

EXAMEN FINAL DE 4º DE E.S.O. MATEMÁTICAS

1. a) Racionaliza $\frac{3}{3-\sqrt{3}} =$

b) Escribe como una sola potencia $\frac{x^2 \cdot \sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[5]{x^{10}}}{\sqrt{x}} =$

2. Factoriza el polinomio $x^4 + 4x^3 - 16x - 16$

3. Resuelve la ecuación $4x^4 + 3x^2 = 1$

4. Resuelve la ecuación $2 + \sqrt{2x-1} = x$

5. Halla el dominio de la función $f(x) = \sqrt{3 - \frac{2x}{3}}$

6. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones, y comprueba la solución representando las dos funciones

$$\begin{cases} y = 4x^2 + 3x - 1 \\ y = -x - 1 \end{cases}$$



7. Calcula

a) $\lg_4 \frac{1}{4} =$

b) $\lg 0,00001 =$

c) $\lg_{\frac{1}{4}} 4 =$

d) $\lg 100000 =$

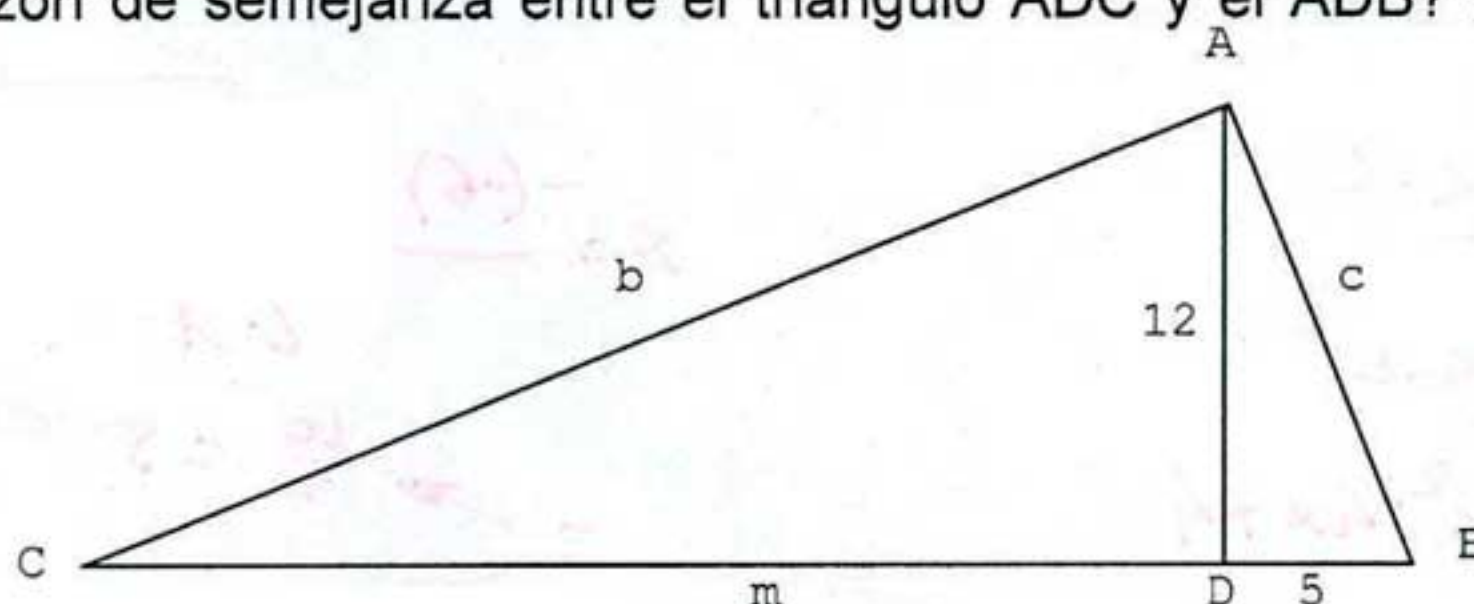
e) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} =$

f) $0,00001^{-1} =$

g) $32^{\frac{3}{5}} =$

h) $-2^{-2} =$

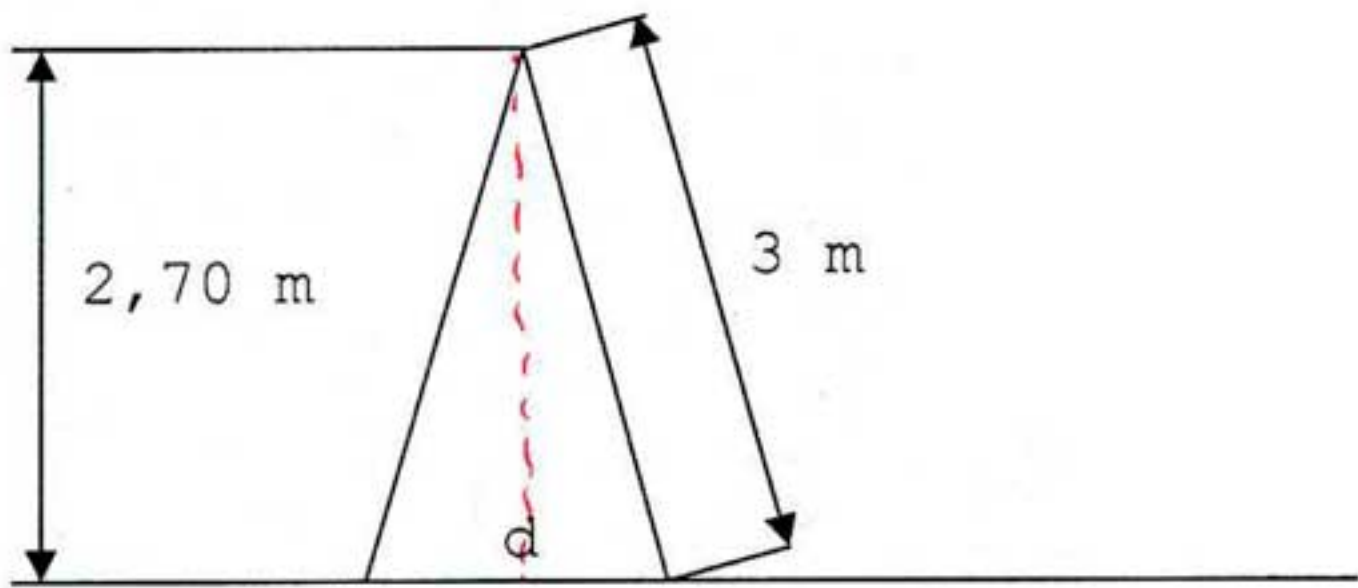
8. Observa el triángulo rectángulo ABC, y averigua los valores de m , de b y de c . ¿Cuál es la razón de semejanza entre el triángulo ADC y el ADB? Halla el área de cada triángulo



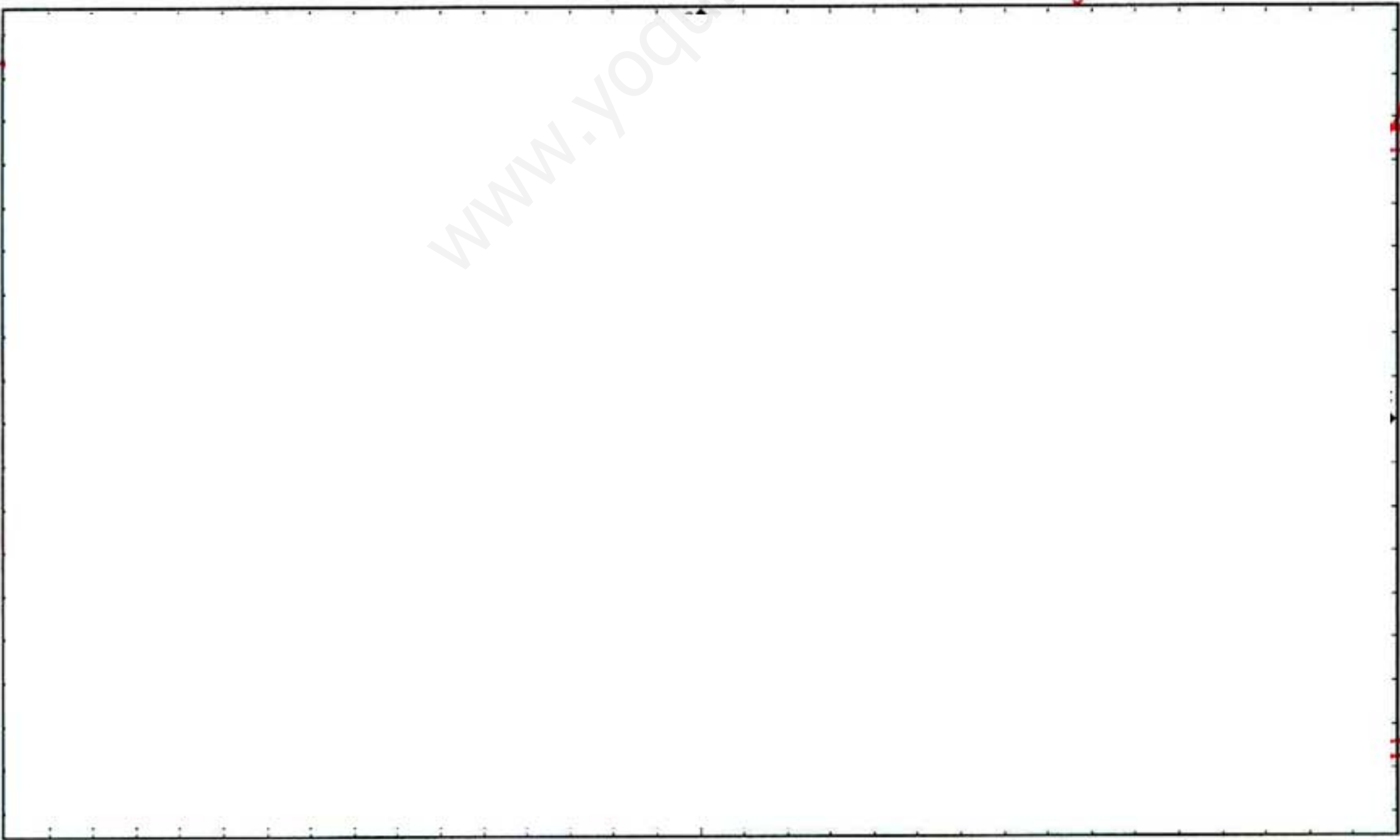
9. Completa la siguiente tabla:

CUADRANTE	I		IV	II
ÁNGULO		-100°		
SENO				0,5
COSENO			0,5	
TANGENTE	0,5			

10. Calcula el ángulo con el que hay que abrir una escalera de tijera que mide 3 m cuando está cerrada, para que alcance una altura de 2,70 m. ¿ Qué distancia habrá entonces entre sus apoyos en el suelo?



11. Calcula la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos $A(1,6)$ y $B(-4,-4)$ ¿Pasa la mediatriz por el origen de coordenadas? Representa en los ejes el segmento y la mediatriz



12. Calcula la probabilidad de sacar el mismo resultado en uno y en el otro al lanzar dos dados

1. a) Racionaliza $\frac{3}{3-\sqrt{3}} = \frac{3(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})} = \frac{3(3+\sqrt{3})}{3^2-\sqrt{3}^2} = \frac{3(3+\sqrt{3})}{9-3} = \frac{3(3+\sqrt{3})}{6} = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$

b) Escribe como una sola potencia $\frac{x^2 \cdot \sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[5]{x^{10}}}{\sqrt{x}} = \frac{x^2 \sqrt[4]{x \cdot x^2}}{\sqrt{x}} = \frac{x^2 x^{\frac{3}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{x^{\frac{11}{4}}}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{9}{4}}$
 $= \boxed{x^{\frac{9}{4}}}$

2. Factoriza el polinomio $x^4 + 4x^3 - 16x - 16 =$

$= \boxed{(x-2)(x+2)^3}$

	1	4	0	-16	-16
2		2	12	24	16
	1	6	12	8	0
-2		-2	-8	-8	
	1	4	4	0	
-2		-2	-4		
	1	2	0		
-2		-2			
	1	0			

3. Resuelve la ecuación $4x^4 + 3x^2 = 1$

Sea $x^2 = t$; $4t^2 + 3t - 1 = 0$ $\begin{cases} a=4 \\ b=3 \\ c=-1 \end{cases}$ $t = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1)}}{2 \cdot 4} =$
 $= \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{8} = \frac{-3 \pm 5}{8}$ $\begin{cases} \frac{2}{8} = \frac{1}{4}; \text{ si } t = x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases} \\ \frac{-8}{8} = -1; \text{ si } t = x^2 = -1 \text{ \#} \end{cases}$

4. Resuelve la ecuación $2 + \sqrt{2x-1} = x$

$\sqrt{2x-1} = x-2$

$2x-1 = (x-2)^2$

$2x-1 = x^2-4x+4$

$x^2-6x+5=0$

$\begin{cases} a=1 \\ b=-6 \\ c=5 \end{cases}$

$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36-20}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} =$
 $= \frac{10}{2} = 5$ Solución
 $= \frac{-2}{2} = -1$ NO

5. Halla el dominio de la función $f(x) = \sqrt{3 - \frac{2x}{3}}$; $3 - \frac{2x}{3} \geq 0$; $3 \geq \frac{2x}{3}$;

$$9 \geq 2x ; \quad \frac{9}{2} \geq x \quad \text{Dom } f = (-\infty, \frac{9}{2}]$$

6. Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones, y comprueba la solución representando las dos funciones

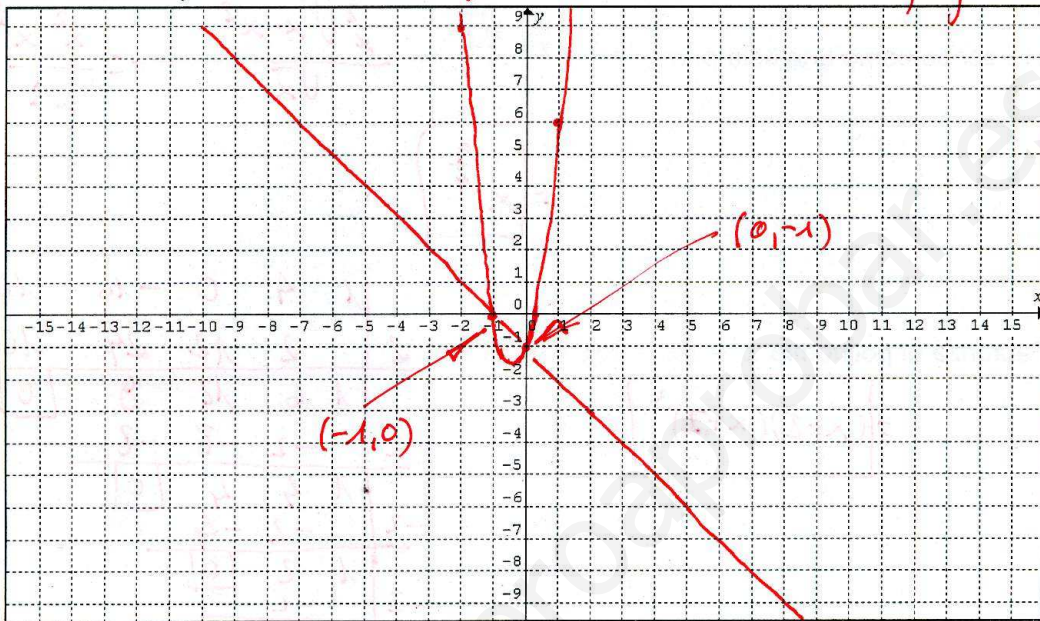
$$\begin{cases} y = 4x^2 + 3x - 1 \\ y = -x - 1 \end{cases}$$

$$4x^2 + 3x - 1 = -x - 1 ;$$

$$4x^2 + 4x = 0 ; 4x(x+1) = 0$$

$$x=0 ; y=-1$$

$$x=-1 ; y=0$$



7. Calcula

a) $\lg_4 \frac{1}{4} = -1$

b) $\lg 0,00001 = -5$

c) $\lg_{\frac{1}{4}} 4 = -1$

d) $\lg 100000 = 5$

e) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = 4$

f) $0,00001^{-1} = 100000$

g) $32^{\frac{3}{5}} = 8$

h) $-2^{-2} = -\frac{1}{4}$

8. Observa el triángulo rectángulo ABC, y averigua los valores de m , de b y de c .
¿Cuál es la razón de semejanza entre el triángulo ADC y el ADB? Halla el área de cada triángulo

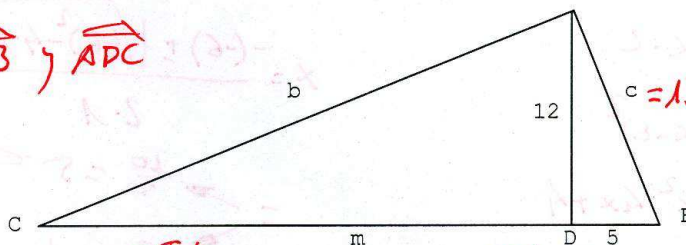
$$r = \frac{5}{12} \text{ entre } \triangle ADB \text{ y } \triangle ADC$$

Platón:

$$c^2 = 12^2 + 5^2$$

$$c^2 = 144 + 25 = 169$$

$$c = \sqrt{169} = 13$$



$$\frac{b}{13} = \frac{12}{5} ;$$

$$b = \frac{13 \cdot 12}{5} = 31,2$$

$$\frac{m}{12} = \frac{12}{5}$$

$$m = \frac{12 \cdot 12}{5} = 28,8$$

$$\text{área } \triangle ADB = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30 \text{ u}^2$$

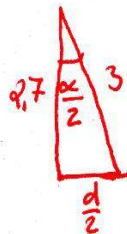
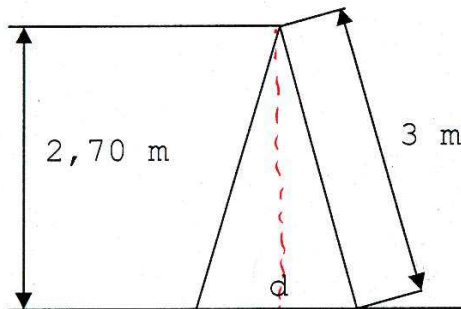
$$c = 13 \text{ área } \triangle ADC = \frac{28,8 \cdot 12}{2} = 172,8 \text{ u}^2$$

$$\text{área } \triangle ABC = 30 + 172,8 = 202,8 \text{ u}^2$$

9. Completa la siguiente tabla:

CUADRANTE	I	III	IV	II
ÁNGULO	$26,57^\circ$	-100°	300°	150°
SENO	$0,45$	$-0,98$	$-0,87$	$0,5$
COSENO	$0,89$	$-0,17$	$0,5$	$-0,87$
TANGENTE	$0,5$	$5,67$	$-1,73$	$-0,58$

10. Calcula el ángulo con el que hay que abrir una escalera de tijera que mide 3 m cuando está cerrada, para que alcance una altura de 2,70 m. ¿Qué distancia habrá entonces entre sus apoyos en el suelo?



$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{2,7}{3} ; \frac{\alpha}{2} \approx 25,84^\circ$$

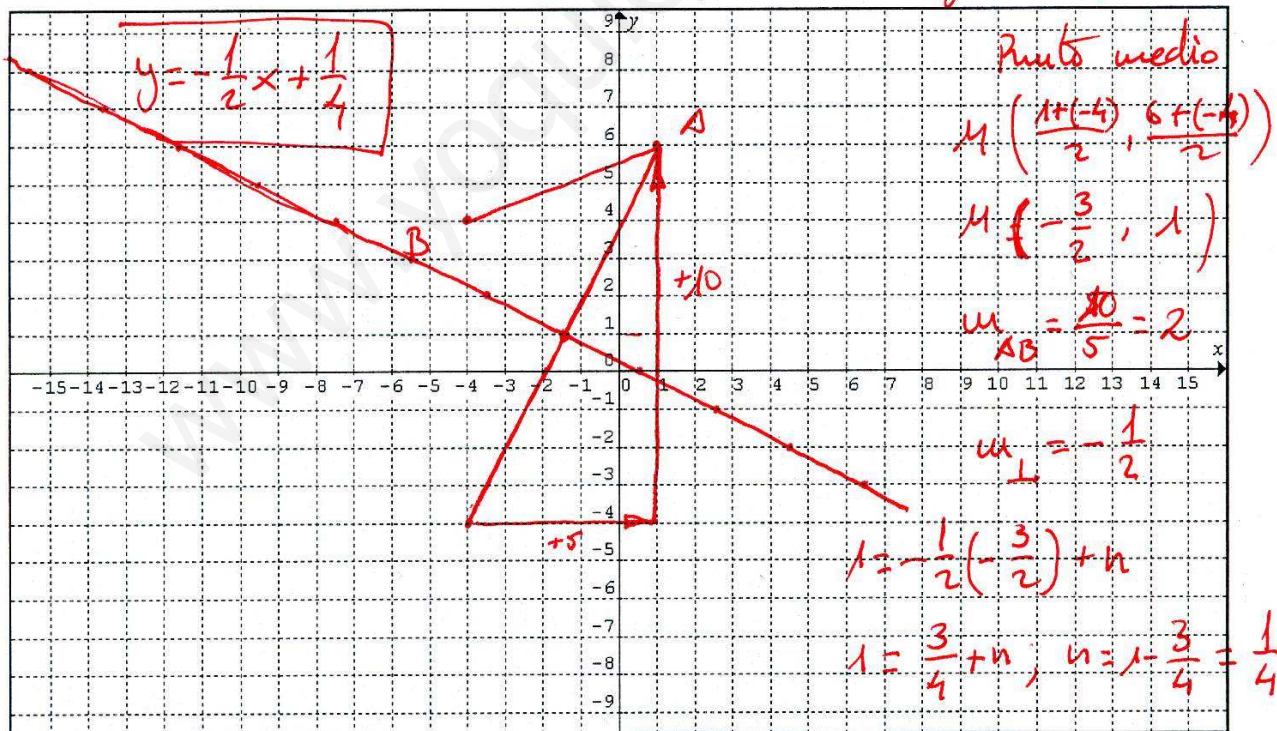
$$\alpha \approx 51,68^\circ$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{d/2}{3} ; d/2 = 3 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} ;$$

$$d = 6 \sin \frac{\alpha}{2} \approx 2,62 \text{ m}$$

11. Calcula la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos A(1,6) y B(-4,-4). ¿Pasa la mediatriz por el origen de coordenadas? Representa en los ejes el segmento y la mediatriz

No pasa por el origen $\frac{1}{4} \neq 0$



12. Calcula la probabilidad de sacar el mismo resultado en uno y en el otro al lanzar dos dados

$$P(\text{repetir}) = \frac{1}{6} \text{ (solo depende del segundo dado, que coincida con el primero)}$$