

1. Resolver:

(1,5 puntos)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x \cdot y = 3 \end{cases}$$

2. Resolver:

(1,5 puntos)

$$\sqrt{4x-3} = 1 + \sqrt{x+1}$$

3. Resolver:

(1,25 puntos)

$$(3x^2 + 12)(3x^2 - 12)(3x^2 - 12x) = 0$$

www.yoquieroaprobar.es

4. Un frutero vende en un día las dos quintas partes de una partida de naranjas. Además, se le estropean 8 kg, de forma que al final le quedan la mitad de naranjas que tenía al comenzar la jornada. ¿Cuántos kg tenía al principio? (1,5 puntos)

5. a) Desarrollar y simplificar:

(1,25 puntos)

$$\left(2x - \frac{1}{3}\right)^4 =$$

- b) Efectuar $4x^4 + x^3 - x + 1 \over 2x^2 - 1$, indicando explícitamente el cociente y el resto, y comprobar.

(1,5 puntos)

6. Dada la ecuación $x^4+2x^3-7x^2-8x+12=0$, se pide:

(1 punto)

a) Resolverla por Ruffini. Indicar claramente sus soluciones.

b) Factorizar el polinomio y comprobar dicha factorización.

(0,5 puntos)

1. Resolver:

Indicar claramente cuáles soluciones hay, reconviniendo cada una de ellas

(1,5 puntos)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x \cdot y = 3 \end{cases} \rightarrow y = \frac{3}{x} \Rightarrow x^2 + \left(\frac{3}{x}\right)^2 = 10 ; x^2 + \frac{9}{x^2} = 10 \xrightarrow{\cdot x^2} x^4 + 9 = 10x^2 ;$$

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0 \quad \text{EC. PIVOTADA}$$

CAMBIO DE VARIABLE $x^2 = z \Rightarrow z^2 - 10z + 9 = 0$

$$z = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 36}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{2} = \frac{10 \pm 8}{2}$$

0.5 /

$$\begin{aligned} z = 9 = x^2 & \rightarrow x_1 = 3 \rightarrow y_1 = 1 \\ & \rightarrow x_2 = -3 \rightarrow y_2 = -1 \\ z = 1 = x^2 & \rightarrow x_3 = 1 \rightarrow y_3 = 3 \\ & \rightarrow x_4 = -1 \rightarrow y_4 = -3 \end{aligned}$$

0.25 / 0.25 /

1,5

soluc: $x_1 = 3 ; y_1 = 1$

$x_2 = -3 ; y_2 = -1$

$x_3 = 1 ; y_3 = 3$

$x_4 = -1 ; y_4 = -3$

0.5 /

(hay 4 soluciones)

2. Resolver:

(1,5 puntos)

$$\sqrt{4x-3} = 1 + \sqrt{x+1}$$

$$(\sqrt{4x-3})^2 = (1 + \sqrt{x+1})^2$$

$$4x-3 = 1 + 2\sqrt{x+1} + x+1$$

$$3x-5 = 2\sqrt{x+1}$$

$$(3x-5)^2 = (2\sqrt{x+1})^2$$

$$9x^2 - 30x + 25 = 4(x+1)$$

$$9x^2 - 30x + 25 = 4x + 4$$

$$9x^2 - 34x + 21 = 0$$

$$x = \frac{34 \pm \sqrt{1156 - 756}}{18} = \frac{34 \pm \sqrt{400}}{18} = \frac{34 \pm 20}{18}$$

0.25 /

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{54}{18} = 3 \\ x_2 &= \frac{14}{18} = \frac{7}{9} \end{aligned}$$

0.25 /

Comprobación:

$$x=3 \rightarrow \sqrt{9} \stackrel{?}{=} 1 + \sqrt{4}$$

$$3 = 1 + 2 \Rightarrow \boxed{x=3} \text{ es soluc.}$$

0.25 /

$$x = \frac{7}{9} \rightarrow \sqrt{\frac{28}{9} - 3} \stackrel{?}{=} 1 + \sqrt{\frac{16}{9}}$$

$$\sqrt{\frac{1}{9}} \stackrel{?}{=} 1 + \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{3} \stackrel{?}{=} 1 + \frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{3} \neq \frac{7}{3} \Rightarrow x = \frac{7}{9} \text{ se desecha}$$

0.5 /

3. Resolver:

(1,25 puntos)

$$(3x^2 + 12)(3x^2 - 12)(3x^2 - 12x) = 0$$

$$\begin{aligned} (3x^2 + 12)(3x^2 - 12)(3x^2 - 12x) = 0 &\rightarrow \begin{cases} 3x^2 + 12 = 0; 3x^2 = -12; x^2 = -4; x = \pm\sqrt{-4} = \cancel{\pm 2i} & 0.25 \\ 3x^2 - 12 = 0; 3x^2 = 12; x^2 = 4; x = \pm\sqrt{4} = \boxed{\pm 2} & 0.5 \\ 3x^2 - 12x = 0; 3x(x - 4) = 0 & \begin{cases} 3x = 0; \boxed{x = 0} & 0.5 \\ x - 4 = 0; \boxed{x = 4} \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

1,25

4. Un frutero vende en un día las dos quintas partes de una partida de naranjas. Además, se le estropean 8 kg, de forma que al final le quedan la mitad de naranjas que tenía al comenzar la jornada. ¿Cuántos kg tenía al principio? (1,5 puntos)

$x = \text{kg. de naranjas que tenía al principio}$

Vende $\frac{2}{5}x \Rightarrow$ le quedan $\frac{3}{5}x$

$$\frac{3}{5}x - 8 = \frac{x}{2} \xrightarrow{\text{multiplicando por 10}} 6x - 80 = 5x$$

$$x = 80 \text{ kg. de naranjas tenía al principio}$$

otra forma de plantearlo

$$\underbrace{\frac{2}{5}x}_{\text{kg. de naranjas que vende}} + \underbrace{8}_{\text{kg. de naranjas que se le estropean}} = \underbrace{\frac{x}{2}}_{\text{kg. de naranjas que le quedan}}$$

Comprobación: si vende $\frac{2}{5}$ de 80 significa que vende 32 kg, con lo cual le quedarán 48 kg. Si después se le estropean 8 kg, le quedarán 40 kg, que son justo la mitad que al principio.

5. a) Desarrollar y simplificar:

(1,25 puntos)

$$\left(2x - \frac{1}{3}\right)^4 = (2x)^4 - 4 \cdot (2x)^3 \cdot \frac{1}{3} + 6 \cdot (2x)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 4 \cdot 2x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 + \left(\frac{1}{3}\right)^4 =$$

$$= 16x^4 - 4 \cdot 8x^3 \cdot \frac{1}{3} + 6 \cdot 4x^2 \cdot \frac{1}{9} - 8x \cdot \frac{1}{27} + \frac{1}{81} =$$

$$= 16x^4 - \frac{32}{3}x^3 + \frac{8}{3}x^2 - \frac{8}{27}x + \frac{1}{81}$$



- b) Efectuar $4x^4 + x^3 - x + 1 \div 2x^2 - 1$, indicando explícitamente el cociente y el resto, y comprobar.

(1,5 puntos)

$$\begin{array}{r} 4x^4 + x^3 - x + 1 \\ - 4x^4 + 2x^2 \\ \hline x^3 + 2x^2 - x + 1 \\ - x^3 + \frac{x}{2} \\ \hline 2x^2 - \frac{x}{2} + 1 \\ - 2x^2 \phantom{- \frac{x}{2}} + 1 \\ \hline -\frac{x}{2} + 2 \end{array}$$

Soluc:
$$\begin{aligned} C(x) &= 2x^2 + \frac{x}{2} + 1 \\ R(x) &= -\frac{x}{2} + 2 \end{aligned}$$

Comprobación:

$$(2x^2 + \frac{x}{2} + 1)(2x^2 - 1) - \frac{x}{2} + 2 = 4x^4 - 2x^2 + x^3 - \frac{x}{2} + 2x^2 - 1 - \frac{x}{2} + 2 = 4x^4 + x^3 - x + 1$$

$$2,75$$

$$(1,25 + 1,5)$$

$$0,75$$

$$0,75$$

6. Dada la ecuación $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$, se pide:

(1 punto)

a) Resolverla por Ruffini. Indicar claramente sus soluciones.

RAÍZ
1

1	2	-7	-8	12	
	1	3	-4	-12	
	1	3	-4	-12	0

RAÍZ
2

	2	10	12	
	1	5	6	0

0,25

$$\frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2}$$

0,5

RAÍZ
-2

RAÍZ
-3

Soluc:

$$x = 1; x = \pm 2; x = -3$$

0,25

$$1,5$$

(1+0,5)

b) Factorizar el polinomio y comprobar dicha factorización.

(0,5 puntos)

$$P(x) = (x-1)(x+3)(x+2)(x-2)$$

0,25

$$= (x^2 + 2x - 3) \cdot (x^2 - 4) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$$

0,25

O.K.