Propiedades de las Ondas

CUESTIONES (1 punto):

1.- *Define qué es una onda estacionaria y cómo se produce. ¿Cuál es la diferencia más destacada entre las ondas estacionarias y el resto de ondas?*

2.- *Explica en qué consiste el efecto Dopler y las situaciones en que puede darse.*

3.- *Explica qué se entiende por difracción y las condiciones en las que tiene lugar.*

4.- *En una cuerda se ha generado una onda de expresión: y(x,t) = 0,12 · cos(πx/2)· sen 5πt (S.I.). Dibuja la gráfica y-t para el punto de la cuerda situado a 50 cm del foco.*

5.- *Tenemos un tubo, abierto por ambos extremos, y con 25 cm de longitud. Deduce las tres primeras frecuencias para las que producirá resonancia, y relaciónalas. (c=340 m·s^{-1})*

PROBLEMAS (1 punto los apartados a y b, y 0,5 ptos el c):

6.- *Por una cuerda se propaga una onda dada por la expresión: y(x,t) = 0,025 sen π (100 t + 2,5 x) (S.I.)*

a) Explica el movimiento del que se trata y determina sus características fundamentales (A, v, f y λ)
b) Si la cuerda está atada a un punto fijo en su extremo, escribe la ecuación de la onda reflejada y deduce la ecuación del movimiento resultante al interferir ambas ondas.
c) Deduce o calcula cómo se moverá, en este último caso, un punto situado a 1m del foco

7.- *En la superficie de una charca se provocan ondas en dos puntos simultáneamente. Ambos focos emiten ondas de 1,5 cm de amplitud y con una frecuencia de 1,25 Hz. Si suponemos que las ondas avanzan a 25 cm/s:*

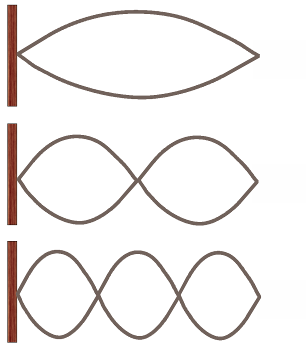
a) Escribe la expresión matemática de dichas ondas, suponiendo que fuesen unidimensionales, esto es que no se produjese atenuación.
b) Deduce la ecuación de la interferencia de ambas ondas en un punto cualquiera.
c) Calcula la amplitud de vibración de un punto A (a 2,00 metros de un foco y 2,35 del otro) y otro B (a 1,00 m de un foco y 1,15 m del otro).

Relaciones trigonométricas:

$\cos a + \cos b = 2\cdot\cos\frac{a+b}{2}\cdot\cos\frac{a-b}{2}$	$sena + senb = 2sen\frac{a+b}{2}\cdot\cos\frac{a-b}{2}$
$\cos a - \cos b = 2\cdot sen\frac{a+b}{2}\cdot sen\frac{b-a}{2}$	$sena - senb = 2\cdot\cos\frac{a+b}{2}\cdot sen\frac{a-b}{2}$
$\cos(a \pm b) = \cos a\cdot\cos b \mp sena\cdot senb$	$sen(a \pm b) = sena\cdot\cos b \pm \cos a\cdot senb$

NOTA: *Recuerda que los problemas hay que explicarlos y realizar todos las ilustraciones y diagramas que sean precisos para su resolución. Cuida el orden, las unidades y criterios de redondeo.*

1.- *Define qué es una onda estacionaria y cómo se produce. ¿Cuál es la diferencia más destacada entre las ondas estacionarias el resto de ondas?*



Una onda estacionaria es el resultado de la interferencia entre dos ondas de las mismas características (A, f, λ) que viajan en sentidos contrarios a lo largo de un medio. Un caso típico es el que se produce al hacer oscilar una cuerda atada por un extremo como se ilustra en la figura. La onda inciente se refleja, invirtiendo su fase, y la suma de ambas produce la onda estacionaria.

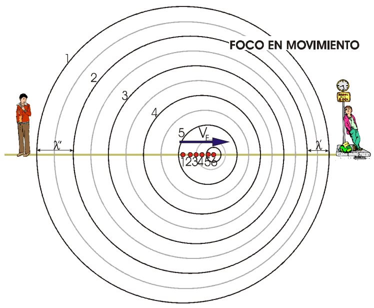
La situación es tal que las ondas, incidente y reflejada, se anulan en determinados puntos, denominados nodos, dando una interferencia destructiva total. En otros, denominados vientres, la interferencia es constructiva máxima y oscilaran con amplitud doble (2A). En el resto de puntos, la cuerda oscila con amplitudes intermedias.

Así, la amplitud de oscilación de cada punto del medio, es constante, por lo que a cada punto le corresponde una energía de oscilación diferente y fija. Por esa razón es por la que no pueden considerarse ondas en el sentido literal, ya que la energía no fluye sino que se queda estancada.

2.- *Explica en qué consiste el efecto Dopler y las situaciones en que puede darse.*

El efecto Doppler es aquel por el que un observador percibe una onda con una frecuencia distinta a la que emite el foco como consecuencia del movimiento relativo de ambos.

La frecuencia será mayor si el movimiento relativo de foco y observador (este en movimiento o uno o ambos) es de aproximación. La frecuencia será menor si foco y observador se alejan en términos relativos.

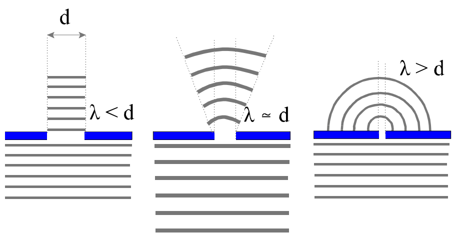


La diferencia, desde un punto de vista físico es que cuando el foco se mueve, los frentes de onda se deforman al no ser concéntricos en un mismo punto de emisión (ver imagen)

Sin embargo, si el foco está en reposo el efecto se produce por el aumento o disminución de la frecuencia con que el observador percibe las ondas, según se acerque o aleje del foco.

3.- *Explica qué se entiende por difracción y las condiciones en las que tiene lugar.*

La difracción es un fenómeno físico exclusivo de las ondas. Consiste en la capacidad de las mismas para superar obstáculos o penetrar a través de orificios, reconstruyéndose el frente tras superarlos.



Sin difracción Difracción parcial Difracción total

Si el obstáculo o abertura tiene un tamaño (d)inferior a la longitud de onda (λ) se produce difracción total, esto es la onda se reconstruye tras el obstáculo completamente... como si nada hubiese pasado, aunque con la consiguiente disminución en la energía del frente de onda.

Si d≈λ entonces la difracción es parcial, esto es el frente de onda se ve "dañado" y sólo se reconstruye en parte.

Si d>λ entonces no se da difracción, es decir la onda no consigue superar el obstáculo, produciéndose sombras en el frente de onda.

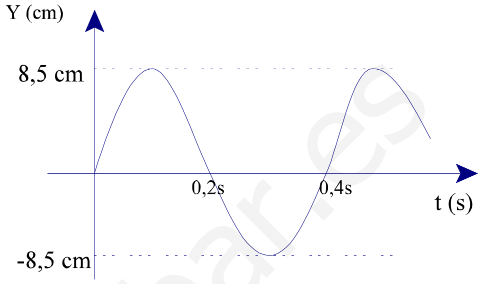
4.- *En una cuerda se ha generado una onda de expresión: y(x,t) = 0,12 · cos(πx/2)· sen 5πt (S.I.). Dibuja la gráfica y-t para el punto de la cuerda situado a 50 cm del foco.*

Se trata de una onda estacionaria, es decir, una situación en la que la amplitud con que oscila cada punto depende de su posición, existiendo puntos con amplitud de oscilación máxima (12 cm) y puntos que no oscilan (nodos). El punto en cuestión realiza un MVAS cuya expresión se obtiene sustituyendo la posición en la ecuación dada:

y (x=0,5m, t) = 0,12 ·cos (π/4) · sen 5πt ≈ <u>0,085 · sen 5πt</u>

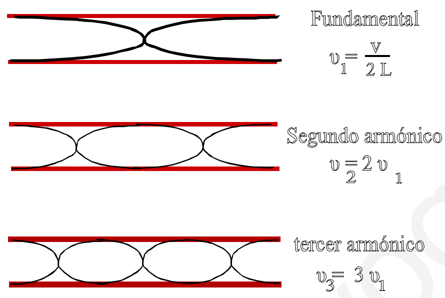
De la ecuación general tenemos que: $\omega = 5\pi\ rad\cdot s^{-1}$ *y* $k = \pi/2\ m^{-1}$

Por consiguiente: *A=0,085 m=0,85 cm*
T=2π/ω = 2/5 s =0,4 s



La representación temporal de vibración queda como se muestra en la gráfica. Supuesto que se trata de una función sinusoidal y no existe fase inicial, en el instante en que comienza a vibrar el punto "arrancará" hacia elongaciones positivas desde el punto de equilibrio (función seno)

5.- *Tenemos un tubo, abierto por ambos extremos, y con 25 cm de longitud. Deduce las tres primeras frecuencias para las que producirá resonancia, y relaciónalas. (c=340* $m\cdot s^{-1}$***)***



Ondas estacionarias en tubos abiertos.

A partir del dibujo vemos que las tres primeras longitudes de onda, y a partir de ellas las tres primeras frecuencias que producirán resonancia son:

$$\lambda_1 = 2L \Rightarrow \quad f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{340\,\cancel{m}\cdot s^{-1}}{0{,}5\,\cancel{m}} = 680Hz$$

$$\lambda_2 = L \Rightarrow \quad f_2 = \frac{v}{L} = \frac{340\,\cancel{m}\cdot s^{-1}}{0{,}25\,\cancel{m}} = 1360Hz = 2f_1$$

$$\lambda_3 = \tfrac{2}{3}L \Rightarrow \quad f_3 = \frac{3v}{2L} = \frac{3\cdot 340\,\cancel{m}\cdot s^{-1}}{0{,}5\,\cancel{m}} = 2040Hz = 3f_1$$

La secuencia es simple, resultando ser los sonidos posibles múltiplos del primero por lo que se denominan: fundamental y segundo y tercer armónico.

6.- *Por una cuerda se propaga una onda dada por la expresión: y(x,t) = 0,025 sen π (100 t + 2,5 x) (S.I.)*
a) Explica el movimiento del que se trata y determina sus características fundamentales (A, v, f y λ)
b) Si la cuerda está atada a un punto fijo en su extremo, escribe la ecuación de la onda reflejada y deduce la ecuación del movimiento resultante al interferir ambas ondas.
c) Deduce o calcula cómo se moverá, en este último caso, un punto situado a 1m del foco

a) Se trata de un M.O. transversal, ya que relaciona la variación de una coordenada (y) en función de la distribución de los puntos del medio en x, siendo ambas perpendiculares, y se desplaza de derecha a izquierda (signo + de la fase).

Sus magnitudes fundamentales pueden deducirse extrayendo la pulsación y numero de ondas de la ecuación general, por comparación con la ecuación de onda general: y(x,t)= A sen(ωt+kx)

De donde:

La amplitud la obtenemos por lectura directa: A=0,025 m=2,5 cm

Además: $\omega = 100\pi$ *rad/s*

$k = 2{,}5\ \pi\ m^{-1}$

Y de ahí podemos obtener la frecuencia, longitud de onda y velocidad de la onda:

$$\omega = 2\pi f \quad \Rightarrow \quad f = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{100\cancel{\pi}\ \frac{\cancel{rad}}{s}}{2\cancel{\pi}\ \cancel{rad}} = \underline{50Hz|}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\cancel{\pi}}{2{,}5\cancel{\pi}\,m^{-1}} = \underline{0{,}8m|}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f = 0{,}8m \cdot 50s^{-1} = \underline{40\,\tfrac{m}{s}|}$$

b) *La onda reflejada tendrá las mismas características que la incidente, conservando A y f, además de la velocidad (por tratarse del mismo medio). Lo que si cambiará es, primero, y por razones obvias, el sentido de propagación y, segundo, se producirá una inversión de fase al reflejarse en un punto rígido.*

Por tanto, la ecuación de la onda reflejada será:

$y_{\rightarrow} = 0{,}025 \cdot \text{sen}\ \pi\ (100t - 2{,}5x + \pi) = -\ 0{,}025 \cdot \text{sen}\ \pi\ (100t - 2{,}5x)$

Al superponerse ambas ondas se genera una onda estacionaria, cuya expresión puede deducirse por la suma de ambas funciones de onda:

$$\left.\begin{aligned} y_{\leftarrow} &= 0{,}025 \cdot \text{sen}\ \ (100t + 2{,}5x) \\ y_{\rightarrow} &= 0{,}025 \cdot \text{sen}\ \ (100t - 2{,}5x) \end{aligned}\right\}$$

$$y = y_{\leftarrow} + y_{\rightarrow} = 0{,}025 \cdot [\text{sen}\ (100\pi t + 2{,}5\pi x) - 0{,}025 \cdot \text{sen}(100\pi t + 2{,}5\pi x)] =$$

$$= 0{,}025 \cdot \left[2 \cdot \cos \frac{100\pi t + \cancel{2{,}5\pi x} + 100\pi t - \cancel{2{,}5\pi x}}{2} \cdot sen \frac{\cancel{100\pi t} + 2{,}5\pi x - \cancel{100\pi t} + 2{,}5\pi x}{2} \right]$$

Re*duciendo* :

$$y(x,t) = \underline{0{,}050 \cdot sen 2{,}5\pi x \cdot \cos 100\pi t|}$$

c) *Simplemente introduciendo la posición del punto en la expresión anterior:*

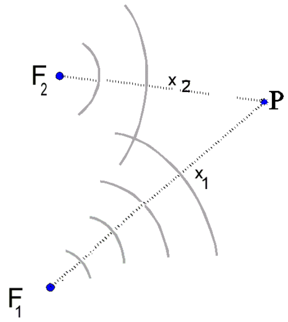
$y\ (x,=1m,\ t) = 0{,}05 \cdot sen\ (2{,}5\pi \cdot 1) \cdot \cos\ 100\pi t = \underline{0{,}05} \cdot \cos 100\pi t$

Dado que el punto se moverá con un MVAS cuya amplitud coincide con la máxima posible, se tratará de un vientre, es decir oscilará 5 cm por encima y por debajo del punto de equilibrio (el doble de la amplitud de las ondas generatrices).

7.- *En la superficie de una charca se provocan ondas en dos puntos simultáneamente. Ambos focos emiten ondas de 1,5 cm de amplitud y con una frecuencia de 1,25 Hz. Si suponemos que las ondas avanzan a 25 cm/s:*

a) Escribe la expresión matemática de dichas ondas, suponiendo que fuesen unidimensionales, esto es que no se produjese atenuación.
b) Deduce la ecuación de la interferencia de ambas ondas en un punto cualquiera.
c) Calcula la amplitud de vibración de un punto A (a 2,00 metros de un foco y 2,35 del otro) y otro B (a 1,00 m de un foco y 1,15 m del otro).

a) De la lectura del enunciado obtenemos: $A=1{,}5\cdot10^{-2}$ m ; f= 1,25 Hz y v=0,25 m/s



Y de ahí, operando:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\cdot1{,}25s^{-1} = \boxed{2{,}5\pi\ \tfrac{rad}{s}}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{v/f} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{2\pi\cdot1{,}25\cancel{s^{-1}}}{0{,}25m\cdot\cancel{s^{-1}}} = \boxed{10\pi m^{-1}}$$

Un punto cualquiera del medio quedará ubicado por una coordenada desde cada foco (x_1 y x_2), por lo que la ecuación de la onda que procede desde cada foco será

$$y_1 = 1{,}5\cdot10^{-2}\cdot \text{sen}\ (2{,}5\pi t-10\pi x_1)$$
$$y_2 = 1{,}5\cdot10^{-2}\cdot \text{sen}\ (2{,}5\pi t-10\pi x_2)$$

b) Según el principio de superposición de ondas, cuando sobre un punto inciden dos o más ondas, el resultado será la suma vectorial de ambas. Aplicando la relación trigonométrica apuntada de suma de senos, podemos obtener la ecuación de la interferencia.

$$y = y_1 + y_2 = 1{,}5\cdot10^{-2}\cdot\left[2\cdot sen\frac{2{,}5\pi t - 10\pi x_1 + 2{,}5\pi t - 10\pi x_2}{2}\cdot\cos\frac{\cancel{2{,}5\pi t} - 10\pi x_1 \cancel{-2{,}5\pi t} + 10\pi x_2}{2}\right] =$$

$$= \underbrace{2\cdot1{,}5\cdot10^{-2}}_{3\cdot10^{-2}}\cdot sen\left(\frac{\cancel{2}\cdot2{,}5\pi t}{\cancel{2}} - 10\pi\frac{x_1+x_2}{2}\right)\cdot\cos10\pi\frac{x_2-x_1}{2}$$

$$\text{Por tanto}: \boxed{y(x,t) = \underbrace{3\cdot10^{-2}\cdot\cos\left(10\pi\tfrac{x_2-x_1}{2}\right)}_{A_{res}}\cdot sen\left(2{,}5\pi t - 10\pi\tfrac{x_1+x_2}{2}\right)}$$

c) La amplitud resultante en un punto concreto es función de la diferencia de caminos a los focos. Su expresión la hemos obtenido en el apartado anterior y es:

$$A_{res} = 3\cdot10^{-2}\cdot\cos\left(10\pi\tfrac{x_2-x_1}{2}\right)$$

Lo único que hay que hacer es sustituir los valores obtenidos:

$$A_{res,A} = 3\cdot10^{-2}\cdot\cos10\pi\cdot\tfrac{0{,}35}{2} \simeq \boxed{0{,}021m}$$
$$A_{res,A} = 3\cdot10^{-2}\cdot\cos10\pi\cdot\tfrac{0{,}15}{2} \simeq \boxed{-0{,}021m}$$

Por lo que ambos puntos se encuentra en una situación idéntica. En ambos la interferencia es parcialmente constructiva ya que la amplitud resultante es mayor que la de los focos pero inferior a la máxima posible (interferencia constructiva total).