

## Instrucciones:

Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**; **sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.

**Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara.** Se permite el uso de calculadoras.

## Modelo-2-1998

## Opción A

**Ejercicio 1.** Una compañía aérea ofrece vuelos para grupos de estudiantes con las siguientes condiciones: Para organizar un vuelo, el número mínimo de pasajeros debe ser de 80, los cuales pagarían 210 euros cada uno. Sin embargo, esta tarifa se reduce en 1 euro por cada pasajero que exceda el número de 80. Suponiendo que la capacidad de cada avión es de 105 pasajeros y que el coste para la compañía es de 100 euros por plaza ocupada. ¿qué números de pasajeros ofrecen el máximo y, respectivamente, el mínimo beneficio para la compañía?

**Ejercicio 2.-** Se sabe que la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por:  $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } x < 1 \\ cx & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$

es derivable en todo su dominio y que en los puntos  $x = 0$  y  $x = 4$  toma el mismo valor.

(a) Halla a, b y c..

(b) Calcula  $\int_0^2 f(x) dx$

**Ejercicio 3.** (a) Los tres planos cuyas ecuaciones son, respectivamente,

$$\begin{cases} x + 2y + az = 1 \\ 2x + y + az = 0 \\ 3x + 3y - 2z = 1 \end{cases}$$

se cortan en una recta. ¿Cuanto vale a?

(b) Determina el simétrico del punto  $P = (1, 0, 1)$  respecto de la recta determinada en el apartado anterior.

**Ejercicio 4.-** Puedes construir una matriz cuadrada y de orden tres que verifique las condiciones (i) y (ii) escritas a continuación?

(i) Su traspuesta y su inversa coinciden.

(ii) Su determinante vale 5

Razona la respuesta.

## Modelo-2-1998

## Opción B

**Ejercicio 1.** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = x^2 + \sqrt{2}x + 1/4$ .

(a) Dibuja el recinto limitado por la gráfica de la función  $f$  y sus tangentes en los puntos de abscisas  $x = 1/2$  y  $x = -1/2$ .

(b) Prueba que el eje de ordenadas divide el recinto anterior en dos que tienen igual área

**Ejercicio 2.** Se quiere construir un envase cerrado con forma de cilindro cuya área total (incluyendo las tapas) sea  $900 \text{ cm}^2$ . ¿Cuales deben ser el radio de la base y la altura para que el volumen del envase sea lo más grande posible? ¿Cuánto vale ese volumen máximo?

**Ejercicio 3.** (a) Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  y  $B = (3 \ 1 \ -1)$ , calcula la matriz  $X$  que cumple

$$X + (AB)^t = \begin{pmatrix} 7 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(El superíndice  $t$  representa la matriz traspuesta)

(b) ¿Tiene  $X$  matriz inversa? Justifica la respuesta.

**Ejercicio 4.** Calcula dos vectores  $\mathbf{u} = (1, u_2, u_3)$  y  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, 0)$  de  $\mathbb{R}^3$  que formen un ángulo de  $45^\circ$  y cuyo producto vectorial sea el vector  $\mathbf{w} = (1, 1, 0)$ .