

Un ave de rapiña necesita para subsistir al día 30 unidades de proteínas, 20 de grasas y 8 de vitaminas. Sus presas son dos tipos de animales: ratones que le proporcionan 3 unidades de proteínas, 4 de grasa y 1 de vitaminas; y palomas, que le proporcionan 6 unidades de proteínas, 2 de grasas y 1 de vitaminas. Si cazar y comer un ratón le cuesta 7 unidades de energía y una paloma 12 unidades de energía, ¿cuántas presas de cada clase debe cazar para satisfacer sus necesidades, con el menor gasto de energía?

SOLUCIÓN

Comenzamos definiendo nuestras **incógnitas**:

- x: número de ratones
- y: número de palomas

Con estas incógnitas podemos escribir nuestras restricciones y la función objetivo:

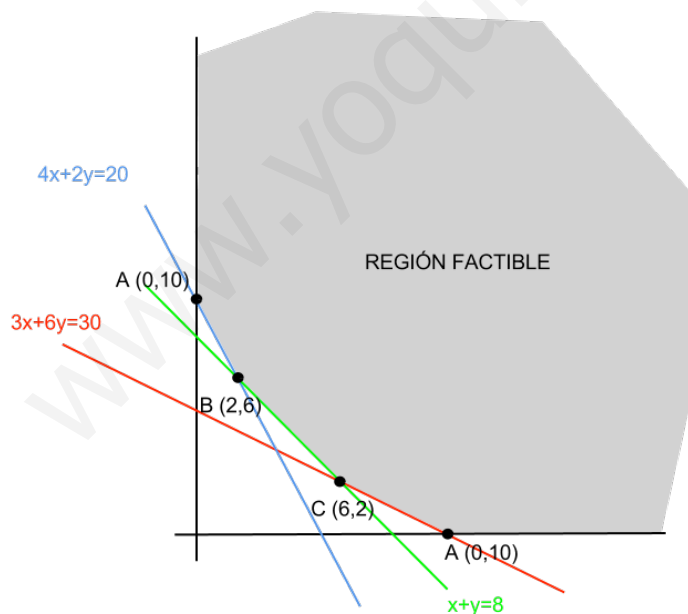
Restricciones:

$$\begin{aligned} 3x + 6y &\geq 30 \\ 4x + 2y &\geq 20 \\ x + y &\geq 8 \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned}$$

Función objetivo: $f(x,y) = 7x + 12y$

Es el coste energético que asume el ave. Queremos que sea mínimo.

Representamos gráficamente nuestras restricciones para determinar la **región factible**:



Recta 1: $4x + 2y = 20$

x	y
0	10
5	0

Recta 2: $x + y = 8$

x	y
0	8
8	0

Recta 3: $3x + 6y = 30$

x	y
0	5
10	0

Comprobamos en cada caso qué zona es la válida sustituyendo un punto cualquiera.

Para calcular los **vértices de la región factible** buscamos los puntos de corte de las rectas que la delimitan resolviendo los siguientes sistemas de ecuaciones:

PUNTO B:

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 2y = 20 \\ x + y = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 2; y = 6$$

PUNTO C:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 6y = 30 \\ x + y = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 6; y = 2$$

Por último, sustituimos los vértices en la función objetivo buscando la solución con menor coste energético para el ave:

$$f(x,y) = 7x + 12y$$

A(0,10): $f(0,10) = 120$ unidades de energía

B(2,6): $f(2,6) = 86$ unidades de energía

C(6,2): $f(6,2) = 66$ unidades de energía

D(10,0): $f(10,0) = 70$ unidades de energía

Por lo tanto la solución óptima es:

Cazar 6 ratones y 2 palomas.