CÁLCULO DIFERENCIAL

1. Halla el dominio de estas funciones:

a) $f(x)=\dfrac{x-2}{2x+6}$ **b)** $f(x)=\dfrac{2x-8}{x^2-6x+9}$ **c)** $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$ **d)** $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$

2. Halla los siguiente límites de $f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{4-x^2}$

a) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ b) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ c) $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)$ d) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

3. Halla las asíntotas de: $f(x)=\dfrac{3x-x^2}{x^2-9}$

4. Dada la función: $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+3x-4}$

a) Estudia su dominio y continuidad de $f(x)$ indicando los tipos de discontinuidad que posea.

b) Halla, explicando brevemente el procedimiento, sus límites en los infinitos y su significado gráfico.

5. Dada la función $f(x)=\begin{cases} -4 & \text{Si } x\le -1 \\ 3x-x^2 & \text{Si } -1<x\le 2 \\ \dfrac{1}{x-3} & \text{Si } x>2 \end{cases}$

a) Estudia su dominio y discontinuidades, indicando sus tipos.

b) Esboza su gráfica

6. ¿Para qué valores de **a** la función $f(x)=\begin{cases} x+a & \text{Si } x\le 1 \\ 3-(ax)^2 & \text{Si } x>1 \end{cases}$ sería continua en x = 1?

7. Halla **a** y **b** para que la siguiente función sea continua en todo su dominio:

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x-1 & \text{Si } x<0 \\ ax+b & \text{Si } 0\le x<1 \\ \dfrac{2}{x} & \text{Si } x\ge 1 \end{cases}$$

8. Deriva y simplifica las siguientes funciones:

a) $y=\dfrac{(3-x)(2x-1)}{x^3}$ b) $y=\dfrac{x^2-x}{(2x-1)^2}$ c) $y=x\ln^3(1+2x)$

d) $y=\dfrac{1}{\sqrt[3]{3x^2}}$ e) $y=x^2e^{-x}$ f) $y=\sqrt{\dfrac{2x}{1-x}}$

9. Sea la función $f(x)=\dfrac{2x^2}{1-x}$

a) Halla sus límites a izquierda y derecha de x=1 y explica brevemente su significado gráfico.

b) Halla sus límites en los infinitos y explica brevemente su significado gráfico.

c) Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de $f(x)$

d) Esboza la función

10. Sea la función $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+4}$

a) Halla sus límites en los infinitos y explica brevemente su significado gráfico.

b) Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de $f(x)$

c) Esboza la función

11. En una fotocopiadora cobran 5 céntimos por cada fotocopia. No obstante, si se le encargan más de 10 unidades, el precio por unidad disminuye y se calcularía mediante la siguiente función (***x*** representa el nº de fotocopias, ***P***(***x***) el precio de cada una de ellas):

$$P(x)=\begin{cases}5 & \text{si } 0<x\le 10\\ \dfrac{3x+20}{x} & \text{si } x>10\end{cases}$$

a) Calcula cuánto nos costarían 8 fotocopias

b) Calcula cuánto nos costarían 40 fotocopias

c) ¿Cuántas fotocopias hemos hecho si nos cobran cada una a 3,1 céntimos?

d) Cuando se hacen "muchísimas" fotocopias, ¿A cuánto tiende el precio de cada una de ellas?

12. Cierta empresa de material fotográfico oferta una máquina que es capaz de revelar y pasar a papel 15 fotografías por minuto. Sin embargo, sus cualidades se van deteriorando con el tiempo de forma que su rendimiento está en función de la antigüedad de la máquina de acuerdo con la siguiente expresión:

$$f(t)=\begin{cases}15-t & \text{Si } 0\le t\le 5\\ \dfrac{5t+45}{t+2} & \text{Si t} > 5\end{cases}$$

En la que f(t) representa número de fotografías por minuto y t la antigüedad de la máquina expresada en años

a) Comprueba que la función es continua en su dominio.

a) ¿Es cierto que su rendimiento van empeorando con el paso del tiempo?

b) Dicen que pasados muchos años esta máquina baja su rendimiento hasta casi no revelar ninguna foto, ¿es esto cierto?

13. El número de miembros de una peña deportiva fundada en enero del 2005, x años después de su fundación, viene dado por la función: $f(x)=-\dfrac{1}{3}(x^3-18x^2+81x-300)$, $x\ge 0$

a) Desde su fundación hasta hoy, ¿en qué año tuvo el máximo número de miembros? ¿Cuántos fueron?

b) ¿Cuál es la tendencia actual, creciente o decreciente?

c) ¿Se prevé que llegue a quedarse sin socios?

14. La gráfica de velocidad de un autobús en los 6 minutos previos a un accidente quedó recogida en el tacómetro, y se ajusta bastante bien a la siguiente función. V(t) es la velocidad en el tiempo t (t en minutos, de 0 a 6):

$$V(t)=2t^3-15t^2+24t+100\ ,\ 0\le t\le 6$$

a) Especifica los intervalos de tiempo en que la velocidad aumentó y aquéllos en que disminuyó.

b) Especifica (si los hay) los máximos y mínimos relativos y absolutos.

c) Dibuja la gráfica de velocidad.