

EXAMEN DE MATEMÁTICAS. GRUPO: L1B.
ALUMNO/A:

18/1/2010
Nº:

PREGUNTA 1.- Resuelve:

$$x^4 - 3x^3 - 13x^2 + 9x = -30$$

PREGUNTA 2.- Resuelve por el *Método de Gauss*:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y - z = 0 \\ \text{a) } x - y + 2z = 5 \\ x + y + z = 3 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x + 2y - 3z = 5 \\ \text{b) } 2x - 3y + z = 3 \\ 4x + y - 5z = 13 \end{array} \right\}$$

PREGUNTA 3.- Resuelve:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2x-2}{5} + \frac{5-2x}{3} < 1 \\ \frac{x+2}{3} - \frac{2x-3}{4} \geq \frac{3}{4} \end{array} \right\}$$

PREGUNTA 4.- Resuelve:

$$\frac{(x-1)(x+1)}{2} + \frac{x}{3} < \frac{5}{6}$$

PREGUNTA 5.- Resuelve:

$$\frac{2-x}{x+4} < 1$$

PREGUNTA 6.- Resuelve:

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 6x + 5y < 30 \\ x + 2y < 8 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \text{b) } 2x - 3y \geq -3 \\ x + y \geq 11 \\ x \leq 2 \end{array} \right\}$$

Calificaciones:

PREGUNTA	PUNTUACIÓN
1	1 punto
2	a) 1 punto; b) 1 punto
3	1,5 puntos
4	1,5 puntos
5	1,5 puntos
6	a) 1,25 puntos; b) 1,25 puntos

① Resuelve: $x^4 - 3x^3 - 13x^2 + 9x = -30$

Ecuación polinómica de grado 4, resolvemos factorizando por Ruffini:

$$x^4 - 3x^3 - 13x^2 + 9x = -30 \Rightarrow x^4 - 3x^3 - 13x^2 + 9x + 30 = 0$$

1	-3	-13	9	30	
-2	-2	10	6	-30	$\rightsquigarrow x = -2$ es raíz
1	-5	-3	15	0	
5	5	0	-15		$\rightsquigarrow x = 5$ es raíz
1	0	-3	0		

$x^2 - 3$

Por lo tanto: $x^4 - 3x^3 - 13x^2 + 9x + 30 = (x+2)(x-5)(x^2-3) = 0$

Si: $(x+2) = 0 \Rightarrow x = -2$

Si: $(x-5) = 0 \Rightarrow x = 5$

Si: $(x^2-3) = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$

SOLUCIONES:

$x = -2$
 $x = 5$
 $x = \sqrt{3}$
 $x = -\sqrt{3}$

② Resuelve por el método de Gauss:

a)
$$\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - y + 2z = 5 \\ x + y + z = 3 \end{cases} \xrightarrow{(E_1 \leftrightarrow E_3)} \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - y + 2z = -2 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} E_1 - E_2 \\ E_3 - 2E_1 \end{matrix}} \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2y - z = -2 \\ -y - 3z = -6 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} E_1 \\ E_2 + 2E_3 \end{matrix}} \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2y - z = -2 \\ -y - 3z = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2y - z = -2 \\ -7z = -14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = 2 \\ y = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 5 \\ 2x - 3y + z = 3 \\ 4x + y - 5z = 13 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} E_1 \\ E_2 - 2E_1 \\ E_3 - 4E_1 \end{matrix}} \begin{cases} x + 2y - 3z = 5 \\ -7y + 7z = -7 \\ -7y + 7z = -7 \end{cases}$$

2 ecuaciones iguales \rightarrow sobra una

PARAMETRIZAMOS: $z = t$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 5 \\ -7y + 7z = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y - 3t = 5 \\ -y + t = -1 \end{cases} \Rightarrow y = t + 1$$

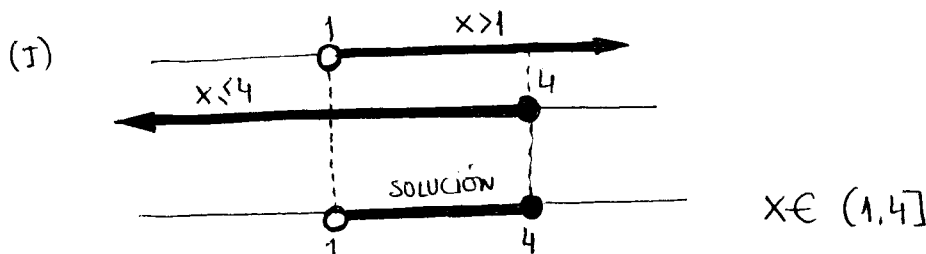
$x + 2(t+1) - 3t = 5 \Rightarrow x = 5 - 2t - 2 + 3t = t + 3$

(SISTEMA COMPATIBLE INDETERMINADO)

$$\textcircled{3} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{2x-2}{5} + \frac{5-2x}{3} < 1 \quad (\text{I}) \\ \frac{x+2}{3} - \frac{2x-3}{4} \geq \frac{3}{4} \quad (\text{II}) \end{array} \right\}$$

$$\text{(I)} \quad \frac{2x-2}{5} + \frac{5-2x}{3} < 1 ; 6x-6+25-10x < 15 ; -4x < -4 \Rightarrow \boxed{x > 1}$$

$$\text{(II)} \quad \frac{x+2}{3} - \frac{2x-3}{4} \geq \frac{3}{4} ; 4x+8-6x+9 \geq 9 ; -2x \geq -8 \Rightarrow \boxed{x \leq 4}$$



$$\textcircled{4} \quad \frac{(x-1)(x+1)}{2} + \frac{x}{3} < \frac{5}{6} ; \quad \frac{x^2-1}{2} + \frac{x}{3} < \frac{5}{6} ; \quad \text{Inecuación de 2º grado}$$

$$3x^2-3+2x < 5 ; \quad 3x^2+2x-8 < 0 \quad \text{FACTORIZAMOS}$$

$$\left. \begin{array}{l} a=3 \\ b=2 \\ c=-8 \end{array} \right\} \quad x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-4(3)(-8)}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{6} = \frac{-2 \pm 10}{6} \begin{cases} -2 \\ \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$3x^2+2x-8 = 3(x+2)(x-\frac{4}{3}) < 0$$

ESTUDIO DE SIGNOS

	$-\infty$	-2	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$(x+2)$	-		+	+
$(x-\frac{4}{3})$	-	-		+
$3(x+2)(x-\frac{4}{3})$	+	-		+
		SOLUCIÓN		

$$\boxed{x \in (-2, \frac{4}{3})}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{2-x}{x+4} < 1 ; \text{Inecuación Racional} ; \quad \frac{2-x}{x+4} - 1 < 0 ; \quad \frac{2-x-x-4}{x+4} < 0 ;$$

$$\frac{-2x-2}{x+4} < 0 \quad \left(\text{Multiplico a toda la inecuación por } (-1) \text{ para que el numerador quede con coeficientes positivos (prescindible)} \right) \quad \frac{2x+2}{x+4} > 0$$

ESTUDIO DE SIGNOS

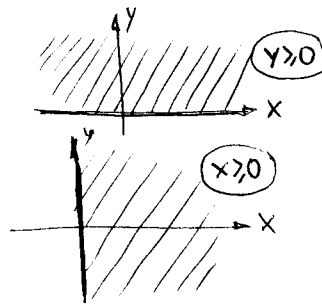
	$-\infty$	-4	-1	$+\infty$
$2x+2$	-	-		+
$x+4$	-		+	+
$\frac{2x+2}{x+4}$	+	-		+
		*		

* SOLUCIÓN:

$$\boxed{x \in (-\infty, -4) \cup (-1, +\infty)}$$

6

a) $x \geq 0$
 $y \geq 0$
 (I) $6x + 5y < 30$
 (II) $x + 2y < 8$

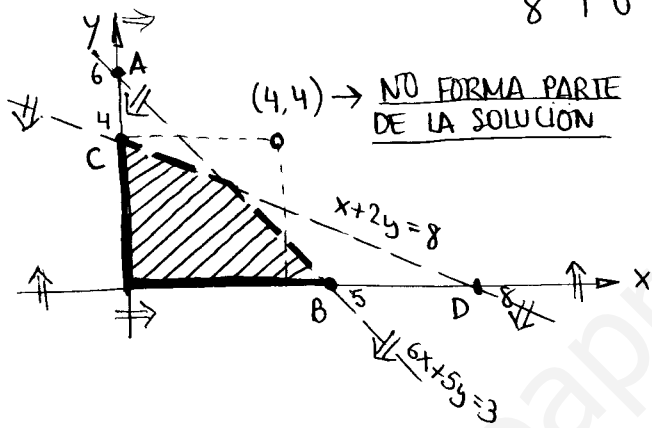


(I) $6x + 5y < 30 \rightarrow$ Recta $6x + 5y = 30$

x	y	
0	6	$\rightarrow A(0,6)$
5	0	$\rightarrow B(5,0)$

(II) $x + 2y < 8 \rightarrow$ Recta $x + 2y = 8$

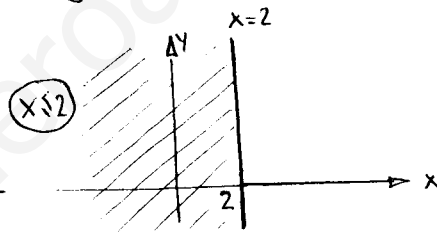
x	y	
0	4	$\rightarrow C(0,4)$
8	0	$\rightarrow D(8,0)$



Comprobaciones:

$\checkmark (0,0) \in 6x + 5y < 30?$
 $0 + 0 < 30 \checkmark$ si
 $\checkmark (0,0) \in x + 2y < 8?$
 $0 + 0 < 8 \checkmark$ si

b) (I) $2x - 3y \geq -3$
 (II) $x + y \geq 11$
 $x \leq 2$

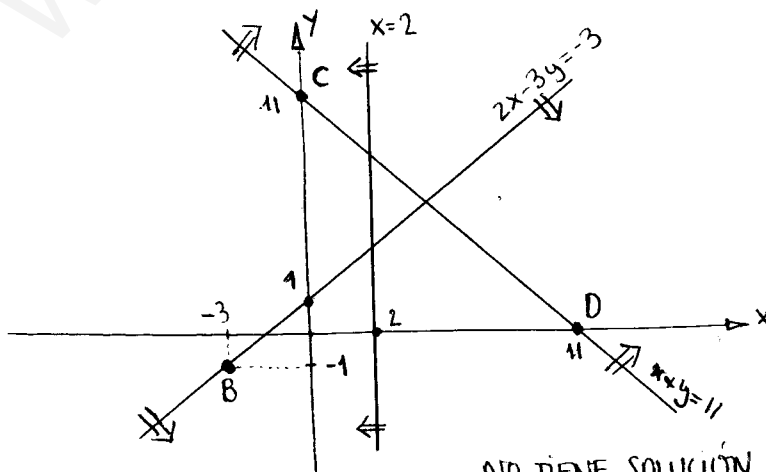


(I) $2x - 3y \geq -3 \rightarrow$ Recta $2x - 3y = -3$

x	y	
0	1	$\rightarrow A(0,1)$
-3	-1	$\rightarrow B(-3,-1)$

(II) $x + y \geq 11 \rightarrow$ Recta $x + y = 11$

x	y	
0	11	$\rightarrow C(0,11)$
11	0	$\rightarrow D(11,0)$



Comprobaciones:

$\checkmark (0,0) \in 2x - 3y \geq -3?$
 $0 - 0 \geq -3 \checkmark$ si
 $\checkmark (0,0) \in x + y \geq 11$
 $0 + 0 \geq 11 \times$ NO

NO TIENE SOLUCION, ninguna zona del plano pertenece a las 3 inecuaciones.