ECUACIONES y SISTEMAS

1. Resuelve la ecuación: $50x^5 - 52x^3 + 2x = 0$
2. Resuelve la ecuación: $x + \sqrt{7-3x} = 1$
3. Resuelve el sistema: $\left.\begin{array}{l} \dfrac{x+3}{2} + \dfrac{y+3}{4} = 1 \\ \dfrac{1-x}{2} - \dfrac{2-y}{6} = 1 \end{array}\right\}$

1. $50x^5 - 52x^3 + 2x = 0 \Rightarrow 2x(25x^4 - 26x^2 + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ (1ª solución)} \\ \text{ó} \\ 25x^4 - 26x^2 + 1 = 0 \rightarrow \end{cases}$

$$\rightarrow 25x^4 - 26x^2 + 1 = 0 \xrightarrow{x^2=y} 25y^2 - 26y + 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{26 \pm \sqrt{(-26)^2 - 4\cdot 25\cdot 1}}{2\cdot 25} = \frac{26 \pm 24}{50} =$$

$$= \begin{cases} y = 1 \xrightarrow{y=x^2} x^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{(2ª solución)} \\ \text{ó} \\ x = -1 & \text{(3ª solución)} \end{cases} \\ \text{ó} \\ y = 1/25 \xrightarrow{y=x^2} x^2 = 1/25 \Rightarrow \begin{cases} x = 1/5 & \text{(4ª solución)} \\ \text{ó} \\ x = \text{-}1/5 & \text{(5ª solución)} \end{cases} \end{cases}$$

$$\boxed{\text{Los valores que cumplen } 50x^5 - 52x^3 + 2x = 0 \text{ son: } x = 0,\ x = 1,\ x = -1,\ x = +1/5 \text{ y } x = -1/5}$$

(Puedes comprobar que los cinco valores cumplen la ecuación original)

2.

$$x + \sqrt{7-3x} = 1 \xrightarrow{-x} \sqrt{7-3x} = 1 - x \xrightarrow{\uparrow^2} \left(\sqrt{7-3x}\right)^2 = (1-x)^2 \Rightarrow 7 - 3x = 1 - 2x + x^2 \rightarrow$$

$$\xrightarrow{-7+3x} 0 = x^2 + x - 6 \Rightarrow (x+3)\cdot(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ \text{ó} \\ x = 2 \end{cases}$$

Comprobación en la ecuación que original:

$$x + \sqrt{7-3x} = 1 \begin{cases} \xrightarrow{x=-3} -3 + \sqrt{7 - 3\cdot(-3)} = 1 \Rightarrow 1 = 1 \textit{ Cierto} \\ \xrightarrow{x=2} 2 + \sqrt{7 - 3\cdot 2} = 1 \Rightarrow 3 = 1 \textit{ Falso} \end{cases}$$

$$\boxed{\text{Solución: } x = -3}$$

3.

$$\left.\begin{aligned}\frac{x+3}{2}+\frac{y+3}{4}=1\\ \frac{1-x}{2}-\frac{2-y}{6}=1\end{aligned}\right\}\quad \begin{aligned}&\xrightarrow{\cdot 4}\frac{4\cdot(x+3)}{2}+\frac{4\cdot(y+3)}{4}=4\cdot 1\;\Rightarrow\; 2\cdot(x+3)+1\cdot(y+3)=4\;\rightarrow(I)\\ &\xrightarrow{\cdot 6}\frac{6\cdot(1-x)}{2}-\frac{6\cdot(2-y)}{6}=6\cdot 1\;\Rightarrow\; 3\cdot(1-x)-1\cdot(2-y)=6\;\rightarrow(II)\end{aligned}$$

$$\left.\begin{aligned}(I)\Rightarrow 2x+6+y+3=4\xrightarrow{-9}2x+y=-5\quad(E1)\\ (II)\Rightarrow 3-3x-2+y=6\xrightarrow{-1}-3x+y=5\quad(E2)\end{aligned}\right\}\xrightarrow{(E1)-(E2)}5x=-10\;\Rightarrow\; x=-2$$

Sustituyendo este valor en $(E1)$ obtenemos $2\cdot(-2)+y=-5\xrightarrow{+4}y=-1$

$$\boxed{\text{Solución: }\begin{cases}x=-2\\ y=-1\end{cases}}$$

Comprobación:

$$\left.\begin{aligned}\frac{x+3}{2}+\frac{y+3}{4}=1\\ \frac{1-x}{2}-\frac{2-y}{6}=1\end{aligned}\right\}\xrightarrow{x=-2\ ,\ y=-1}\left.\begin{aligned}\frac{-2+3}{2}+\frac{-1+3}{4}=1\\ \frac{1-(-2)}{2}-\frac{2-(-1)}{6}=1\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}\frac{1}{2}+\frac{2}{4}=1\\ \frac{3}{2}-\frac{3}{6}=1\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1\\ \frac{3}{2}-\frac{1}{1}=1\end{aligned}\right\}\Rightarrow\left.\begin{aligned}1=1\\ 1=1\end{aligned}\right\}$$