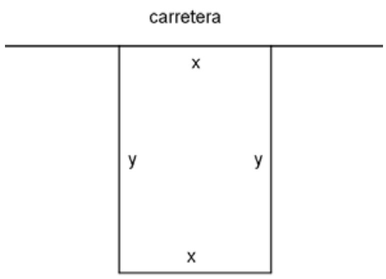
Opción A

Ejercicio 1 opción A, modelo 4 del 2011

[2'5 puntos] Queremos hacer junto a la carretera un cercado rectangular para unos caballos en una zona llana. Cada metro del lado del cercado que está junto a la carretera nos cuesta 100 euros, mientras que para el resto del cercado nos cuesta 10 euros el metro. ¿Cuáles son las dimensiones del prado de área máxima que podemos cercar con 3000 euros?

Solución

Es un problema de optimización



Función a optimizar: Área = x.y
Relación entre las variables: Coste = 3000€ = 100€.x + 10€.y + 10€.y +10€.x, de donde 3000 = 20y + 110x, por tanto 2y + 11x = 300, luego y = -(11/2)x + 150 = -5'5x + 150.
Área = A(x) = x.y = x.(-5'5x + 150) = $-5'5x^2 + 150x$

Si A'(b) = 0 y A''(b) < 0, x = b es un máximo de A(r)

A(x) = $-5'5x^2 + 150x$
A'(x) = -11x + 150
De A'(x) = 0, tenemos -11x + 150 = 0, es decir 11x = 150 luego x = 150/11 m.
Las longitudes del rectángulo son x = 150/11 m. e **y =** -5'5(150/11) + 150 = - 75 + 150 = **75 m.**

Veamos que es un máximo es decir A''(150/11) < 0

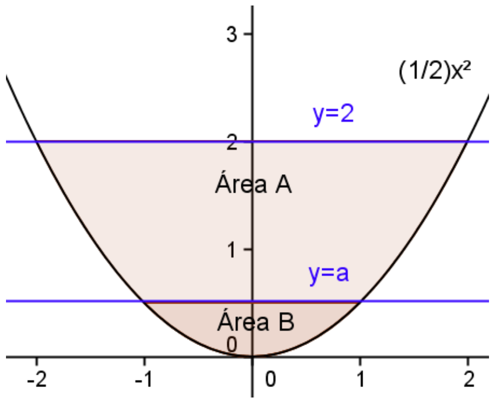
A'(x) = -11x + 150.
A''(x) = - 11 < 0, independientemente del valor de "x", luego es un máximo.

Ejercicio 2 opción A, modelo 4 del 2011

[2'5 puntos] Calcula un número positivo "a", menor que 2, para que el recinto limitado por la parábola de ecuación $y = (1/2)x^2$ y las dos rectas horizontales de ecuaciones y = a e y = 2, tenga un área de 14/3 unidades cuadradas.

Solución

0 < a < 2
$y = (1/2)x^2$ es una parábola igual a x^2 (ramas hacia arriba, vértice (0,0), corte (0,0)), pero un poco mas abierta.
y = a e y = 2, son rectas paralelas al eje OX.
Un esbozo de las gráficas es



El área dada 14/3 u.a. es "Área A", que se puede obtener calculando el área del recinto limitado por la recta y=2 y la parábola, y después restándole el "Área B".
Observamos que el recinto es simétrico respecto al eje OY, luego podemos calcular sólo el área para x > 0, y multiplicándolo por 2.

Calculamos los cortes de y = 2 con la parábola $(1/2)x^2$, para lo cual lo igualamos:
$2 = (1/2)x^2$, de donde $x^2 = 4$ y las soluciones son $x = \pm 2$. Sólo utilizaremos la parte positiva x = 2.
"Área A + Área B" = $2.\int_0^2 (2-(1/2)x^2)dx = 2.[2x - x^2/6]_0^2 = 2.(4 - 8/6) = 2.(8/3) = 16/3$ u.a.

Calculamos los cortes de y = a con la parábola $(1/2)x^2$, para lo cual lo igualamos:
$a = (1/2)x^2$, de donde $x^2 = 2a$ y las soluciones son $x = \pm\sqrt{2a}$. Sólo utilizaremos la parte positiva $x = \sqrt{2a}$.
"Área B" = $2.\int_0^{\sqrt{2a}} (a-(1/2)x^2)dx = 2.[ax - x^3/6]_0^{\sqrt{(2a)}} = 2.[a.\sqrt{2a} - \left(\sqrt{2a}\right)^3/6] =$
$= 2.[a.\sqrt{2a} - 2a.\sqrt{2a}/6] = 2.(4a.\sqrt{2a}/6) = 4a.\sqrt{2a}/3$ u.a.

14/3 u.a. = "Área A" = "Área A + Área B" - "Área B" = $16/3 - 4a.\sqrt{2a}/3$ u.a., de donde $4a.\sqrt{2a} = 16-14=2$, es decir $a.\sqrt{2a} = 1/2$. Elevando al cuadrado tenemos $a^2.(2a) = ¼$, de donde $a^3 = 1/8$ y $\mathbf{a = \sqrt[3]{1/8} = 1/2}$.

El valor de "a" pedido es 1/2.

Ejercicio 3 opción A, modelo 4 del 2011

Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 2x - 2y + 4z &= 4 \\ 2x \quad + z &= a \\ -3x - 3y + 3z &= -3 \end{aligned}$$

(a) [1'75 puntos] Discútelo según los valores del parámetro a.
(b) [0'75 puntos] Resuélvelo cuando sea posible.

Solución

(a) [1'75 puntos] Discútelo según los valores del parámetro a.

La matriz de los coeficientes del sistema es $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 \\ -3 & -3 & 3 \end{pmatrix}$ y la matriz ampliada $A^* = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 4 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & a \\ -3 & -3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$.

Si $\det(A) = |A| \neq 0$, rango(A) = rango(A^*) = 3. El sistema es compatible y determinado y tiene solución única.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 \\ -3 & -3 & 3 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ C_2-C_1 \\ C_3+C_1 \end{matrix} = \begin{vmatrix} 2 & -4 & 6 \\ 2 & -2 & 3 \\ -3 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} \text{Adjuntos} \\ \text{tercera} \\ \text{fila} \end{matrix} = +(-3)(-12+12) = 0.$$

Como $\begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 4 \neq 0$, el rango de A es 2.

Para que el sistema sea compatible el rango de A^* tiene que ser 2, para lo cual el determinante $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & a \\ -3 & -3 & -3 \end{vmatrix}$ tiene que ser cero, está formado por las dos primeras columnas de A (son las que he utilizado para obtener el rango de A), y la columna de los términos independientes.

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 \\ 2 & 0 & a \\ -3 & -3 & -3 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ C_2-C_1 \\ C_3-C_1 \end{matrix} = \begin{vmatrix} 2 & -4 & 2 \\ 2 & -2 & a-2 \\ -3 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{matrix} \text{Adjuntos} \\ \text{tercera} \\ \text{fila} \end{matrix} = +(-3)(-4a+8+4) = (-3)(-4a+12).$$

Este determinante es cero si -4a+12 = 0, de donde a = 3.

Si a = 3, rango(A) = rango(A^*) = 2 < número de incógnitas, luego **el sistema es compatible e indeterminado y tiene infinitas soluciones**.

Si a ≠ 3, rango(A) = 2 ≠ rango(A^*) = 3, **el sistema es incompatible y no tiene solución**.
(b)
Resuélvelo cuando sea posible.

Es posible resolverlo si a = 3, pues rango(A) = rango(A^*) = 2 < número de incógnitas, y el sistema es compatible e indeterminado y tiene infinitas soluciones.

Como el rango es 2, sólo necesitamos dos ecuaciones y dos incógnitas principales. Tomamos las dos primeras, pues con ellas he determinado el rango de A.

$2x - 2y + 4z = 4$
$2x \quad + z = 3$. Pasamos "z" al otro miembro.

$2x - 2y = 4 - 4z$
$2x \quad = 3 - z$. Tomamos $z = \lambda$ número real, y nos queda.

$2x - 2y = 4 - 4\lambda$
$2x \quad = 3 - \lambda$. De donde $x = 3/2 - \lambda/2$. Entramos con este valor en la 1ª ecuación.

$2(3/2 - \lambda/2) - 2y = 4 - 4\lambda$, de donde $3-\lambda-4+4\lambda = 2y$, es decir $y = -1/2+3\lambda/2$.

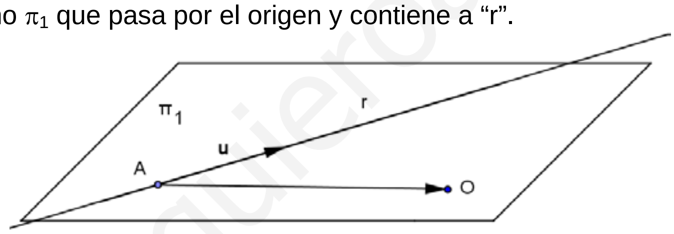
La solución del sistema es $(x,y,z) = (3/2 - \lambda/2, -1/2+3\lambda/2, \lambda)$, con λ número real.

Ejercicio 4 opción A, modelo 4 del 2011

Dada la recta "r" definida por $(x – 1)/3 = (y +1)/2 = -z + 3$ y la recta "s" definida por $\begin{cases} x = 1 \\ 2y - z = -2 \end{cases}$
(a) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que pasa por el origen y contiene a "r".
(b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene a "s" y es paralelo a "r".

Solución

Dada la recta "r" definida por $(x – 1)/3 = (y +1)/2 = -z + 3$ y la recta "s" definida por $\begin{cases} x = 1 \\ 2y - z = -2 \end{cases}$
(a)
Halla la ecuación del plano π_1 que pasa por el origen y contiene a "r".



Para un plano necesito un punto, el A (punto de la recta) y dos vectores independientes, el **u** (vector director de la recta) y el **AO**. (También se puede obtener con un punto y un vector normal).

Ponemos la recta "r" $\equiv (x – 1)/3 = (y +1)/2 = -z + 3$, en forma continua (recordamos que la "x", la "y" y la "z" tienen que estar multiplicadas por 1.
"r" $\equiv (x – 1)/3 = (y +1)/2 = (z - 3)/(-1)$
Un punto A de "r" es A(1,-1,3) y un vector director es **u** = (3,2,-1).
El vector **AO** es **AO** = (-1,1,-3)

La ecuación del plano en forma vectorial es: $\pi_1 \equiv (1,-1,3) + \lambda(3,2,-1) + \mu(-1,1,-3)$, con λ y μ números reales.

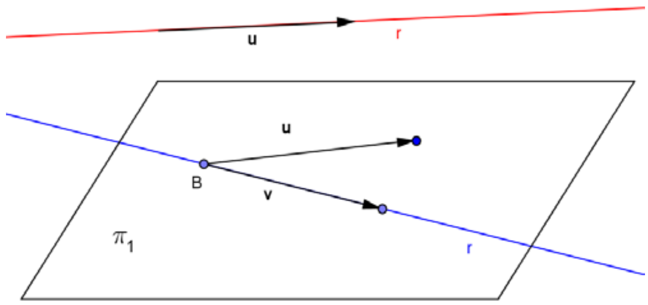
(b)
Halla la ecuación del plano π_1 que contiene a "s" y es paralelo a "r".

Al igual que antes necesito un punto, el B (punto de la recta "s") y dos vectores independientes, el **v** (vector director de la recta "s") y el **u** (vector director de la recta "r", porque la recta es paralela al plano).

Ponemos la recta "s" $\equiv \begin{cases} x = 1 \\ 2y - z = -2 \end{cases}$ en paramétricas, tomando $y = \lambda \in R$, es decir "s" $\equiv \begin{cases} x = 1 \\ y = \lambda \\ z = 2 + 2\lambda \end{cases}$,

Con lo cual el punto es B(1,0,2) y el vector **v** es **v** = (0,1,2), que vemos que es independiente (no proporcional) al vector es **u** = (3,2,-1)

Véase la siguiente figura.



La ecuación del plano en forma vectorial es: $\pi_1 \equiv (1,-1,0) + \lambda(0,1,2) + \mu(3,2,-1)$, con λ y μ números reales.

Opción B

Ejercicio 1 opción B, modelo 4 del 2011

[2'5 puntos] En una empresa los ingresos (en euros) dependen de la edad. Si la edad, x, es de 18 a 50 años, los ingresos vienen dados por la fórmula $-x^2 + 70x$, mientras que para edades iguales o superiores a 50 años los ingresos están determinados por la expresión, $400x/(x - 30)$
Calcula cuál es el máximo de los ingresos y a qué edad se alcanza.

Solución

Si $18 \le x < 50$, $I(x) = -x^2 + 70x$.
Si $x \ge 50$, $I(x) = 400x/(x - 30)$.

Me han dado una función a trozos $I(x) = \begin{cases} -x^2 + 70x & \text{si } 18 \le x < 50 \\ \dfrac{400x}{x - 30} & \text{si } x \ge 50 \end{cases}$

Sabemos que los extremos absolutos, se suelen encontrar en los extremos del intervalo, el 18 en este caso, en los puntos donde se anula la 1ª derivada($(-x^2+ 70x)' = -2x + 70 = 0$, de donde $x = 35$, que seria la abscisa del vértice de la parábola $-x^2+ 70x$, y los puntos donde no es continua o derivable, en este caso estudiaríamos el $x = 50$, porque es el punto de división de las ramas.
($-x^2+ 70x$, es una parábola con las ramas hacia abajo, vértice en $(35, -(35)^2+70.35) = (35, 1225)$

La rama $\dfrac{400x}{x - 30}$ es un hipérbola, que como sabemos no tiene máximos ni mínimos, una asíntota horizontal en $y = 400$ (no la toca), y una asíntota vertical en $x = 30$, que no está en su dominio,. Por tanto los único puntos donde habría que sustituir la función sería en $x = 18$, $x = 35$ y $x = 50$ (veremos antes si es continua ahí). El valor mayor sería el máximo absoluto que piden.

Veamos si $I(50) = \lim_{x\to 50^-} I(x) = \lim_{x\to 50^+} I(x)$.

$I(50) = (400.50)/(50-30) = 1000$

$\lim_{x\to 50^-} I(x) = \lim_{x\to 50^-} (-x^2 + 70x) = -(50)^2 + 70.50 = 1000$

$\lim_{x\to 50^+} I(x) = \lim_{x\to 50^+} \dfrac{400x}{x - 30} = (400.50)/(50-30) = 1000$, luego la función es continua en $x = 50$ y vale 1000.

Ya hemos visto que $I(35) = 1225$.
Sólo falta $I(18) = -(18)^2 + 70.18 = 936$.

El máximo de ingresos es de 1225€ y se alcanza a la edad de 35 años.

Ejercicio 2 opción B, modelo 4 del 2011

Dada la función $f : R \to R$ definida por $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$
(a) [0'5 puntos] Prueba que las rectas $y = -x +1$ e $y =3x - 1$ son tangentes a su gráfica.
(b) [2 puntos] Halla el área del recinto limitado por la gráfica de f y las rectas mencionadas en el apartado anterior.

Solución

Dada la función $f : R \to R$ definida por $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$

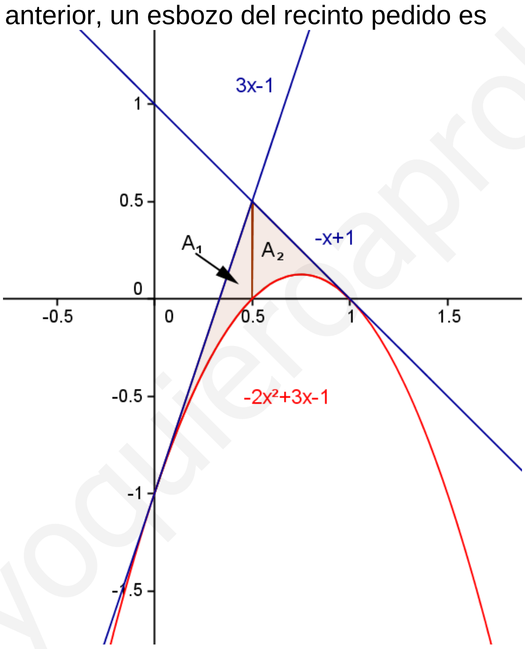
(a)
Prueba que las rectas $y = -x + 1$ e $y = 3x - 1$ son tangentes a su gráfica.
Para ver que son rectas tangentes sólo tengo que ver que la parábola f(x) corta a cada recta en un punto.
No serían rectas tangentes si fuese cortada por una recta vertical del tipo “x = a”, que no es nuestro caso.

Corte de f(x) con $-x+1$
$-2x^2 + 3x - 1 = -x + 1$, de donde $-2x^2 + 4x - 2 = 0$. Simplificando $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 = 0$, y la única solución es $x = 1$ (doble).
La recta $y = -x+1$ es la recta tangente a $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$ en el punto $x = 1$.

Corte de f(x) con $3x-1$
$-2x^2 + 3x - 1 = 3x - 1$, de donde $-2x^2 = 0$. Y la única solución es $x = 0$ (doble).
La recta $y = 3x-1$ es la recta tangente a $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$ en el punto $x = 0$.

La parábola $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$, tiene las ramas hacia abajo, su vértice (es un máximo y anula la 1ª derivada, $(-2x^2 + 3x - 1)' = -4x+3 = 0$, de donde $x = 3/4$) en el punto V(3/4, 1/8), y los cortes con abscisas los obtenemos resolviendo $-2x^2 + 3x - 1 = 0$, ó $2x^2 - 3x + 1 = 0$, obteniendo $x = 1$ y $x = 1/2$.
(b)
Halla el área del recinto limitado por la gráfica de f y las rectas mencionadas en el apartado anterior.

Teniendo en cuenta el apartado anterior, un esbozo del recinto pedido es



Para calcular el área del recinto sólo nos queda calcular el punto de corte de las rectas. Resolvemos la ecuación: $-x + 1 = 3x - 1$, de donde $2 = 4x$, y las rectas se cortan en $x = 1/2$.

El área pedida es $A_1 + A_2 = \int_0^{1/2} (3x-1- (-2x^2+3x-1))dx + \int_{1/2}^{1} (-x+1- (-2x^2+3x-1))dx =$

$$= \int_0^{1/2} (2x^2)dx + \int_{1/2}^{1} (2x^2 - 4x + 2)dx = \left[\frac{2x^3}{3}\right]_0^{1/2} + \left[\frac{2x^3}{3} - 2x^2 + 2x\right]_{1/2}^{1} =$$

$$= \left(\frac{2(1/2)^3}{3} - 0\right) + \left[\left(\frac{2}{3} - 2 + 2\right) - \left(\frac{2(1/2)^3}{3} - 2(1/2)^2 + 2(1/2)\right)\right] = 1/12 + (2/3 - 1/12 + 1/2 - 1) = 1/6 \text{ u.a..}$$

Ejercicio 3 opción B, modelo 4 del 2011

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

(a) [1 punto] Demuestra que $A^2 + 2A = I$ y que $A^{-1} = A + 2I$, siendo I la matriz identidad de orden 2.
(b) [1'5 puntos] Calcula la matriz X que verifica la ecuación $A^2 + XA + 5A = 4I$.

Solución

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

(a)
Demuestra que $A^2 + 2A = I_2$ y que $A^{-1} = A + 2I_2$, siendo I_2 la matriz identidad de orden 2.

$$A^2 + 2A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2.$$

Sabemos por definición que si $A.B = B.A = I_2$, $B = A^{-1}$.
De $A^2 + 2A = I_2$, sacando A factor común por la izquierda tenemos $A.(A + 2I_2) = I_2$.
De $A^2 + 2A = I_2$, sacando A factor común por la derecha tenemos $(A + 2I_2).\ A = I_2$., por tanto por la definición anterior tenemos que $A^{-1} = A + 2I_2$.
(b)
Calcula la matriz X que verifica la ecuación $A^2 + XA + 5A = 4I$.

Utilizamos que $A^2 + 2A = I$, y poniendo 5A = 2A + 3ª, tenemos que $A^2 + XA + 5A = 4I$, se pude poner como $A^2 + 2A + XA + 3A = 4I$, es decir $I + XA + 3A = 4I$, de donde $XA = 3I – 3A$.

Multiplicando esta última igualdad por la derecha por la inversa A^{-1} tenemos:
$XA.A^{-1} = 3(I – A).A^{-1}$, es decir $X = = 3(I – A).(A + 2I_2) = 3(A – A^2 + 2I – 2A) =$ {usamos $A^2 + 2A = I$} $=$
$= 3(A – I + 2I) = 3(A + I)$.
Hemos obtenido que $X = 3(A + I)$.

$$(A + I) = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \text{ luego } X = 3. \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4 opción B, modelo 4 del 2011

Dada la recta “r” definida por $(x +7)/2 = (y – 7)/(-1) = z$ y la recta “s” definida por $\begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \\ z = \lambda \end{cases}$

(a) [1’75 puntos] Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a ambas.
(b) [0’75 puntos] Calcula la distancia entre “r” y “s”.

Solución

Dada la recta “r” definida por $(x +7)/2 = (y – 7)/(-1) = z$ y la recta “s” definida por $\begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \\ z = \lambda \end{cases}$

(a) y (b) a la vez
Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a ambas. Distancia entre ellas

Sabemos que se define la *distancia entre dos rectas* “r” y “s” (apartado (b)), como la mínima distancia entre ellas, la cual coincide con la distancia entre los puntos de intersección de cada una de las rectas con la recta perpendicular común a ambas (apartado (a))

Sabemos que para calcular la recta “t” perpendicular a dos rectas “r” y “s” y que las corte, hay varios métodos. Expongo sólo dos:

Método 1 (es más rápido, si no me piden a la vez el cálculo de la distancia)

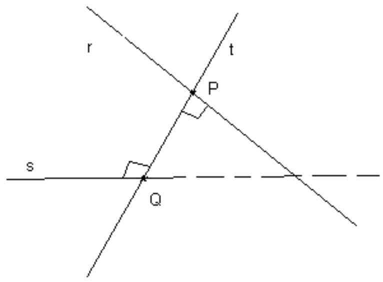
De la recta “r” obtengo un punto A y un vector director **u**. En mi caso A(-7,7,0) y **u** = (2,-1,1).
De la recta “s” obtengo un punto B y un vector director **v**. En mi caso B(2,-5,0) y **v** = (0,0,1).

La recta “t” pedida se da como intersección de dos planos π_1 y π_2
El vector **u**x**v** (**x** es el producto vectorial) es un vector perpendicular a la vez a las recta “r” y “s”, es decir vector perpendicular a la vez a los vectores **u** y **v**, por tanto a la dirección de la recta pedida.

Plano $\pi_1 \equiv$ det(A;**u**; **u**x**v**)= 0, es decir plano que contiene a la recta “r” y al vector **u**x**v**
Plano $\pi_2 \equiv$ det(B;**v**; **u**x**v**)= 0, es decir plano que contiene a la recta “s” y al vector **u**x**v**

La recta perpendicular pedida “t” es $t \equiv \begin{cases} \det(A;\vec{u};\overrightarrow{uxv}) = 0 \\ \det(B;\vec{v};\overrightarrow{uxv}) = 0 \end{cases}$

Método 2 (el que utilizaremos)



Ponemos ambas rectas "r" y "s" en la forma vectorial ó paramétrica, pero con un parámetro distinto cada una.

De la recta "r" obtengo un punto A y un vector director **u**. En mi caso A(-7,7,0) y **u** = (2,-1,1).
Pongo "r" en forma vectorial. $r \equiv (x,y,z) = (-7,7,0) + \lambda.(2,-1,1)$.
De la recta "r" tomamos un punto genérico, el $X(-7+2\lambda, 7-\lambda, \lambda)$ (depende del parámetro λ)

De la recta "s" obtengo un punto B y un vector director **v**. En mi caso B(2,-5,0) y **v** = (0,0,1).
Pongo "s" en forma vectorial. $s \equiv (x,y,z) = (2,-5,0) + \lambda.(0,0,1)$.
De la recta "s" tomamos un punto genérico, el $Y(2,-5, \mu)$ (depende del parámetro μ)

El vector **XY** tiene que ser perpendicular al vector director de "r" **u** y al vector director de "s" **v** a la vez, es decir su producto escalar (•) con ellos tiene que ser cero:

XY = $(2+7-2\lambda, -5-7+\lambda, \mu-\lambda) = (9-2\lambda, -12+\lambda, \mu-\lambda)$

XY•u = 0
$(9-2\lambda, -12+\lambda, \mu-\lambda)\bullet(2,-1,1) = 0 = 18-4\lambda+12-\lambda+\mu-\lambda = 30-6\lambda+\mu = 0$

XY•v = 0
$(9-2\lambda, -12+\lambda, \mu-\lambda)\bullet(0,0,1) = 0 = \mu -\lambda = 0$

Resolvemos el sistema

XY•u = 0
XY•v = 0
Es decir

$30-6\lambda+\mu = 0$
$\mu -\lambda = 0$
Esto es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (λ y μ), al resolverlo obtenemos λ y μ.

Vemos que $\mu = \lambda$, por tanto $30-6\lambda+\lambda = 0 = 30-5\lambda$, de donde $\lambda = 6 = \mu$

Entrando en el punto genérico $X(-7+2\lambda, 7-\lambda, \lambda)$ de la recta "r", con el valor de $\lambda = 6$, obtenemos el punto P, que sería P(-7+2(6), 7-(6), (6)) = P(5,1,6)

Entrando en el punto genérico $Y(2,-5, \mu)$ de la recta "s", con el valor de $\mu = 6$, obtenemos el punto Q, que sería Q(2,-5, (6)) = Q(2,-5,6)

La recta perpendicular pedida "t" es la que pasa por los punto P(5,1,6) y Q(2,-5,6), es decir tomamos como punto el P(5,1,6) y como vector director el **PQ** = (-3,-6,0).

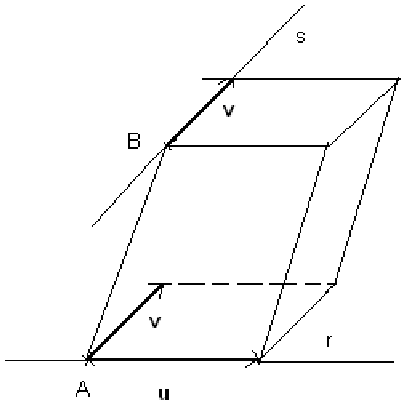
Ponemos la recta perpendicular pedida "t" en forma vectorial. $t \equiv (5,1,6) + \delta(-3,-6,0)$

Sabemos que la distancia entre las rectas "r" y "s", es la distancia entre los puntos de corte de dichas rectas con su recta perpendicular común "t", es decir los puntos P(5,1,6) y Q(2,-5,6), por tanto la distancia entre las rectas es d(r;s) = d(P;Q) = **||PQ||**, donde **|| ||** es el módulo del vector.
PQ = (-3,-6,0).

||PQ|| = $\sqrt{(-3)^2+(-6)^2+(0)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ u.l.

La distancia pedida es d(r;s) = d(P;Q) **= 3** $\sqrt{5}$ u.l.

Otra forma de calcular la distancia entre dos rectas “r” y “s” es formando el paralelepípedo determinado por los vectores **AB**, **u** y **v**



Sabemos que Volumen paralelepípedo = |{ **AB**, **u**, **v** }| = área base por altura = ||**u**x**v**||·d(r;s), donde | | es el valor absoluto y { } es el producto mixto de tres vectores, con lo cual la distancia sería la altura, es decir:

d(r;s) = (|{ **AB**, **u**, **v** }|) / (||**u**x**v**||)