Escribir los desarrollos a lápiz y meter las soluciones en recuadros

1) $\left(5x^2-2x-1\right)\cdot \overbrace{\left(2x+1\right)\cdot\left(2x-1\right)}=$

2) $2\cdot(3x-1)+(x+1)\cdot(2x-3)^2-3x\cdot(3-4x)=$

3) $\frac{2}{3}\cdot(3x^2-x-3)-x\cdot\left(\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{2}x\right)=$

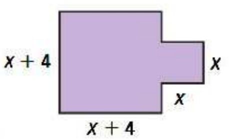
4) $\left(2x^6+x^3+16x^2\right):\left(2x^2\right)=$

5) $\left(6x^4-5x^3-5x^2+1\right):\left(3x^2+2x-1\right)$

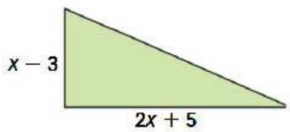
6) $\left(2x^3-10x^2+2x+8\right):\left(2x+4\right)$

7) $\left(5x^3+4x^2+8\right):\left(x+2\right)$ (por Ruffini)

8) Expresión algebraica del área de esta figura:



9) Expresión algebraica del área de esta figura:



TEORÍA PARA ESTUDIAR

El Teorema del resto dice que el resto de dividir un polinomio P(x) por (x – a) es igual al valor numérico del polinomio para x = a.

10) Halla el resto de la división aplicando dicho teorema (sin hacer la división) $\left(x^3+10x^2-4x+8\right):\left(x+2\right)$
¿Es –2 una raíz del polinomio dividendo (razona)?

TEORÍA PARA ESTUDIAR

El Teorema del factor dice que un polinomio P(x) tiene como factor (x – a) si el valor numérico del polinomio para x = a es 0.

11) Comprueba que (x+3) es un factor del polinomio, aplicando este teorema. $P(x)=x^3+2x^2-6x-9$
¿Es –3 una raíz del polinomio P(x) (razona)?

● DESARROLLA LOS PRODUCTOS (algunas son identidades notables y otros no)

12) $(3x+1)^2 =$

13) $(3x-5y)^2 =$

14) $(2x+3y)^2 =$

15) $(-1-5a)^2 =$

16) $(-1+2a)^2 =$

17) $2x^2y\cdot(x-2y^3)=$

18) $(3x-5y)\cdot(3x+5y)=$

19) $(3x-5y)\cdot(2x+5y)=$

20) $(2abc+1)\cdot(2abc-1)=$

21) $(x+5)\cdot(x+5)=$

22) $\left(x^2y+\dfrac{1}{2}\right)\cdot\left(x^2y-\dfrac{1}{2}\right)=$

● FACTORIZA sacando factor común

23) $x^3-3x=$

24) $5x^4-5x^2+5x=$

25) $ax-bx+ay-by=$

26) $4x^4+8x^3-4x^2=$

27) $25x^3-5x^2+5=$

28) $25x^3y-5x^2y+5xy^2=$

29) $2x^{10}-30x^8=$

30) $\dfrac{x^3}{4}-\dfrac{5x^2}{6}+\dfrac{7x}{2}=$

● FACTORIZA aplicando las identidades notables

31) $x^4-25=$

32) $x^4-1=$

33) $x^2+6x+9=$

34) $x^2-4x+4=$

35) $-x^2+4x-4=$

36) $-x^2+1=$

37) $\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{9}x^2=$

38) $-x^2-2xy-y^2=$

39) $-x^2+\dfrac{4}{81}=$

40) Comprueba si 5 y –5 son raíces del polinomio: $P(x)=x^3-5x^2-x+5$

● FACTORIZACIÓN de polinomios de segundo grado.

RECUERDA La fórmula de las ec de 2º grado:

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4.a.c}}{2.a}$$

41) Determina cuáles son las raíces de los siguientes polinomios de 2º grado, resolviendo las correspondientes ecuaciones de 2º grado. Después factoriza cada uno de esos polinomios, si se puede.

$A(x)=x^2-3x-4$

Coeficiente principal de $A(x)\rightarrow$

Raíces de $A(x)\rightarrow$

Factorización: $A(x)=x^2-3x-4=$

$B(x)=2x^2-9x-5$

Coeficiente principal de $B(x)\rightarrow$

Raíces de $B(x)\rightarrow$

Factorización: $B(x)=2x^2-9x-5=$

$C(x)=x^2-3x+10$

Coeficiente principal de $C(x)\rightarrow$

Raíces “reales” de $C(x)\rightarrow$

Factorización: $C(x)=x^2-3x+10=$

$D(x)=x^2+4x+4$

Coeficiente principal de $D(x)\rightarrow$

Raíces de $D(x)\rightarrow$

Factorización: $D(x)=x^2+4x+4=$

1) $(5x^2-2x-1)\cdot\overbrace{(2x+1)\cdot(2x-1)}=(5x^2-2x-1)\cdot(4x^2-1)=20x^4-5x^2-8x^3+2x-4x^2+1=$

$=\boxed{20x^4-8x^3-9x^2+2x+1}$

2) $2\cdot(3x-1)+(x+1)\cdot(2x-3)^2-3x\cdot(3-4x)=$

$6x-2+(x+1)\cdot(4x^2-12x+9)-9x+12x^2=$

$=6x-2+4x^3-\cancel{12x^2}+\cancel{9x}+4x^2-12x+9-\cancel{9x}+\cancel{12x^2}=\boxed{4x^3+4x^2-6x+7}$

3) $\frac{2}{3}\cdot(3x^2-x-3)-x\cdot\left(\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{2}x\right)=2x^2-\frac{2}{3}x-2-\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2=\boxed{-\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2-\frac{2}{3}x-2}$

4) $(2x^6+x^3+16x^2):(2x^2)=\boxed{x^4+\frac{1}{2}x+8}$

5) $(6x^4-5x^3-5x^2+1):(3x^2+2x-1)$

$$\begin{array}{l|l}
6x^4-5x^3-5x^2+0x+1 & 3x^2+2x-1 \\ \cline{2-2}
-6x^4-4x^3+2x^2 & 2x^2-3x+1 \\ \cline{1-1}
\quad -9x^3-3x^2+0x & \\
\quad +9x^3+6x^2-3x & \\ \cline{1-1}
\qquad 3x^2-3x+1 & \\
\qquad -3x^2-2x+1 & \\ \cline{1-1}
\qquad \boxed{-5x+2}=\text{RESTO} &
\end{array}$$

COCIENTE

6) $(2x^3-10x^2+2x+8):(2x+4)$

$$\begin{array}{l|l}
2x^3-10x^2+2x+8 & 2x+4 \\ \cline{2-2}
-2x^3-4x^2 & x^2-7x+15 \\ \cline{1-1}
\quad -14x^2+2x & \\
\quad +14x^2+28x & \\ \cline{1-1}
\qquad 30x+8 & \\
\qquad -30x-60 & \\ \cline{1-1}
\qquad \boxed{-52=\text{RESTO}} &
\end{array}$$

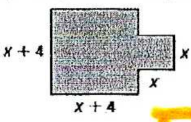
COCIENTE

7) $(5x^3+4x^2+8):(x+2)$ (por Ruffini)

	+5	+4	0	+8
-2		-10	+12	-24
	5	-6	+12	-16 = RESTO

COCIENTE: $5x^2-6x+12$

8) Expresión algebraica del área de esta figura:

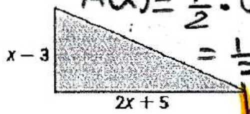


$A(x)=(x+4)^2+x^2=$

$x^2+8x+16+x^2=$

$\boxed{2x^2+8x+16}$

9) Expresión algebraica del área de esta figura:



$A(x)=\frac{1}{2}\cdot(x-3)\cdot(2x+5)=$

$=\frac{1}{2}\cdot(2x^2+5x-6x-15)$

$\boxed{A(x)=x^2-\frac{1}{2}x-\frac{15}{2}}$

TEORÍA PARA ESTUDIAR

El Teorema del resto dice que el resto de dividir un polinomio P(x) por (x – a) es igual al valor numérico del polinomio para x = a.

10) Halla el resto de la división aplicando dicho teorema (sin hacer la división) $(x^3+10x^2-4x+8):(x+2)$
¿Es –2 una raíz del polinomio dividendo (razona)?

RESTO = Valor numérico de P(x) para $x=-2$

$P(-2)=(-2)^3+10\cdot(-2)^2-4\cdot(-2)+8=$

$\cancel{-8}+40+\cancel{8}+8=\boxed{48}=$ RESTO

$\boxed{-2 \text{ NO ES RAÍZ}}$ porque $P(-2)\neq 0$

TEORÍA PARA ESTUDIAR

El Teorema del factor dice que un polinomio P(x) tiene como factor (x – a) si el valor numérico del polinomio para x = a es 0.

11) Comprueba que (x+3) es un factor del polinomio, aplicando este teorema. $P(x)=x^3+2x^2-6x-9$
¿Es –3 una raíz del polinomio P(x) (razona)?

Si $(x^3+2x^2-6x-9):(x+3)$ es una división de resto 0, entonces (x+3) es un factor del polinomio.
Comprobemos haciendo "Ruffini".

	1	2	-6	-9
-3		-3	+3	+9
	1	-1	-3	$\boxed{0}$

⇒ Sí, el resto es 0 por tanto, (x+3) sí es FACTOR de P(x) y además –3 sí es RAÍZ de P(x)

• DESARROLLA LOS PRODUCTOS (algunas son identidades notables y otros no)

12) $(3x+1)^2 = 9x^2+6x+1$

13) $(3x-5y)^2 = 9x^2-30xy+25y^2$

14) $(2x+3y)^2 = 4x^2+12xy+9y^2$

15) $(-1-5a)^2 = 1+10a+25a^2$

16) $(-1+2a)^2 = 1-4a+4a^2$

17) $2x^2y\cdot(x-2y^3) = 2x^3y - 4x^2y^4$

18) $(3x-5y)\cdot(3x+5y) = 9x^2-25y^2$

19) $(3x-5y)\cdot(2x+5y) = 6x^2+15xy-10xy-25y^2 = \boxed{6x^2+5xy-25y^2}$

20) $(2abc+1)\cdot(2abc-1) = 4a^2b^2c^2-1$

21) $(x+5)\cdot(x+5) = (x+5)^2 = x^2+10x+25$

22) $\left(x^2y+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(x^2y-\frac{1}{2}\right) = x^4y^2-\frac{1}{4}$

• FACTORIZA sacando factor común

23) $x^3-3x = x(x^2-3)$

24) $5x^4-5x^2+5x = 5x(x^3-x+1)$

25) $ax-bx+ay-by = x(a-b)+y(a-b) = \boxed{(x+y)\cdot(a-b)}$

26) $4x^4+8x^3-4x^2 = 4x^2(x^2+2x-1)$

27) $25x^3-5x^2+5 = 5(5x^3-x^2+1)$

28) $25x^3y-5x^2y+5xy^2 = 5xy(5x^2-x+y)$

29) $2x^{10}-30x^8 = 2x^8(x^2-15)$

30) $\frac{x^3}{4}-\frac{5x^2}{6}+\frac{7x}{2} = \frac{x}{2}\cdot\left(\frac{x^2}{2}-\frac{5x}{3}+7\right)$

• FACTORIZA aplicando las identidades notables

31) $x^4-25 = (x^2+5)\cdot(x^2-5)$

32) $x^4-1 = (x^2+1)\cdot(x^2-1) = \boxed{(x^2+1)\cdot(x+1)\cdot(x-1)}$

33) $x^2+6x+9 = (x+3)^2$

34) $x^2-4x+4 = (x-2)^2$

35) $-x^2+4x-4 = -(x^2-4x+4) = -(x-2)^2$

36) $-x^2+1 = 1-x^2 = (1+x)\cdot(1-x)$

37) $\frac{1}{4}-\frac{1}{3}x+\frac{1}{9}x^2 = \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}x\right)^2$

38) $-x^2-2xy-y^2 = -(x^2+2xy+y^2) = -(x+y)^2$

39) $-x^2+\frac{4}{81} = \frac{4}{81}-x^2 = \left(\frac{2}{9}+x\right)\cdot\left(\frac{2}{9}-x\right)$

40) Comprueba si 5 y –5 son raíces del polinomio: $P(x) = x^3-5x^2-x+5$

$P(5) = 5^3-5\cdot5^2-5+5 = 125-125-5+5 = 0 \Rightarrow$ 5 SÍ ES RAÍZ DE $P(x)$

$P(-5) = (-5)^3-5\cdot(-5)^2-(-5)+5 = -5^3-5^3+5+5 \neq 0 \Rightarrow -5$ NO ES RAÍZ DE $P(x)$