

**PREGUNTA 1.-** Halla la Tasa de Variación Media de la función  $y=x^2-8x+12$  en los siguientes intervalos:

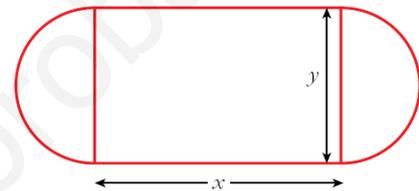
- a) [1,7]      b) [-4,-2]

**PREGUNTA 2.-** Aplicando la definición de derivada de una función en un punto, calcula  $f'(-2)$  siendo  $f(x) = \frac{2x-3}{5}$

**PREGUNTA 3.-** Sea la función  $f(x) = x^3 - 4x$ :

- a) Calcula  $f'(x)$ , aplicando la definición de función derivada.  
 b) ¿En qué puntos la tangente a dicha función tiene de pendiente 8?  
 c) Representa la función.

**PREGUNTA 4.-** Se quiere construir una pista de entrenamiento que consta de un rectángulo y de dos semicírculos adosados a dos lados opuestos del rectángulo. Si se desea que el perímetro de dicha pista sea de 200 m, halla las dimensiones que hacen máxima el área de la región rectangular.



**PREGUNTA 5.-** Halla la función derivada de las siguientes funciones:

- a)  $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$       b)  $f(x) = \text{sen}x \cdot \text{cos}x$       c)  $f(x) = \text{tg}(x^3 + 2x^2 - \frac{\pi}{3})$   
 d)  $f(x) = \frac{\text{Ln}x^2}{x}$       e)  $f(x) = x \cdot e^{2x+1}$

Calificaciones:

PREGUNTA	PUNTUACIÓN
1	1 punto (a) 0,5 ; b)0,5)
2	1 punto
3	3 puntos (a) 1 ; b) 0,5 ; c) 1,5)
4	2 puntos
5	3 puntos (a) 0,5 ; b) 0,5 ; c) 0,5 ; d) 0,75 ; e) 0,75)

PREGUNTA 1:  $y = x^2 - 8x + 12$

a)  $TVM f [1, 7] = \frac{f(7) - f(1)}{(7-1)} = \frac{5-5}{6} = \frac{0}{6} = 0$

b)  $TVM f [-4, -2] = \frac{f(-2) - f(-4)}{-2 - (-4)} = \frac{32 - 60}{2} = \frac{-28}{2} = -14$

PREGUNTA 2:

$\psi'(-2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{2(-2+h) - 3}{5} + \frac{7}{5}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-4 + 2h - 3 + 7}{5h} =$

$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{5h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$

PREGUNTA 3:

a)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - 4(x+h) - x^3 + 4x}{h} =$

$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{x^3} + h^3 + 3x^2h + 3xh^2 - \cancel{4x} - 4h - \cancel{x^3} + \cancel{4x}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^3 + 3x^2h + 3h^2x - 4h}{h} =$

$= \lim_{h \rightarrow 0} (h^2 + 3hx + 3x^2 - 4) = 3x^2 - 4$

b)  $\psi'(x) = 3x^2 - 4 = 8 \Rightarrow 3x^2 = 12 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$

c) PUNTOS DE CORTE: eje x :  $x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 4) = 0$   $\begin{cases} x=0 \\ x^2-4=0 \\ \begin{cases} x=+2 \\ x=-2 \end{cases} \end{cases}$

eje y :  $f(0) = 0$

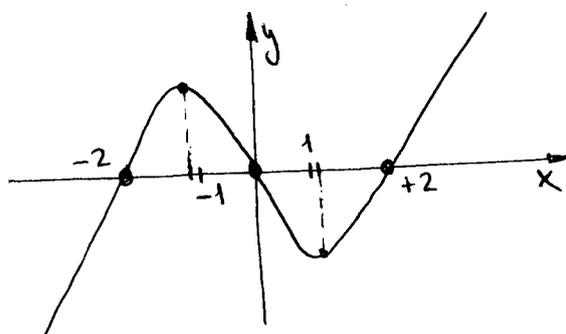
SIMETRÍA:  $f(-x) = -x^3 + 4x = -f(x) \Rightarrow$  IMPAR

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

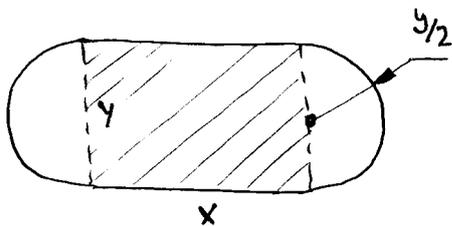
CREC-DECREC:

$\psi'(x) = 3x^2 - 4$  ;  $3x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{4}{3}} = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx \pm 1,15$

	$-\infty$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$+\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	+	
	↗	↘	↗	
		<u>MAX</u>	<u>MIN</u>	



PREGUNTA 4:



$$A(x, y) = x \cdot y$$

$$P = 2x + 2 \cdot \pi \cdot \frac{y}{2} = 2x + \pi y = 200 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{200 - 2x}{\pi}$$

$$* A(x) = x \left( \frac{200 - 2x}{\pi} \right) = \frac{200x - 2x^2}{\pi}$$

$$A'(x) = \frac{1}{\pi} (200 - 4x); \quad A'(x) = 0 \Rightarrow 200 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 50\text{m} \Rightarrow y = \frac{100}{\pi}\text{m}$$

En ese caso resulta  $A = 50 \cdot \frac{100}{\pi} = \frac{5000}{\pi} \text{ m}^2$  ( $\approx 1591,5 \text{ m}^2$ )

Tomemos otros valores al azar:

$$x = 40\text{m} \Rightarrow y = \frac{120}{\pi}\text{m}$$

$$A = 40 \cdot \frac{120}{\pi} = \frac{4800}{\pi} < \frac{5000}{\pi} \text{ m}^2 \text{ Por lo tanto nuestros valores son un } \underline{\text{MÁXIMO}}$$

PREGUNTA 5:

a)  $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

b)  $f(x) = \sin x \cdot \cos x \Rightarrow f'(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$

c)  $f(x) = \text{tg} \left( x^3 + 2x^2 - \frac{\pi}{3} \right) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{\cos^2 \left( x^3 + 2x^2 - \frac{\pi}{3} \right)} \cdot (3x^2 + 4x)$

d)  $f(x) = \frac{\ln x^2}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{\frac{1}{x^2} \cdot 2x \cdot x - \ln x^2}{x^2} = \frac{2 - 2\ln x}{x^2} = \frac{2(1 - \ln x)}{x^2}$   
( $\ln x^2 = 2\ln x$ )

e)  $\psi(x) = x \cdot e^{2x+1} \Rightarrow f'(x) = e^{2x+1} + x \cdot e^{2x+1} \cdot 2 = e^{2x+1} (1 + 2x)$