

## Problemas de Geometría Analítica del Espacio

---

- 1) Dados los vectores  $\vec{u}(4, -4, 8)$ ,  $\vec{v}(-2, 6, -5)$ ,  $\vec{w}(3, 5, -8)$  y  $\vec{a}(22, 6, -11)$ .  
Hallar los valores de  $x, y, z$  que verifican la combinación lineal  $\vec{a} = x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w}$ .
- 2) Dados los vectores  $\vec{a}(-5, 19, n)$  y  $\vec{b}(h, 3, 6)$ , determinar el valor de los parámetros  $n$  y  $h$  para que los vectores sean perpendiculares y que el módulo de  $\vec{b}$  valga 9, siendo  $h > 0$ .
- 3) Hallar un vector unitario y ortogonal a los vectores  $\vec{a}(9, 2, -10)$  y  $\vec{b}(2, 11, 10)$ .
- 4) Dados los vectores  $\vec{u}(-12, p, -8)$  y  $\vec{v}(-48, -4, -32)$ , hallar el valor o valores del parámetro  $p$  en cada uno de los siguientes casos:  
**a)** El módulo de  $\vec{u}$  vale 28. **b)** Los vectores son paralelos. **c)** Los vectores son ortogonales (perpendiculares).
- 5) Hallar el valor del parámetro  $p$  para que los vectores  $\vec{a}(10, 12, 4)$ ,  $\vec{b}(12, 11, -15)$  y  $\vec{c}(p, 14, 6)$  sean linealmente independientes.
- 6) Determinar la ecuación general del plano que pasa por los puntos  $A(6, 1, -2)$  y  $B(15, 6, 4)$  y es paralelo al vector  $\vec{u}(4, 5, 6)$ .
- 7) Hallar la ecuación general del plano que pasa por los puntos  $A(2, -2, 6)$ ,  $B(3, 0, 2)$  y  $C(3, 3, 1)$ .
- 8) Determinar la ecuación general del plano que pasa por los puntos  $A(9, -1, -2)$  y  $B(10, 0, 3)$  y es paralelo a la recta  $r: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .
- 9) Hallar la ecuación general del plano que contiene al punto  $A(7, -8, -7)$  y es perpendicular al vector  $\vec{v}(1, 4, -3)$ .
- 10) Determinar la ecuación general del plano que pasa por el punto  $A(5, 6, 12)$  y es perpendicular a la recta  $r: (x, y, z) = (7; 6; 17) + t(1; -3; 1)$ .
- 11) Hallar la ecuación general del plano que pasa por el punto  $A(9, 4, -1)$  y es paralelo a las rectas  $r: (x, y, z) = (0; 4; 2) + t(2; 0; 3)$  y  $s: \frac{x-3}{5} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-6}{-6}$ .
- 12) Hallar la ecuación del plano que contiene a los puntos  $A(12, -6, 7)$  y  $B(13, -6, 9)$  y es perpendicular al plano  $\pi: 5x + y + 9z - 20 = 0$ .

**Problemas de Geometría Analítica del Espacio**


---

13) Determinar la ecuación general del plano que contiene a las rectas  $r : (x, y, z) = (5; 11; -6) + t(4; 1; 10)$

$$y \ s : \frac{x-5}{1} = \frac{y-11}{0} = \frac{z+6}{1}.$$

14) Hallar la ecuación continua de la recta que pasa por los puntos  $A(-4, 2, 0)$  y  $B(-3, 1, -1)$ .

15) Determinar la ecuación continua de la recta que pasa por el punto  $A(3, 12, -7)$  y es paralela a la recta

$$r : \begin{cases} -y - 2z + 8 = 0 \\ -x - z + 3 = 0 \end{cases}.$$

16) Determinar la ecuación continua de la recta que pasa por el punto  $A(12, -9, -2)$  y es paralela a la recta

$$r : \begin{cases} x + y - 11z - 16 = 0 \\ 5x - 7y - 7z - 8 = 0 \end{cases}.$$

17) Determinar la ecuación continua de la recta que pasa por el punto  $A(12, -4, 10)$  y es perpendicular al plano  $\pi : -x - 2y + 6 = 0$ .

18) Hallar la ecuación continua de la recta que pasa por el punto  $A(-3, -7, 7)$  y corta a las rectas

$$r_1 : \frac{x-10}{4} = \frac{y-3}{10} = \frac{z+1}{-9} \text{ y } r_2 : \frac{x-26}{2} = \frac{y+14}{-7} = \frac{z-18}{8}.$$

19) Determinar la ecuación continua de la recta que corta perpendicularmente a la recta

$$r : \frac{x+19}{8} = \frac{y-15}{-2} = \frac{z+15}{6} \text{ en el punto } A(5, 9, 3) \text{ y es paralela al plano } \pi : -x - y + z + 10 = 0.$$

20) Calcular el valor del parámetro  $q$  para que el punto  $A(-1, -3, 11)$  diste 3 unidades del plano  $6x + qy + 2z + 14 = 0$ .

21) Calcular el valor del parámetro  $p$  para que los puntos  $A(-7, -8, 4)$ ,  $B(-7, 7, 5)$ ,  $C(-3, 10, -6)$  y  $D(1, p, -18)$  sean coplanarios.

22) Estudiar la posición relativa del plano y la recta siguientes calculando el punto de corte cuando sea posible:

$$\pi : x - 6y + 3z - 17 = 0, \quad r : \begin{cases} 3x + 7y + 3z - 2 = 0 \\ 4x + y + 6z - 16 = 0 \end{cases}$$

## Problemas de Geometría Analítica del Espacio

---

23) Estudiar la posición relativa del plano y la recta siguientes calculando el punto de corte cuando sea posible:

$$\pi: x - 2y + 3z + 7 = 0, \quad r: \begin{cases} x - 3y + 6z + 14 = 0 \\ y - 3z - 7 = 0 \end{cases}$$

24) Estudiar la posición relativa del plano y la recta siguientes calculando el punto de corte cuando sea posible:

$$\pi: x + 3y - z - 4 = 0, \quad r: \begin{cases} 3x - 2y - 2z - 5 = 0 \\ 6x - 2y - z + 11 = 0 \end{cases}$$

25) Estudiar la posición relativa del plano y la recta siguientes en función del parámetro  $k$  y hallar el punto de corte cuando sea posible.

$$\pi: x - 2y + 5z = -7, \quad r: \begin{cases} 2x + y + (k+5)z = 1 \\ 3x - y = -6 \end{cases}$$

26) Estudiar la posición relativa del plano y la recta siguientes en función del parámetro  $m$  y calcular el punto de corte (si es posible) para el caso  $m = 5$ .

$$\pi: x + 4y - 2z = -18, \quad r: \begin{cases} y - 2z = -9 \\ -3x + my - 6z = -11 \end{cases}$$

27) Estudiar la posición relativa de los siguientes pares de rectas indicando el punto de corte cuando sea posible.

$$r_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y-12}{5} = \frac{z-7}{3}, \quad r_2: \frac{x+2}{0} = \frac{y-13}{6} = \frac{z-11}{7}$$

28) Estudiar la posición relativa de los siguientes pares de rectas indicando el punto de corte cuando sea posible.

$$r_1: \frac{x+7}{3} = \frac{y-6}{9} = \frac{z}{6}, \quad r_2: \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 10 - 4\lambda \\ z = 8 - 5\lambda \end{cases}$$

29) Estudiar la posición relativa de los siguientes pares de rectas indicando el punto de corte cuando sea posible.

$$r_1: (x, y, z) = (-5; 8; -4) + \mu(5; -1; 5), \quad r_2: \begin{cases} 10y + 2z - 72 = 0 \\ 10x - 10z + 10 = 0 \end{cases}$$

**Problemas de Geometría Analítica del Espacio**


---

30) Estudiar la posición relativa de los siguientes pares de rectas indicando el punto de corte cuando sea posible.

$$r_1: \begin{cases} x = 7 + 2\mu \\ y = 7 + \mu \\ z = -4 - 6\mu \end{cases}, \quad r_2: \frac{x-5}{6} = \frac{y-7}{3} = \frac{z-8}{-18}$$

31) Estudiar la posición relativa de las siguientes rectas en función del parámetro  $r$ .

$$r_1: \frac{x-9}{8} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-9}{4}, \quad r_2: \frac{x-25}{16} = \frac{y+1}{r} = \frac{z-17}{8}$$

32) Estudiar la posición relativa de las siguientes rectas en función del parámetro  $p$  y calcular el punto de corte cuando sea posible.

$$r_1: \begin{cases} 5y - 7z + 33 = 0 \\ 5x - 10z + 135 = 0 \end{cases}, \quad r_2: \frac{x+1}{8} = \frac{y}{-6} = \frac{z-p}{1}$$

33) Estudiar la posición relativa de las siguientes rectas en función del parámetro  $p$ .

$$r_1: \begin{cases} 2x - 6z - 22 = 0 \\ 2y - 24 = 0 \end{cases}, \quad r_2: \frac{x-12}{12} = \frac{y+3}{0} = \frac{z-11}{p}$$

**Problemas de Geometría Analítica del Espacio**

---

**Soluciones:**

- 1)  $x = 2, \quad y = -1, \quad z = 4.$
- 2)  $n = \frac{-9}{2}; \quad h = 6$
- 3)  $\left( \frac{2}{3}, \frac{-22}{39}, \frac{19}{39} \right)$
- 4) a)  $p = \pm 24$     b)  $p = -1$     c)  $p = 208.$
- 5)  $p \neq \frac{321}{28}.$
- 6)  $6y - 5z - 16 = 0$
- 7)  $10x + y + 3z - 36 = 0$
- 8)  $4x - 9y + z - 43 = 0$
- 9)  $x + 4y - 3z + 4 = 0$
- 10)  $x - 3y + z + 1 = 0$
- 11)  $3x + 3y - 2z - 41 = 0$
- 12)  $2x - y - z - 23 = 0$
- 13)  $x + 6y - z - 77 = 0$
- 14)  $\frac{x+4}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$
- 15)  $\frac{x-3}{1} = \frac{y-12}{2} = \frac{z+7}{-1}$
- 16)  $\frac{x-12}{7} = \frac{y+9}{4} = \frac{z+2}{1}$
- 17)  $\frac{x-12}{-1} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-10}{0}$
- 18)  $\frac{x+3}{9} = \frac{y+7}{0} = \frac{z-7}{1}$
- 19)  $\frac{x-5}{-2} = \frac{y-9}{7} = \frac{z-3}{5}$
- 20)  $q = 3$
- 21)  $p = -2$
- 22) Recta paralela al plano
- 23) Recta contenida en el plano
- 24) Secantes en un punto  $P(-3, 0, -7)$
- 25)  $k = -10 \rightarrow$  Recta contenida en el plano.  
 $k \neq -10 \rightarrow$  Secantes en un punto  $P(-1, 3, 0).$
- 26)  $m = -6 \rightarrow$  Recta paralela al plano.  $m \neq -6 \rightarrow$  Secantes en un punto.  
 $m = 5 \rightarrow$  Secantes en un punto  $P(-6, -1, 4)$
- 27) Secantes en un punto,  $P(-2; 7; 4)$
- 28) Se cruzan en el espacio

**Problemas de Geometría Analítica del Espacio**

---

- 30) Rectas paralelas
- 31)  $r \neq 4 \rightarrow$  Secantes (se cortan).  
 $r = 4 \rightarrow$  Rectas coincidentes.
- 32)  $p \neq 10 \rightarrow$  Se cruzan en el espacio.  
 $p = 10 \rightarrow$  Secantes en un punto,  $P(-9; 6; 9)$ .
- 33)  $p \neq 4 \rightarrow$  Se cruzan en el espacio.  
 $p = 4 \rightarrow$  Rectas paralelas.

www.yoquieroaprobar.es