

Instrucciones:

Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**; **sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.

Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara. Se permite el uso de calculadoras.

Modelo-1-1998

Opción A

Ejercicio 1. Considera la función $f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ definida por $f(x) = |x+3|$

- (a) Estudia la derivabilidad de f .
 (b) Dibuja las gráficas de f y f' .

Ejercicio 2. (a) Representa las curvas de ecuaciones $y = x^2 - 3x + 3$ e $y = x$, calculando donde se cortan.

- (b) Halla el área del recinto limitado por dichas curvas.

Ejercicio 3. Dados los puntos $A = (1,0,1)$, $B=(0,0,-1)$ y $C=(3, \alpha, \beta)$, se pide:

- (a) Determina, si es posible, α y β de forma que los tres puntos esten alineados.
 (b) Encuentra, si existe, un punto Q situado en el eje OY y tal que el triángulo ABQ sea un triángulo rectángulo con ángulo recto en B.
 (c) Si D es el punto $D=(2,0,-2)$, prueba que el triángulo ABD es rectángulo y calcula su área.

Ejercicio 4.- Considera el sistema de ecuaciones lineales
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -k & 3 & -1 \\ 1 & 2 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- (a) ¿Para que valores de k no tiene inversa la matriz de los coeficientes?
 (b) Discute el sistema según los valores de k .

Modelo-1-1998

Opción B

Ejercicio 1. (a) Sabiendo que F es una primitiva de una función f , halla una primitiva de f que se anule en el punto $x = a$

(b) De una función $g : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ se sabe que es dos veces derivable y también que $g(0) = 5$, $g'(0) = 0$ y $g''(x) = 8$, para todo $x \in \mathfrak{R}$. Calcula una expresión algebraica de esta función g .

Ejercicio 2. Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos(x-1)}{(\ln(x))^2}$ siendo $\ln(x)$ el logaritmo neperiano de x .

Ejercicio 3. De la matriz A dada por $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 2 & 8 & \alpha \end{pmatrix}$ se sabe que no tiene inversa

- (a) ¿Cuanto vale α ? Justifica la respuesta.

(b) Resuelve el sistema
$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & 8 & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- (c) ¿Existe alguna solución de dicho sistema con $y = -1$?

Ejercicio 4. Halla la ecuación de una circunferencia sabiendo que su centro está en la recta de ecuación $y = x+1$, que es tangente a la recta $y = x$, y que también es tangente a la recta $y = 0$.