza el siguiente polinomio indicando sus raíces y su multiplicidad:

a)  $P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 8x + 3$

b)  $P(x) = 2x^4 + x^3 - 4x^2 - 3x$

c)  $P(x) = x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 9x$

15. Realiza la siguiente división, indicando cociente y resto:

$(6x^3 - 2x^2 - 1) : (x^2 + 2)$

$(6x^3 - 2x^2 - 1) : (x^2 + x + 2)$

16. Descompón en factores, utilizando las identidades notables:

a)  $9x^4 - 4x^2 =$

c)  $25x^2 - 40x + 16 =$

b)  $9 + 3x + x^2 =$

d)  $-6x - 9x^2 - 1 =$

## EVALUACIÓN 2

1. Simplifica las siguientes fracciones algebraicas:

a)  $\frac{x^3 - 4x}{x^2 - 2x}$

b)  $\frac{4x^2 - 12x + 9}{2x^3 + 7x^2 - 15x}$

c)  $\frac{2x^3 + 10x^2 + 16x + 8}{4x^3 + 8x^2 - 4x - 8}$

2. Calcula y simplifica:

a)  $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-3} - \frac{x-1}{x^2-4x+3}$

b)  $\frac{3x+3}{12-12x} : \frac{x^2-1}{(x-1)^2}$

c)  $\left(x + \frac{4x-1}{x-4}\right) \cdot \frac{2x}{x^2-x}$

d)  $\left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{x}\right)$

e)  $\frac{x-1}{x^2+2x} - \frac{2}{x^2-2x}$

f)  $\frac{3x+6}{x^2-2x} \cdot \frac{x^2-4}{x^2-x-6}$

g)  $\frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1} - \frac{x}{x+1}$

h)  $\frac{x+1}{x^2+3x} \cdot \frac{x+3}{x^2-4x+3}$

$$b) \frac{x+1}{x-2} + \frac{2+x}{x^2-4x+x}$$

$$a) \left(x - \frac{1}{x^2}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{x^2}\right)$$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)  $2x^4 + 40x^2 + 128 = 0$

b)  $5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2} = 775$

c)  $\sqrt{6+x} + 2x = -2$

d)  $2x^3 - 4x^2 - 18x + 36 = 0$

e)  $\log(3) + \log(x) - 1 = 0$

f)  $2x + \sqrt{6x+1} = 3$

g)  $\frac{x}{x+1} + \frac{2x}{x-1} = \frac{15}{4}$

h)  $32^{7x-11} = 4^{5x+10}$

i)  $\log_2(6x^2 - 2x) = 2$

4. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}; \quad \begin{cases} \frac{2x}{3} + y + 1 = 0 \\ xy = -3 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} \frac{2x}{3} + y + 1 = 0 \\ xy = -3 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 3x^2 - 5y^2 = -2 \\ x^2 - 6y^2 = -5 \end{cases}$$

5. Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $-3x + 2(1-x) > x - 5$

b)  $2 + 3x - 3 \leq -(1-x)$

c)  $x^2 - x - 6 \leq 0$

Realiza los problemas de ecuaciones y sistemas del libro.

### EVALUACIÓN 3

1. a) Representa las funciones  $y = 7^x$ ,  $y = \log_7 x$ .

b) Realiza el estudio de la función  $y = \log_7 x$  ¿pertenecen los puntos siguientes a la gráfica de esta función?

$$(-2, 3); \left(\frac{1}{343}, -3\right); (0, 1)$$

2. Representa y estudia la función cuya expresión analítica es:

$$y = \begin{cases} x+3 & \text{si } x < 0 \\ 3 & \text{si } 0 \leq x < 4 \\ x-6 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} \frac{3}{2} & \text{si } x < 1 \\ 5x-1 & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ 2x+1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} \frac{x-1}{2} & \text{si } x \leq -3 \\ -1 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ -2x+7 & \text{si } 2 < x < 6 \end{cases}$$

3. Representa gráficamente y estudia la siguiente función:

a)  $y = \frac{-3}{x+4}$

b)  $f(x) = \frac{3x-1}{x-2}$

c)  $y = \frac{1}{2-x}$

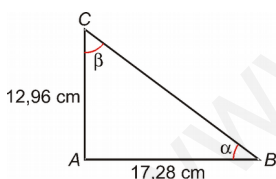
d)  $y = \frac{6x+1}{2-3x}$

4. Representa y estudia la función cuya expresión analítica es:

$$y = \begin{cases} 2x+5 & \text{si } x < -1 \\ x^2-1 & \text{si } -1 \leq x < 2 \\ 3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

5.- Calcula los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que la altura y la proyección de un cateto sobre la hipotenusa son de 2 cm y 2,5 cm, respectivamente. (No usar razones trigonométricas).

6.- Halla las razones trigonométricas de los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  del triángulo  $ABC$  sabiendo que es rectángulo.



7.-a) Pasa a radianes  $315^\circ$ ,  $135^\circ$ .

b) Pasa a grados  $\frac{7}{3}\pi$  radianes.  $\frac{5}{2}\pi$  radianes.

8.- Antonio está descansando en la orilla de un río mientras observa un árbol que está en la orilla opuesta. Mide el ángulo que forma su visual con el punto más alto del árbol y obtiene  $35^\circ$ ; retrocede 5 m y mide el nuevo ángulo, obteniendo en este caso un ángulo de  $25^\circ$ . Calcula la altura del árbol y la anchura de río.

9.- Calcula el área de un polígono regular de 15 lados cuyo lado mide 28 cm.

10.- Sabiendo que  $\alpha$  que pertenece al tercer cuadrante y que el  $\cos \alpha = -2/3$ , calcula, utilizando radicales y sin calculadora,  $\operatorname{sen} \alpha$  y  $\operatorname{tg} \alpha$ .

11. En un triángulo rectángulo se conoce la hipotenusa  $a=10$  m y un cateto  $c=7$  m. Resuelve el triángulo.
12. Inés y Carlos ven desde sus casas una torre que está entre ellas con ángulos de elevación de  $40^\circ$  y  $60^\circ$ . La distancia entre sus casas es de 120 m. Halla la altura de la torre.
13. En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 13 cm y uno de los catetos, 5 cm. Calcula la longitud del otro cateto, de las proyecciones de ambos catetos sobre la hipotenusa y de la altura sobre la hipotenusa.
14. Dados los vectores  $\vec{u}=(-3,4)$  y  $\vec{v}=(1,-5)$  calcula analítica y gráficamente  $\vec{u}+\vec{v}$  ;  $2\vec{u}$  y  $2\vec{u}-\vec{v}$
15. Sea la recta  $y-3=2(x-1)$  :
- ¿que tipo de ecuación es?
  - Calcula dos puntos que pertenezcan a la recta.
  - Un vector director y un vector normal.
  - la pendiente y la ordenada en el origen.
  - Expresa la recta en forma paramétrica.
16. Dada la recta  $y=3x-4$  calcula la recta paralela y la perpendicular a ella por el punto  $P(-1, 7)$
17. (1p) a) Halla el valor de  $k$  para que los tres puntos siguientes estén alineados:  $A(-2, k)$ ,  $B(2, 1)$  y  $C(4, 4)$
- b) Calcula la distancia entre los puntos  $B$  y  $C$ .