CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN

Cada se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. La calificación final se obtiene sumando las puntuaciones de las cuatro preguntas.

Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos efectuados por el alumno/a.

1.- Sean A y B dos sucesos que tienen la misma probabilidad de ocurrir: 0,5. Además la probabilidad de que ocurra uno de los sucesos sabiendo que ha ocurrido el otro es 0,3.

a) Calcular la probabilidad de que ocurra A y no ocurra B.
b) Si se sabe que ha ocurrido B, calcular la probabilidad de que no ocurra A.

2.- Se ha tomado una muestra de los precios de un mismo producto en 16 comercios, elegidos al azar en un barrio de una ciudad, y se han encontrado los siguientes precios (en euros):

95	108	97	112	99	106	105	100
99	98	104	110	107	111	103	110

Suponiendo que los precios de este producto se distribuyen según una ley normal de varianza 25 y media desconocida,

a) Hallar el intervalo de confianza al 92 % para la media poblacional.
b) Calcular el tamaño mínimo de la muestra necesaria para conseguir una estimación de la media del precio de ese producto con un error menor que 1 euro, con la misma confianza del 92 %.

3.- El nivel de colesterol de los individuos depende de su edad y sexo. En hombres con menos de 21 años, esta variable normal tiene una media de 160 mg/dl con una desviación típica de 10 mg/dl.

a) Calcular el porcentaje de individuos de menos de 21 años cuyo nivel medio de colesterol está entre 150 y 180 mg/dl.
b) Calcular el nivel de colesterol que tiene la propiedad de que el 25 % de los individuos de menos de 21 años se encuentra por debajo de ese valor.

4.- Se trabaja con la hipótesis de que uno de cada diez varones manifiesta algún tipo de daltonismo, pero en una prueba realizada a 240 varones elegidos al azar, sólo se han detectado 30 daltónicos. ¿Es aceptable la hipótesis de partida con una significación del 4% ¿Qué tipo de error podemos cometer?

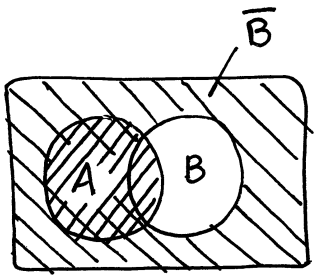
www.yoquieroaprobar.es

EJERCICIO 1:

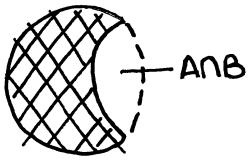
$P(A) = P(B) = 0{,}5$

$P(A/B) = P(B/A) = 0{,}3$

a) $P(A \cap \overline{B}) = P(A-B)$



$A \cap \overline{B} = A - A \cap B$



$$\boxed{P(A \cap \overline{B})} = P(A) - P(A \cap B) = 0{,}5 - 0{,}15 = \boxed{0{,}35}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B) = 0{,}5 \cdot 0{,}3 = 0{,}15$$

b) Verosimilitud: Ha ocurrido B

$$\boxed{P(\overline{A}/B)} = \frac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B-A)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{0{,}15}{0{,}5} = \boxed{0{,}7}$$

EJERCICIO 2:

$N(\mu, \sigma)$

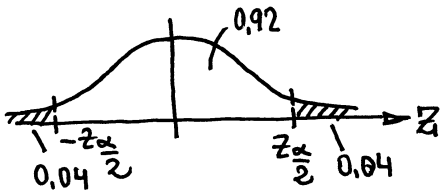
$\sigma^2 = 25 \Rightarrow \sigma = 5$

$$\overline{x} = \frac{95+108+97+112+99+106+105+100+99+98+104+110+107+111+103+110}{16} = 104\,€$$

luego: $X \equiv$ Precio del producto $\rightsquigarrow N(\mu; 5)$ y la media muestral es $\overline{x} = 104\,€$

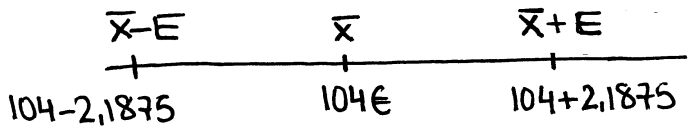
a) Al 92% $(1-\alpha = 0{,}92)$

$P[-z_{\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}]$:



$P[Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}] = 0{,}92 + 0{,}04 = 0{,}96 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}75$

www.yoquieroaprobar.es



$$E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1{,}75 \cdot \frac{5}{\sqrt{16}} = 2{,}1875\,€$$

Por lo tanto: $\boxed{IC = (101{,}8125\ ;\ 106{,}1875)}$

b) $E = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < 1€$

$$\left.\begin{array}{l} z_{\frac{\alpha}{2}} = 1{,}75 \\ \sigma = 5 \\ ¿n? \end{array}\right\} \qquad 1{,}75 \cdot \frac{5}{\sqrt{n}} < 1 \Leftrightarrow \frac{8{,}75}{\sqrt{n}} < 1 \Leftrightarrow 8{,}75 < \sqrt{n} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 8{,}75^2 < n \Leftrightarrow 76{,}56 < n$$

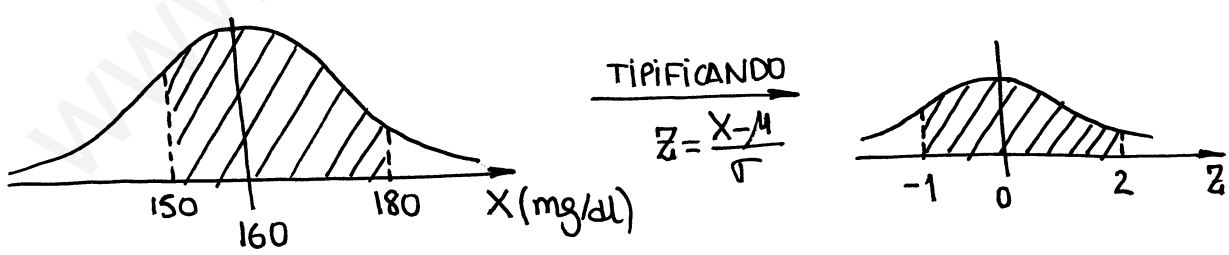
Por la naturaleza del problema, ha de ser $n \in \mathbb{N}$, luego $\boxed{n > 76}$ (ó $n \geq 77$)

EJERCICIO 3:

$X \equiv$ Nivel de colesterol en hombres menores de 21 años, en mg/dL

$X : N(160\ ;\ 10)$

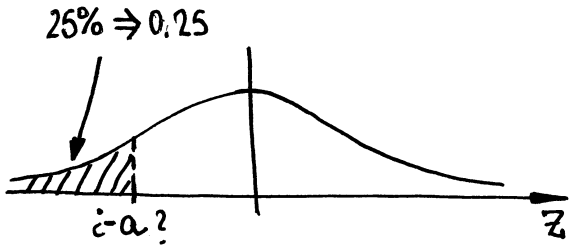
a)



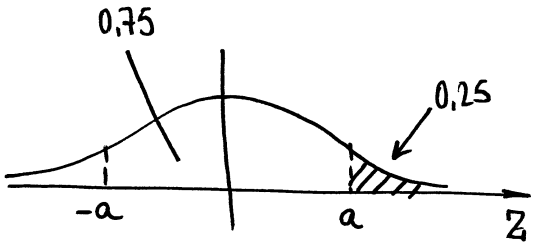
$P[150 \leq X \leq 180] = P[-1 \leq Z \leq 2] = P[Z \leq 2] - P[Z \leq -1] = P[Z \leq 2] -$
$- [1 - P[Z \leq 1]] = 0{,}97725 - (1 - 0{,}84134) = 0{,}8186 \quad (81{,}86\%)$

www.yoquieroaprobar.es

b)



$\Leftrightarrow$



$P[Z \leq -a] = 0{,}25$ $\qquad$ $P[Z \leq a] = 0{,}75 \Leftrightarrow a = 0{,}675$

luego: $-a = -0{,}675$

Deshacemos el cambio de variable: $Z \rightsquigarrow X$

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \Leftrightarrow \boxed{X = Z\sigma + \mu}$$

Para $Z = -0{,}675 \Rightarrow \boxed{X = -0{,}675 \cdot 10 + 160 = 153{,}25 \ \frac{mg}{dl}}$

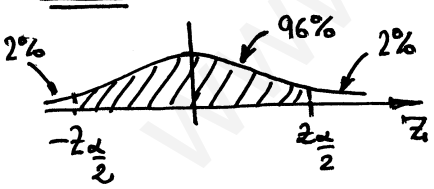
EJERCICIO 4:

PASO 1: FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS:

$$\left.\begin{array}{l} H_0 \equiv P_0 = \frac{1}{10} \\ H_a \equiv P_0 \neq \frac{1}{10} \end{array}\right\} \text{CONTRASTE BILATERAL DE LA PROPORCIÓN}$$

PASO 2: ESTADÍSTICO DE CONTRASTE: $Z = \dfrac{\hat{P} - P_0}{\sqrt{\dfrac{P_0(1-P_0)}{n}}}$

PASO 3: REGIÓN DE ACEPTACIÓN: $\alpha = 0{,}04 \Rightarrow 1-\alpha = 0{,}96$



$P[Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}] = 0{,}98 \Leftrightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}06$

$(-z_{\frac{\alpha}{2}} ; z_{\frac{\alpha}{2}}) = (-2{,}06 ; 2{,}06)$

PASO 4: VALOR PARTICULAR:

$$Z = \frac{\frac{30}{240} - \frac{1}{10}}{\sqrt{\dfrac{\frac{1}{10}\left(1-\frac{1}{10}\right)}{240}}} = 1{,}29 \in (-2{,}06 ; 2{,}06) \Rightarrow \underline{\text{Aceptamos } H_0}$$

Si no aceptásemos H_0, estaríamos cometiendo un error de tipo I $(P = \alpha = 0{,}04)$

www.yoquieroaprobar.es