1.- Resuelve la siguiente ecuación $\operatorname{sen} 2x \cdot \cos x = 6 \cdot \operatorname{sen}^3 x$

2.- Las diagonales de un paralelogramo miden 10 y 12 cm. Uno de los ángulos que forman éstas al cortarse es de 125º. Halla el perímetro

3.- Dado el triángulo de vértices A(5,2) , B(-1,6) y C(3,-2) , hallar las ecuaciones de las rectas mediana y mediatriz correspondientes al lado AB

4.- Halla el area del triangulo de vértices A(5,2) , B(-1,6) y C(3,-2)

5.- Una recta pasa por el punto P(-5,2) y forma un ángulo de 45º con la recta 5x-6y+1=0 . Halla la ecuación de dicha recta.

6.- Resuelve $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$

7.- Calcula el limite $\lim_{x \to 3} \frac{x^3 - 3x^2}{x^2 - 5x + 6}$ $\qquad \lim_{x \to 3} \frac{3x^3 - 2x^2}{x}$

8.-

a) Asíntotas de la funcion $f(x) = \frac{4x^2}{x^2 - 2x}$ y sitúa la curva respecto de ellas

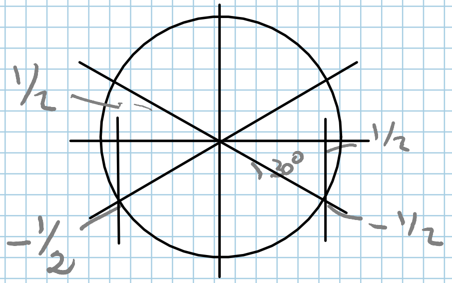
b) Representa gráficamente la función $f(x) = \left| x^2 + x - 6 \right|$

9.- Deriva las siguientes funciones, simplificando al máximo

a) $y = \frac{x^3 - 1}{(x+1)^2}$ b) $y = \ln\left(\frac{1 + \operatorname{sen} x}{1 - \operatorname{sen} x}\right)$ c) $y = (2x + 10) \cdot e^{x^2 - 10x - 5}$

10.-Calcula el valor de a para que la función sea continua en todo R $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x \le 1 \\ 4 - ax^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

1.- Resuelve la siguiente ecuación $\operatorname{sen} 2x \cdot \cos x = 6 \cdot \operatorname{sen}^3 x$



$2 \operatorname{sen} x \cos x \cdot \cos x = 6 \operatorname{sen}^3 x$

$2 \operatorname{sen} x \cos^2 x = 6 \operatorname{sen}^3 x$

$2 \operatorname{sen} x (1 - \operatorname{sen}^2 x) = 6 \operatorname{sen}^3 x$

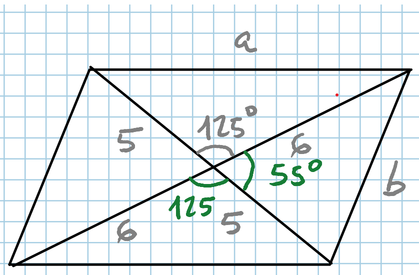
$2 \operatorname{sen} x - 2 \operatorname{sen}^3 x = 6 \operatorname{sen}^3 x$

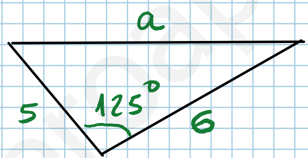
$0 = 8 \operatorname{sen}^3 x - 2 \operatorname{sen} x \Rightarrow 2 \operatorname{sen} x (4 \operatorname{sen}^2 x - 1) = 0$

$\rightarrow 2 \operatorname{sen} x = 0 \qquad \operatorname{sen} x = 0 \qquad \boxed{x = \begin{cases} 0^\circ + k \cdot 360^\circ \\ 180^\circ + k \cdot 360^\circ \end{cases}}$

$\rightarrow 4 \operatorname{sen}^2 x - 1 = 0 \qquad \operatorname{sen} x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} = \pm \frac{1}{2} = \begin{cases} 1/2 \\ -1/2 \end{cases} \qquad \boxed{\begin{matrix} x = 30 + k \cdot 360 \\ x = 150 + k \cdot 360 \\ x = 210^\circ + k \cdot 360 \\ x = 330^\circ + k \cdot 360 \end{matrix}}$

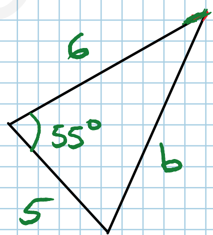
2.- Las diagonales de un paralelogramo miden 10 y 12 cm. Uno de los ángulos que forman éstas al cortarse es de 125°. Halla el perímetro





$a^2 = 5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \cos 125^\circ$

$a = 9'77 \text{ cm}$



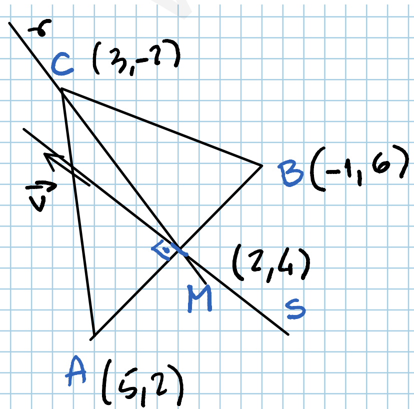
$b^2 = 6^2 + 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \cos 55^\circ \Rightarrow$

$b = 5'16 \text{ cm}$

$360 - 250 = 110 \,\underline{|\,2}$
55°

El perímetro será $2a + 2b = \underline{29'86 \text{ cm}}$

3.- Dado el triángulo de vértices A(5,2) , B(-1,6) y C(3,-2) , hallar las ecuaciones de las rectas mediana y mediatriz correspondientes al lado AB



Mediana (r) Mediatriz (s)

$M\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{6+2}{2}\right) \Rightarrow M(2,4)$

$\vec{AB}(-6,4) \qquad \vec{v} \perp \text{al } \vec{AB} \Rightarrow \vec{v}(4,6)$

La recta que pasa por M y tiene al vector $\vec{v}$ es la mediatriz (s)

$s: \frac{x-2}{4} = \frac{y-4}{6} \Rightarrow 6x - 12 = 4y - 16 \Rightarrow$

MEDIATRIZ

$6x-4y+4=0$ $\boxed{3x-2y+2=0}$

$C(3,-2)$

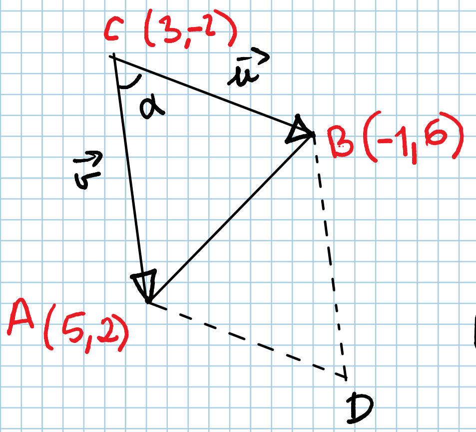
$M(2,4)$

la recta que pasa por C y M es la mediana (r) $\vec{CM}\,(-1,6)$

$$\frac{x-2}{-1}=\frac{y-4}{6} \Rightarrow 6x-12=-y+4 \Rightarrow \boxed{6x+y-16=0}$$ MEDIANA

4.- Halla el area del triangulo de vértices A(5,2) , B(-1,6) y C(3,-2)

Se trata del mismo triángulo del ejercicio anterior



El área del paralelogramo ABCD viene dado por el módulo del producto vectorial $\vec{u}\times\vec{v}$

$\vec{u}\,(-4,8)$ $\vec{v}\,(2,4)$

$\vec{u}\times\vec{v}=|u|\cdot|v|\cdot \operatorname{sen}\alpha$ Necesitamos Sen α

lo hallamos con el producto escalar

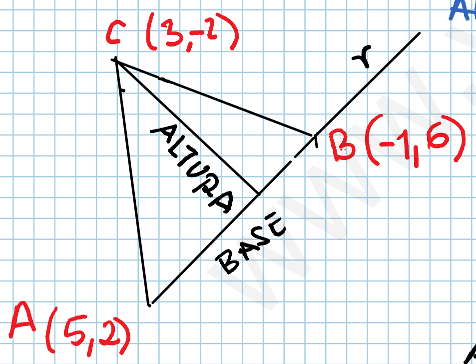
$$\cos\alpha=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|u||v|} \Rightarrow \cos\alpha=\frac{-8+32}{\sqrt{16+64}\cdot\sqrt{4+16}}=\frac{24}{\sqrt{1600}}=0'6$$

$$\operatorname{Sen}\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\sqrt{1-0'6^2}=0'8$$

El área del paralelogramo será $=\vec{u}\times\vec{v}=|u||v|\operatorname{Sen}\alpha=\sqrt{80}\cdot\sqrt{20}\cdot 0'8=$

$=32\,u^2$; El área del triángulo ABC es la mitad

$$\widehat{ABC}=\frac{32}{2}=\underline{\underline{16\,u^2}}$$



OTRA FORMA DE HACERLO: $\text{Área}=\dfrac{b\cdot h}{2}$

$$|\vec{AB}|=\text{base}=\sqrt{(-6)^2+(4)^2}=\sqrt{36+16}=\sqrt{52}$$

Hallamos la recta r que pasa por AB

$A(5,2)$

$\vec{AB}\,(-6,4)$

$$\frac{x-5}{-6}=\frac{y-2}{4} \Rightarrow 4x-20=-6y+12$$

$$4x+6y-32=0$$

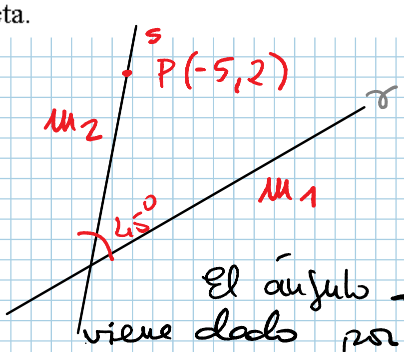
$$r: \boxed{2x+3y-16=0}$$

La distancia del punto C a r es la altura

$$h=d(C,r)=\frac{|2\cdot 3+3(-2)-16|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\frac{|6-6-16|}{\sqrt{13}}=\frac{16}{\sqrt{13}}=\frac{16\sqrt{13}}{13}$$

$$\text{Área}=\frac{b\cdot h}{2}=\left(\frac{16\sqrt{13}}{13}\cdot\sqrt{52}\right):2=\frac{16\sqrt{676}}{13}:2=\frac{16\cdot 26}{13}:2=\frac{32}{2}=\underline{\underline{16\,u^2}}$$

5.- Una recta pasa por el punto P(-5,2) y forma un ángulo de 45° con la recta 5x-6y+1=0 . Halla la ecuación de dicha recta.



r: $5x-6y+1=0$

Necesito m_2, para hallar la ecuación de la recta s

El ángulo que forman dos rectas, usando las pendientes viene dado por

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{m_2-m_1}{1+m_1\cdot m_2};$$

r: $6y=5x+1$

$$y=\frac{5}{6}x+\frac{1}{6} \Rightarrow m_1=\frac{5}{6}$$

Sustituyendo:

$$\cancel{\operatorname{tg} 45^\circ} \overset{1}{=} \frac{m_2-5/6}{1+\frac{5}{6}\cdot m_2}; \qquad 1+\frac{5m_2}{6}=m_2-\frac{5}{6} \Rightarrow$$

$$\frac{6+5m_2}{\cancel{6}}=\frac{6m_2-5}{\cancel{6}} \qquad 11=m_2$$

Como pasa por (-5,2), la ecuación punto-pendiente de la recta s será:

$$y-2=11(x+5) \Rightarrow y-2=11x+55$$

$$\boxed{11x-y+57=0} \quad (s)$$

6.- Resuelve $5^{x+1}+5^x+5^{x-1}=\frac{31}{5}$ $\Rightarrow 5^x\cdot5^1+5^x+\frac{5^x}{5^1}=\frac{31}{5} \Rightarrow 5^x=t$

$$\frac{5t}{1}+\frac{t}{1}+\frac{t}{5}=\frac{31}{5}; \quad \frac{25t+5t+t}{\cancel{5}}=\frac{31}{\cancel{5}} \qquad 31t=31 \qquad t=1$$

$$5^x=1 \qquad \underline{\underline{x=0}}$$

7.- Calcula el límite $\lim_{x\to3}\frac{x^3-3x^2}{x^2-5x+6}$ $\qquad \lim_{x\to3}\frac{3x^3-2x^2}{x}$

$$\begin{array}{c|ccc} & 1 & -5 & 6 \\ 2 & & 2 & -6 \\ \hline & 1 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

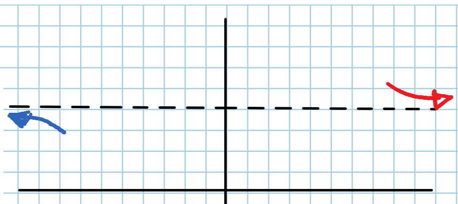
$$\lim_{x\to3}\frac{x^3-3x^2}{x^2-5x+6}=\frac{27-27}{9-15+6}=\frac{0}{0}\Rightarrow \lim_{x\to3}\frac{x^2\cancel{(x-3)}}{(x-2)\cancel{(x-3)}}=\frac{9}{1}=\underline{\underline{9}}$$

$$\lim_{x\to3}\frac{3x^3-2x^2}{x}=\frac{81-18}{3}=\frac{63}{3}=\underline{\underline{21}}; \quad \text{otra forma: } \lim_{x\to3}\frac{\cancel{x}(3x^2-2x)}{\cancel{x}}$$

$$=\lim_{x\to3}3x^2-2x=27-6=\underline{\underline{21}}$$

8.-
a) Asíntotas de la funcion $f(x)=\dfrac{4x^2}{x^2-2x}$ y sitúa la curva respecto de ellas

b) Representa gráficamente la función $f(x)=\left|x^2+x-6\right|$



Horizontales:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2}{x^2-2x}=\frac{\infty}{\infty}\Rightarrow\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{4\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}}}{\frac{\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}}-\frac{2x}{x^2}}=\frac{4}{1}=4 \qquad \boxed{y=4}$$

$$f(1000)=\frac{4.1000^2}{1000^2+2000}=3'999<4 \qquad f(-1000)=\frac{4(-1000)^2}{(-1000)^2-2000}=4'008>4$$

Verticales Dom $f(x)=\mathbb{R}-\{0,2\}$

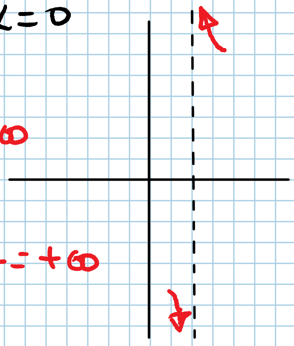
$$\lim_{x\to 0}f(x)=\frac{4.0^2}{0^2-2.0}=\frac{0}{0}=\frac{\cancel{x}(4x)}{\cancel{x}(x-2)}=\frac{0}{-2}=0\neq\infty$$

No es asíntota vertical $x=0$

$$\lim_{x\to 2}f(x)=\frac{4.2^2}{2^2-2.2}=\frac{16}{0}=\infty$$

$$\lim_{x\to 2^-}f(x)=\frac{16}{1'9^2-2.1'9}=\frac{16}{0^-}=-\infty$$

$$\lim_{x\to 2^+}f(x)=\frac{16}{2'1^2-2.2'1}=\frac{16}{0^+}=+\infty$$



9.- Deriva las siguientes funciones, simplificando al máximo

a) $y=\dfrac{x^3-1}{(x+1)^2}$ b) $y=\ln\left(\dfrac{1+\operatorname{sen}x}{1-\operatorname{sen}x}\right)$ c) $y=(2x+10)\cdot e^{x^2-10x-5}$

$$a)\ y'=\frac{3x^2(x+1)^{\cancel{2}}-2\cancel{(x+1)}(x^3-1)}{(x+1)^{\cancel{4}\,3}}=\frac{3x^3+3x^2-2x^3+2}{(x+1)^3}=\boxed{\frac{x^3+3x^2+2}{(x+1)^3}}$$

$$b)\ y'=\frac{\cancel{1-\operatorname{sen}x}}{1+\operatorname{sen}x}\cdot\frac{\cos x(1-\operatorname{sen}x)-(-\cos x)(1+\operatorname{sen}x)}{(1-\operatorname{sen}x)^{\cancel{2}}}=\frac{\cos x-\cancel{\cos x\operatorname{sen}x}+\cos x+\cancel{\cos x\operatorname{sen}x}}{(1+\operatorname{sen}x)(1-\operatorname{sen}x)}=$$

$$=\frac{2\operatorname{sen}x}{1-\operatorname{sen}^2x}=\boxed{\frac{2\operatorname{sen}x}{\cos^2x}}$$

$$c)\ y'=2.(e^{x^2-10x-5})+(e^{x^2-10x-5}).(2x-10).(2x+10)=$$

$$=2e^{x^2-10x-5}+e^{x^2-10x-5}(4x^2-100)=$$

$$=e^{x^2-10x-5}(2+4x^2-100)=\boxed{e^{x^2-10x-5}(4x^2-98)}$$

10.-Calcula el valor de a para que la función sea continua en todo R $\quad f(x)=\begin{cases} x+1 & \text{si} \quad x\le 1 \\ 4-ax^2 & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$

En esta función a trozos, ambas son expresiones polinómicas cuyo Dominio es todo $\mathbb{R}$. Estudiamos la continuidad en $x=1$

Para que $f(x)$ sea continua se ha de verificar que

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^+} f(x) = f(1)$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) \to 1+1=\boxed{2}$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) \to 4-a\cdot 1^2=\boxed{4-a}$$

$$f(1) \to 1+1=\boxed{2}$$

Igualamos:

$$4-a=2\ ; \quad \boxed{a=6}$$